

# نماذج القصير الثاني

أسئلة

## الرياضيات

### الصف

$$1 + 2 = 3$$

12

علمي

WWW.SAMAKW.NET/AR

i teacher  
المعلم الذكي



الفصل الأول  
2026-2025



السؤال الأول: أوجد معادلة المماس ومعادلة النازم على منحنى الدالة  $f$  حيث  $f(x) = \frac{8}{4+x^2}$  عند النقطة  $(2,1)$  .



السؤال الثاني: لتكن  $f: \sqrt{9-x^2}$  ادرس اتصال الدالة  $f$  على  $[-3, 3]$

\* ظلل (a) إذا كانت العبارة صحيحة و (b) إذا كانت العبارة خاطئة:

(a) إذا كانت  $f$  دالة متصلة على كل من  $[3, 5]$  ,  $[1, 3)$  فإن  $f$  متصلة على  $[1, 5]$  (b)

\* ظلل الرمز الدال على الإجابة الصحيحة:

إن الدالة  $f: x + \sqrt{x^2 + 2}$  ليست قابلة للاشتقاق عند  $x = 0$  والسبب هو:

(a) ناب (b) ركن (c) مماس عمودي (d) غير متصلة



مادة الرياضيات

نموذج (2)

الاختبار القصير (٢)



العام الدراسي ٢٠٢٥/٢٠٢٦

الصف الثاني عشر العلمي

الفصل الدراسي الأول

السؤال الأول: أوجد معادلة المستقيم العمودي لمنحنى الدالة:  $y = \tan x$  عند النقطة  $P(\frac{\pi}{4}, 1)$





السؤال الثاني: لتكن  $f: \sqrt{x^2 - 7x + 10}$  أوجد  $D_f$  (مجال الدالة  $f$ ) ثم ادرس اتصال الدالة  $f$  على  $[6, 10]$

\* ظلل (a) إذا كانت العبارة صحيحة و (b) إذا كانت العبارة خاطئة:

(a)

(b)

إذا كانت  $y = \frac{2x+5}{3x-2}$  فإن  $\frac{dy}{dx} = \frac{12x+11}{(3x-2)^2}$

\* ظلل الرمز الدال على الإجابة الصحيحة:

ميل مماس منحنى الدالة  $f: \frac{2}{x}$  عند  $x = -2$

(a) -1

(b)  $-\frac{1}{2}$

(c)  $\frac{1}{2}$

(d) 1



مادة الرياضيات

نموذج: (3)

الاختبار القصير (٢)



العام الدراسي ٢٠٢٥/٢٠٢٦

الصف الثاني عشر العلمي

الفصل الدراسي الأول

$$f(x) = \begin{cases} -2 & : x = 1 \\ x^2 - 3 & : 1 < x < 3 \\ 6 & : x = 3 \end{cases}$$

السؤال الأول: ادرس اتصال الدالة  $f$  على  $[1, 3]$  حيث:



السؤال الثاني: أوجد معادلة المماس ومعادلة النازم على منحنى الدالة  $f$  حيث  $f(x) = \frac{x-1}{x+2}$  عند النقطة  $(1,0)$

\* ظلل (a) إذا كانت العبارة صحيحة و (b) إذا كانت العبارة خاطئة :

(a) إن الدالة  $f: f(x) = \frac{x^3-8}{x^2-4x-5}$  غير قابلة للاشتقاق عندما  $x$  تساوي  $-1$  فقط (b)

\* ظلل الرمز الدال على الإجابة الصحيحة:

إذا كانت  $y = \frac{1}{x} + 5 \sin x$  فإن  $\frac{dy}{dx}$  تساوي:

(a)  $-\frac{1}{x^2} - 5 \cos x$  (b)  $\frac{1}{x^2} + 5 \cos x$  (c)  $-\frac{1}{x^2} + 5 \cos x$  (d)  $\frac{1}{x^2} - 5 \cos x$



السؤال الأول: لتكن الدالة  $f$ :  $f(x) = \begin{cases} x + 5 & : x \leq 3 \\ x^2 - 1 & : x > 3 \end{cases}$  أوجد إن أمكن  $f'(3)$



السؤال الثاني: ادرس اتصال الدالة  $f$  على الفترة المبينة:

$$f(x) = \frac{x}{x^2 - 1}, \quad [0, 2]$$

\* ظلل (a) إذا كانت العبارة صحيحة و (b) إذا كانت العبارة خاطئة:

(a)

(b)

الدالة  $f: f(x) = \sqrt{x^2 - 4}$  متصلة على  $[-2, 2]$

\* ظلل الرمز الدال على الإجابة الصحيحة:

ليكن منحنى الدالة  $f: f(x) = x^2 - 4x + 3$  فإن النقطة التي يكون مماس المنحنى عندها أفقيًا هي:

(a)

(3, 0)

(b)

(1, 0)

(c)

(2, -1)

(d)

(-1, 2)



السؤال الأول: لتكن الدالة  $f$  :

$$f(x) = \begin{cases} 5 & : x = 1 \\ ax + b & : 1 < x < 4 \\ b + 8 & : x = 4 \end{cases}$$

متصلة على  $[1, 4]$  . أوجد قيم الثابتين  $a, b$



السؤال الثاني: أوجد المشتقة للدالة  $f$ :  $f(x) = \frac{\cos x}{1 - \sin x}$

\* ظلل (a) إذا كانت العبارة صحيحة و (b) إذا كانت العبارة خاطئة:

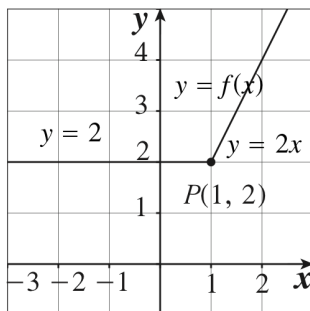
(a)

(b)

إذا كانت  $y = \frac{(x-1)(x^2+x+1)}{x^3}$  فإن  $\frac{dy}{dx} = \frac{3}{x^4}$

\* ظلل الرمز الدال على الإجابة الصحيحة:

في الشكل المقابل، عند النقطة P



(a)  $f'_+(1) = 1$

(b)  $f'_-(1) = 0$

(c)  $f'_-(1) = 2$

(d)  $f$  قابلة للاشتقاق



$$f(x) = \begin{cases} x + 3 & : x \leq -1 \\ \frac{4}{x+3} & : x > -1 \end{cases}$$

السؤال الأول: ادرس اتصال الدالة  $f$  على مجالها حيث:





السؤال الثاني: أوجد المشتقة للدالة  $f$  :  $f(x) = \frac{\sin x}{\sin x + \cos x}$

\* ظلل (a) إذا كانت العبارة صحيحة و (b) إذا كانت العبارة خاطئة :

(a)

(b)

إذا كانت  $y = \frac{(x-1)(x^2+x+1)}{x^3}$  فإن  $\frac{dy}{dx} = \frac{3}{x^4}$

\* ظلل الرمز الدال على الإجابة الصحيحة:

إذا كانت  $f$  دالة متصلة على  $[-2, 3]$  فإن:

(a)  $\lim_{x \rightarrow -2^+} f(x) = \lim_{x \rightarrow 3^-} f(x)$

(b)  $\lim_{x \rightarrow -2^+} f(x) = f(3)$

(c)  $\lim_{x \rightarrow -2^+} f(x) = f(-2)$

(d)  $\lim_{x \rightarrow 3^-} f(x) = f(-2)$



السؤال الأول: لتكن الدالة  $f$ :  $f(x) = \begin{cases} x^2 + 1 & : x \leq 2 \\ 4x - 3 & : x > 2 \end{cases}$  دالة متصلة على مجالها أوجد  $f'(x)$  إن أمكن



السؤال الثاني: باستخدام التعريف أوجد مشتقة الدالة  $f$ :  $f(x) = 3x^2$  عند  $x = -2$

\* ظلل (a) إذا كانت العبارة صحيحة و (b) إذا كانت العبارة خاطئة:

(a)

(b)

إذا كانت  $y = -x^2 + 3$  فإن  $\frac{dy}{dx} = -2$

\* ظلل الرمز الدال على الإجابة الصحيحة:

إذا كانت  $f(x) = 3x + x \tan x$  فإن  $f'(0)$  يساوي:

(a) 0

(b) 1

(c) 3

(d) -3



السؤال الأول: لتكن الدالة  $f$  متصلة على مجالها:

$$f(x) = \begin{cases} x^2 + 1 & : x < 1 \\ 2\sqrt{x} & : x \geq 1 \end{cases}$$

أوجد  $f'(x)$  وعيّن مجالها.



السؤال الثاني: لتكن الدالة  $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  :  $f(x) = \sqrt[3]{x^2 + 3x - 2}$  ادرس اتصال الدالة على  $\mathbb{R}$ .

\* ظلل (a) إذا كانت العبارة صحيحة و (b) إذا كانت العبارة خاطئة:

(a)

(b)

الدالة  $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  :  $f(x) = x|x|$  غير قابلة للاشتقاق  $\forall x \in \mathbb{R}$

\* ظلل الرمز الدال على الإجابة الصحيحة:

الدالة  $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  :  $f(x) = \frac{2x-1}{\sqrt{x^2-25}}$  متصلة على:

(a)  $(-\infty, \frac{1}{2}]$

(b)  $(5, \infty)$

(c)  $\mathbb{R}$

(d)  $(-5, 5)$



السؤال الأول: لتكن  $f$  :  $f(x) = |x - 2|$  ابحث قابلية اشتقاق الدالة  $f$  عند  $x = 2$



$$y = 4 - x^2 \sin x$$

السؤال الثاني: أوجد  $\frac{dy}{dx}$

\* ظلل (a) إذا كانت العبارة صحيحة و (b) إذا كانت العبارة خاطئة:

(a) (b)

الدالة  $f: f(x) = \frac{2x-3}{x+2}$  متصلة على  $(-\infty, 0)$  فقط .

\* ظلل الرمز الدال على الإجابة الصحيحة:

إذا كانت  $f(x) = 5x^3 - 3x^5$  فإن  $f'(x)$  تساوي:

(a)  $20x + 60x^3$

(b)  $15x^2 - 15x^4$

(c)  $30x - 30x^4$

(d)  $30x - 60x^3$



$$f(x) = \begin{cases} 2 & : x = 1 \\ \frac{x^2 + 1}{x} & : 1 < x < 5 \\ \frac{26}{5} & : x = 5 \end{cases}$$

السؤال الأول: ادرس اتصال الدالة  $f$  على  $[1, 5]$  حيث:





السؤال الثاني: لتكن  $f(x) = x^2 + 2$  . أوجد  $f'(x)$  باستخدام تعريف المشتقة.

\* ظلل (a) إذا كانت العبارة صحيحة و (b) إذا كانت العبارة خاطئة :

(a) (b)

إذا كانت  $y = \frac{4}{\cos x}$  فإن  $\frac{dy}{dx} = -\frac{4}{\cos^2 x}$

\* ظلل الرمز الدال على الإجابة الصحيحة :

الدالة  $f: f(x) = \sqrt[3]{x-1}$  مماس رأسي معادلته:

(a)  $x = 0$

(b)  $y = 0$

(c)  $x = 1$

(d)  $y = 1$

إذا كانت  $f(x) = 3x - 12$  فإن  $f'(x) = 3$



(a)  $f(x) = \frac{x+1}{x-3}$

(b)  $\sqrt{3-x}$

(c)  $\begin{cases} 3x-1 & : & x \leq 3 \\ 1 & : & x > 3 \end{cases}$

(d)  $\sqrt[3]{x+2}$

إذا كانت  $y = \frac{1}{x} + 5 \sin x$  فإن  $\frac{dy}{dx}$  تساوي:

(a)  $-\frac{1}{x^2} - 5 \cos x$

(b)  $\frac{1}{x^2} + 5 \cos x$

(c)  $-\frac{1}{x^2} + 5 \cos x$

(d)  $\frac{1}{x^2} - 5 \cos x$

معادلة المستقيم العمودي على المماس لبيان الدالة  $y = 2 \cos x$  عند النقطة  $(\frac{\pi}{2}, 0)$  هي

(a)  $y = \frac{x}{2} - \frac{\pi}{4}$  (b)  $y = -\frac{x}{2} + \frac{\pi}{4}$  (c)  $y = \frac{x}{2} + \frac{\pi}{4}$  (d)  $y = -\frac{x}{2} - \frac{\pi}{4}$

إذا كانت  $f(x) = 5x^3 - 3x^5$  فإن  $f'(x)$  تساوي:

(a)  $20x + 60x^3$

(b)  $15x^2 - 15x^4$

(c)  $30x - 30x^4$

(d)  $30x - 60x^3$

ميل الناقص لمنحنى الدالة  $y = x^3 - 3x + 1$  عند النقطة  $(2, 3)$  هي:

(a) 9

(b) 3

(c)  $-\frac{1}{3}$

(d)  $-\frac{1}{9}$

لتكن الدالة  $f: \frac{x+1}{x-4}$  فإن الدالة  $f$ :

(a) لها نقطتي انفصال عند كل من  $x = -1, x = 4$  (b) متصلة على  $[-\infty, 4]$

(c) متصلة على كل من  $(-\infty, 4), (4, \infty)$  (d) ليس أيًا مما سبق

إن الدالة  $f: x + \sqrt{x^2} + 2$  ليست قابلة للاشتقاق عند  $x = 0$  والسبب هو:

(a) ناب

(b) ركن

(c) مماس عمودي

(d) غير متصلة

إذا كانت  $y = \frac{1}{\sin x}$  فإن  $y'$  تساوي:

(a)  $\cot x \cdot \csc x$

(b)  $\cos x$

(c)  $-\cot x \cdot \csc x$

(d)  $-\cos x$

# نماذج القصير الثاني

إجابة

## الرياضيات

### الصف

$$1 + 2 = 3$$

12

علمي



WWW.SAMAKW.NET/AR

i teacher  
المعلم الذكي

الفصل الأول  
2026-2025



السؤال الأول: أوجد معادلة المماس ومعادلة الناقص على منحنى الدالة  $f$  حيث  $f(x) = \frac{8}{4+x^2}$

عند النقطة  $(2, 1)$ .

$$f'(x) = \frac{-8(4+x^2)^{-1}}{(4+x^2)^2} = \frac{-16x}{(4+x^2)^2} \quad x=2$$

$$f'(2) = \frac{-16(2)}{(4+(2)^2)^2} = -\frac{1}{2} = \text{ميل المماس}$$

معادلة المستقيم الناقص (المماس)

$$2 = \text{ميل المماس} , (2, 1)$$

$$y - f(a) = \frac{1}{f'(a)} (x - a)$$

$$y - f(2) = m (x - 2)$$

$$y - 1 = 2 (x - 2)$$

$$y - 1 = 2x - 4$$

$$y = 2x - 4 + 1$$

$$y = 2x - 3$$

وهي معادلة المستقيم الناقص  
على المماس

معادلة المستقيم المماس

$$(2, 1) \quad \text{ميل المماس} = -\frac{1}{2}$$

$$y - f(a) = f'(a) (x - a)$$

$$y - f(2) = m (x - 2)$$

$$y - 1 = -\frac{1}{2} (x - 2)$$

$$y - 1 = -\frac{x}{2} + 1$$

$$y = -\frac{x}{2} + 1 + 1$$

$$y = -\frac{x}{2} + 2$$

وهي معادلة المستقيم المماس

السؤال الثاني: لتكن  $f: \sqrt{9-x^2}$  ادرس اتصال الدالة  $f$  على  $[-3, 3]$

نوجد مجال الدالة  $D_f = \{ x : 9 - x^2 \geq 0 \}$

المعادلة المتناظرة  $9 - x^2 = 0$

$(3-x)(3+x) = 0$   
 $x = 3, x = -3$

$$D_f = [-3, 3]$$

دراسة الاتصال: بفرض  $g(x) = 9 - x^2$

(I)  $g(x)$  متصلة على  $[-3, 3]$

$$g(x) \geq 0 \quad \forall x \in [-3, 3] = D_f \quad \textcircled{II}$$

من ① ② تكون  $f(x) = \sqrt{g(x)}$  متصلة على  $[-3, 3]$

\* ظلل (a) إذا كانت العبارة صحيحة و (b) إذا كانت العبارة خاطئة :

**a** **b** إذا كانت  $f$  دالة متصلة على كل من  $[1, 3]$  ,  $[3, 5]$  فإن  $f$  متصلة على  $[1, 5]$

\* ظلل الرمز الدال على الإجابة الصحيحة:

إن الدالة  $f: f(x) = x + \sqrt{x^2 + 2}$  ليست قابلة للاشتقاق عند  $x = 0$  والسبب هو:

(a) ناب (b) ركن (c) مماس عمودي (d) غير متصلة

السؤال الأول: أوجد معادلة المستقيم العمودي لمنحنى الدالة:  $y = \tan x$  عند النقطة  $P(\frac{\pi}{4}, 1)$

$$y' = \sec^2(x)$$

$$y' \Big|_{x=\frac{\pi}{4}} = \sec^2\left(\frac{\pi}{4}\right) = 2 = \text{ميل, ميل}$$

$$-\frac{1}{f'(\frac{\pi}{4})} = -\frac{1}{2} = \text{ميل المستقيم العمودي}$$

معادلة المستقيم العمودي عند  $(\frac{\pi}{4}, 1)$

$$y - f(a) = -\frac{1}{f'(a)} (x - a)$$

$$a = \frac{\pi}{4}$$

$$f(a) = 1$$

$$y - 1 = -\frac{1}{2} (x - \frac{\pi}{4})$$

$$y - 1 = -\frac{x}{2} + \frac{\pi}{8}$$

$$y = -\frac{x}{2} + \frac{\pi}{8} + 1$$

$$y = -\frac{x}{2} + \frac{\pi+8}{8}$$



السؤال الثاني: لتكن  $f: \sqrt{x^2 - 7x + 10}$  أوجد  $D_f$  (مجال الدالة  $f$ ) ثم ادرس

اتصال الدالة  $f$  على  $[6, 10]$

الحل:  $D_f = \{x : x^2 - 7x + 10 \geq 0\}$

المعادلة المناظرة:  $x^2 - 7x + 10 = 0$

$(x - 2)(x - 5) = 0$

$x = 2, x = 5$

$D_f = (-\infty, 2] \cup [5, \infty)$

ندرس الاتصال: بفرض  $g(x) = x^2 - 7x + 10$

①  $g(x)$  متصلة على  $[6, 10]$

②  $g(x) \geq 0 \quad \forall x \in [6, 10] \subset D_f$

من ①، ②  $f(x) = \sqrt{g(x)}$

متصلة على  $[6, 10]$

\* ظلل (a) إذا كانت العبارة صحيحة و (b) إذا كانت العبارة خاطئة:

(a)

(b)

إذا كانت  $y = \frac{2x+5}{3x-2}$  فإن  $\frac{dy}{dx} = \frac{12x+11}{(3x-2)^2}$

\* ظلل الرمز الدال على الإجابة الصحيحة:

يمكن التبادلية المتماثلة.

ميل مماس منحنى الدالة  $f: \frac{2}{x}$  عند  $x = -2$

(a) -1

(b)  $-\frac{1}{2}$

(c)  $\frac{1}{2}$

(d) 1

السؤال الأول: ادرس اتصال الدالة  $f$  على  $[1, 3]$  حيث:

$$f(x) = \begin{cases} -2 & : x = 1 \\ x^2 - 3 & : 1 < x < 3 \\ 6 & : x = 3 \end{cases}$$

$$D_f = \{1\} \cup (1, 3) \cup \{3\} = [1, 3]$$

① ندرس اتصال  $f$  عند  $x = 1$  من جهة اليمين

$$f(1) = -2 \quad \left| \quad \lim_{x \rightarrow 1^+} f(x) = \lim_{x \rightarrow 1^+} (x^2 - 3) = 1^2 - 3 = -2 \right.$$

$$f(1) = \lim_{x \rightarrow 1^+} f(x)$$

$\therefore f$  متصلة عند  $x = 1$  من جهة اليمين

② ندرس اتصال  $f$  عند  $x = 3$  من جهة اليسار

$$\boxed{f(3) = 6} \quad \left| \quad \lim_{x \rightarrow 3^-} f(x) = \lim_{x \rightarrow 3^-} x^2 - 3 = 3^2 - 3 = 6 \right.$$

$$f(3) = \lim_{x \rightarrow 3^-} f(x) \quad \therefore$$

$\therefore f$  متصلة عند  $x = 3$  من جهة اليسار

③ يعرف  $g(x) = x^2 - 3$  كدالة متصلة على  $\mathbb{R}$

$$f(x) = g(x) \quad \forall x \in (1, 3) \subset \mathbb{R}$$

$\therefore f$  متصلة على  $(1, 3)$

من ① ، ② ، ③  $f$  متصلة على  $[1, 3]$





السؤال الثاني: أوجد معادلة المماس ومعادلة النازم على منحنى الدالة  $f$  حيث  $f(x) = \frac{x-1}{x+2}$  عند النقطة  $(1,0)$

$$f'(x) = \frac{1(x+2) - (x-1)(1)}{(x+2)^2} = \frac{3}{(x+2)^2}$$

$$f'(1) = \frac{3}{(1+2)^2} = \frac{1}{3} = \text{ميل الماس}$$

$m = -3$  معادلة النازم

$$y - f(a) = \frac{1}{f'(a)} (x - a)$$

$$y - 0 = -3(x - 1)$$

$$y = -3x + 3$$

معادلة المماس

$$y - f(a) = f'(a) (x - a)$$

$$y - 0 = \frac{1}{3}(x - 1)$$

$$y = \frac{x}{3} - \frac{1}{3}$$

\* ظلل (a) إذا كانت العبارة صحيحة و (b) إذا كانت العبارة خاطئة:

(a)

(b)

إن الدالة  $f: f(x) = \frac{x^3-8}{x^2-4x-5}$  غير قابلة للاشتقاق عندما  $x$  تساوي  $-1$  فقط

\* ظلل الرمز الدال على الإجابة الصحيحة:

إذا كانت  $y = \frac{1}{x} + 5 \sin x$  فإن  $\frac{dy}{dx}$  تساوي:

(a)  $-\frac{1}{x^2} - 5 \cos x$

(b)  $\frac{1}{x^2} + 5 \cos x$

(c)  $-\frac{1}{x^2} + 5 \cos x$

(d)  $\frac{1}{x^2} - 5 \cos x$



السؤال الأول: لتكن الدالة  $f$ :  $f(x) = \begin{cases} x+5 & : x \leq 3 \\ x^2-1 & : x > 3 \end{cases}$  أوجد إن أمكن  $f'(3)$

$$f(3) = 3 + 5 = 8$$

$$f'_-(3) = \lim_{x \rightarrow 3^-} \frac{f(x) - f(3)}{x - 3} \quad \text{إن وجدت} \quad (1)$$

$$= \lim_{x \rightarrow 3^-} \frac{x+5-8}{x-3} = \lim_{x \rightarrow 3^-} (1) = 1$$

$$f'_+(3) = \lim_{x \rightarrow 3^+} \frac{f(x) - f(3)}{x - 3} \quad \text{إن وجدت} \quad (2)$$

$$= \lim_{x \rightarrow 3^+} \frac{x^2-1-8}{x-3}$$

$$= \lim_{x \rightarrow 3^+} \frac{x^2-9}{x-3}$$

$$= \lim_{x \rightarrow 3^+} \frac{(x-3)(x+3)}{x-3}$$

$$= \lim_{x \rightarrow 3^+} (x+3) = 6$$

$$f'_-(3) \neq f'_+(3)$$

من (1)، (2)

$\therefore f'(3)$  غير موجودة

$\therefore f$  غير قابلة للاشتقاق عند  $x=3$



السؤال الثاني: ادرس اتصال الدالة  $f$  على الفترة المبينة:

$$f(x) = \frac{x}{x^2 - 1}, \quad [0, 2]$$

$f$  = حدودية نسبية متصلة عند كل  $x \in \mathbb{R} - \{-1, 1\}$   
 $f$  ليست متصلة عند  $x = 1$

$$\therefore 1 \in [0, 2]$$

$f$  متصلة عند كل  $x \in [0, 2] / \{1\}$

$\therefore f$  ليست متصلة على  $[0, 2]$

$f$  متصلة على  $[0, 1)$  ,  $(1, 2]$

\* ظلل (a) إذا كانت العبارة صحيحة و (b) إذا كانت العبارة خاطئة:

(a)

(b)

الدالة  $f: f(x) = \sqrt{x^2 - 4}$  متصلة على  $[-2, 2]$

\* ظلل الرمز الدال على الإجابة الصحيحة:

ليكن منحنى الدالة  $f: f(x) = x^2 - 4x + 3$  فإن النقطة التي يكون مماس المنحنى عندها أفقياً هي:

(a)

(3, 0)

(b)

(1, 0)

(c)

(2, -1)

(d)

(-1, 2)

نشكركم على المشاركة معكم

السؤال الأول: لتكن الدالة  $f$  :

$$f(x) = \begin{cases} 5 & : x = 1 \\ ax + b & : 1 < x < 4 \\ b + 8 & : x = 4 \end{cases}$$

الحل :  $f$  متصلة على  $[1, 4]$

$f$  متصلة من يسار 4

$$f(4) = \lim_{x \rightarrow 4^-} f(x)$$

$$f(4) = \lim_{x \rightarrow 4^-} (ax + b)$$

$$b + 8 = 4a + b$$

$$4a = 8$$

$$\frac{4a}{4} = \frac{8}{4}$$

$$\therefore a = 2 \Rightarrow$$

$f$  متصلة من يمين 1

$$f(1) = \lim_{x \rightarrow 1^+} f(x)$$

$$5 = \lim_{x \rightarrow 1^+} (ax + b)$$

$$5 = a + b$$

$$5 = 2 + b$$

$$\therefore b = 5 - 2$$

$$b = 3$$



السؤال الثاني: أوجد المشتقة للدالة  $f(x) = \frac{\cos x}{1 - \sin x}$

$$f'(x) = \frac{(\cos x)'(1 - \sin x) - \cos x(1 - \sin x)'}{(1 - \sin x)^2}$$

$$f'(x) = \frac{-\sin x(1 - \sin x) - \cos x(-\cos x)}{(1 - \sin x)^2}$$

$$f'(x) = \frac{-\sin x + \sin^2 x + \cos^2 x}{(1 - \sin x)^2}$$

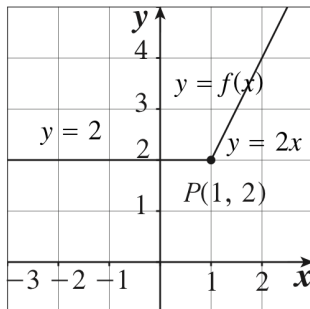
$$f'(x) = \frac{-\sin x + 1}{(1 - \sin x)^2} = \frac{1 - \sin x}{(1 - \sin x)^2} = \frac{1}{1 - \sin x}$$

\* ظلل (a) إذا كانت العبارة صحيحة و (b) إذا كانت العبارة خاطئة:

(a)

(b)

إذا كانت  $y = \frac{(x-1)(x^2+x+1)}{x^3}$  فإن  $\frac{dy}{dx} = \frac{3}{x^4}$



\* ظلل الرمز الدال على الإجابة الصحيحة:

في الشكل المقابل، عند النقطة P

(a)  $f'_+(1) = 1$

(c)  $f'_-(1) = 2$

(b)  $f'_-(1) = 0$

(d) f قابلة للاشتقاق



السؤال الأول: ادرس اتصال الدالة  $f$  على مجالها حيث:

$$f(x) = \begin{cases} x+3 & : x \leq -1 \\ \frac{4}{x+3} & : x > -1 \end{cases}$$

$$D_f = (-\infty, -1] \cup (1, \infty) = \mathbb{R}$$

① ندرس اتصال  $f$  عند  $x = -1$  من جهة اليمين

$$f(-1) = -1 + 3 = 2$$

$$\lim_{x \rightarrow -1^+} \frac{4}{x+3} = \frac{\lim_{x \rightarrow -1^+} 4}{\lim_{x \rightarrow -1^+} (x+3)} = \frac{4}{2} = 2$$

شرط الاتصال

$$\lim_{x \rightarrow -1^+} x+3 = 2 \quad 2 \neq 0$$

$$f(-1) = \lim_{x \rightarrow -1^+} f(x)$$

∴  $f$  متصلة عند  $x = -1$  من جهة اليمين

② بفرض  $g(x) = x+3$  : نثبت حدود متصلة على  $\mathbb{R}$

$$f(x) = g(x) \quad \forall x \in (-\infty, -1] \subset \mathbb{R}$$

∴  $f$  متصلة على  $(-\infty, -1]$

③  $h(x) = \frac{4}{x+3}$  : نثبت حدود متصلة عند  $x \in \mathbb{R} - \{-1\}$

$$f(x) = h(x) \quad \forall x \in (-1, \infty) \subset \mathbb{R} - \{-1\}$$

∴  $f$  متصلة على  $(-1, \infty)$

من ①، ②، ③ تكون  $f$  متصلة على  $\mathbb{R}$   
∴  $f$  متصلة على مجالها

السؤال الثاني: أوجد المشتقة للدالة  $f$ :  $f(x) = \frac{\sin x}{\sin x + \cos x}$

$$\begin{aligned} f'(x) &= \frac{(\sin x)' (\sin x + \cos x) - \sin x (\sin x + \cos x)'}{(\sin x + \cos x)^2} \\ &= \frac{\cos x (\sin x + \cos x) - \sin x (\cos x - \sin x)}{(\sin x + \cos x)^2} \\ &= \frac{\cancel{\cos x \sin x} + \cos^2 x - \cancel{\sin x \cos x} + \sin^2 x}{(\sin x + \cos x)^2} \\ &= \frac{\cos^2 x + \sin^2 x}{(\sin x + \cos x)^2} \\ &= \frac{1}{(\sin x + \cos x)^2} \end{aligned}$$

\* ظلل (a) إذا كانت العبارة صحيحة و (b) إذا كانت العبارة خاطئة:

(a)

(b)

إذا كانت  $y = \frac{(x-1)(x^2+x+1)}{x^3}$  فإن  $\frac{dy}{dx} = \frac{3}{x^4}$

\* ظلل الرمز الدال على الإجابة الصحيحة:

إذا كانت  $f$  دالة متصلة على  $[-2, 3]$  فإن:

(a)  $\lim_{x \rightarrow -2^+} f(x) = \lim_{x \rightarrow -3^-} f(x)$

(b)  $\lim_{x \rightarrow -2^+} f(x) = f(3)$

(c)  $\lim_{x \rightarrow -2^+} f(x) = f(-2)$

(d)  $\lim_{x \rightarrow -3^-} f(x) = f(-2)$

السؤال الأول: لتكن الدالة  $f$ :  $f(x) = \begin{cases} x^2 + 1 & : x \leq 2 \\ 4x - 3 & : x > 2 \end{cases}$  دالة متصلة على مجالها أوجد  $f'(x)$  إن أمكن

$$f \text{ مجال} = (-\infty, 2] \cup (2, \infty) = \mathbb{R}$$

$$f'(x) = \begin{cases} 2x & : x < 2 \\ \text{نبت} & : x = 2 \\ 4 & : x > 2 \end{cases}$$

$$f(2) = 2^2 + 1 = 5$$

$$f'_-(2) = \lim_{x \rightarrow 2^-} \frac{f(x) - f(2)}{x - 2} \quad \text{انزيمت}$$

$$= \lim_{x \rightarrow 2^-} \frac{x^2 + 1 - 5}{x - 2}$$

$$= \lim_{x \rightarrow 2^-} \frac{x^2 - 4}{x - 2}$$

$$= \lim_{x \rightarrow 2^-} \frac{(x-2)(x+2)}{(x-2)}$$

$$= \lim_{x \rightarrow 2^-} (x+2)$$

$$= 4$$

$$f'_+(2) = \lim_{x \rightarrow 2^+} \frac{f(x) - f(2)}{x - 2} \quad \text{انزيمت}$$

$$= \lim_{x \rightarrow 2^+} \frac{(4x - 3) - 5}{x - 2}$$

$$= \lim_{x \rightarrow 2^+} \frac{4x - 8}{x - 2}$$

$$= \lim_{x \rightarrow 2^+} \frac{4(x-2)}{x-2}$$

$$= \lim_{x \rightarrow 2^+} 4 = 4$$

$$f'_-(2) = f'_+(2) = 4$$

$\therefore$

$$f'(2) = 4$$

$\therefore$

$$f'(x) = \begin{cases} 2x & : x < 2 \\ 4 & : x \geq 2 \end{cases}$$

$\therefore$

$\therefore$  مجال  $f'$  هو  $\mathbb{R}$





السؤال الثاني: باستخدام التعريف أوجد مشتقة الدالة  $f$ :  $f(x) = 3x^2$  عند  $x = -2$

$$f'(-2) = \lim_{x \rightarrow -2} \frac{f(x) - f(-2)}{x + 2} \quad \text{! أن صدق}$$

$$= \lim_{x \rightarrow -2} \frac{3x^2 - 12}{x + 2}$$

$$f(-2) = 3(-2)^2 = 12$$

$$= \lim_{x \rightarrow -2} \frac{3(x^2 - 4)}{x + 2}$$

$$= \lim_{x \rightarrow -2} \frac{3(x-2)(x+2)}{(x+2)}$$

$$= \lim_{x \rightarrow -2} 3(x-2) = 3 \lim_{x \rightarrow -2} (x-2) = 3(-4) = -12$$

\* ظلل (a) إذا كانت العبارة صحيحة و (b) إذا كانت العبارة خاطئة:

(a)

(b)

إذا كانت  $y = -x^2 + 3$  فإن  $\frac{dy}{dx} = -2$

\* ظلل الرمز الدال على الإجابة الصحيحة:

إذا كانت  $f(x) = 3x + x \tan x$  فإن  $f'(0)$  يساوي:

(a) 0

(b) 1

(c) 3

(d) -3



السؤال الأول: لتكن الدالة  $f$  متصلة على مجالها:

$$f(x) = \begin{cases} x^2 + 1 & : x < 1 \\ 2\sqrt{x} & : x \geq 1 \end{cases}$$

أوجد  $f'(x)$  وعيّن مجالها.

$$D_f = (-\infty, 1) \cup [1, \infty) = \mathbb{R}$$

$$f'(x) = \begin{cases} 2x & : x < 1 \\ \text{نبحث} & : x = 1 \\ 2 \frac{1}{2\sqrt{x}} = \frac{1}{\sqrt{x}} & : x > 1 \end{cases}$$

$$f(1) = 2\sqrt{1} = 2$$

$$f'_-(1) = \lim_{x \rightarrow 1^-} \frac{f(x) - f(1)}{x - 1}$$

$$= \lim_{x \rightarrow 1^-} \frac{x^2 + 1 - 2}{x - 1}$$

$$= \lim_{x \rightarrow 1^-} \frac{x^2 - 1}{x - 1}$$

$$= \lim_{x \rightarrow 1^-} \frac{(x-1)(x+1)}{(x-1)}$$

$$= \lim_{x \rightarrow 1^-} (x+1) = 2$$

$$f'_+(1) = \lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{f(x) - f(1)}{x - 1}$$

$$= \lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{2\sqrt{x} - 2}{x - 1}$$

$$= \lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{2(\sqrt{x} - 1)(\sqrt{x} + 1)}{(x-1)(\sqrt{x} + 1)}$$

$$= \lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{2(x-1)}{(x-1)(\sqrt{x} + 1)} = \lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{2}{\sqrt{x} + 1}$$

$$= \frac{\lim_{x \rightarrow 1^+} 2}{\lim_{x \rightarrow 1^+} \sqrt{x} + 1} = \frac{2}{2} = 1$$

شرط القام

$$\lim_{x \rightarrow 1^+} \sqrt{x} + \lim_{x \rightarrow 1^+} 1 = 1 + 1 = 2 \neq 0$$

$f'_-(1) \neq f'_+(1)$  وبالتالي  $f'(1)$  غير موجودة

$$f'(x) = \begin{cases} 2x & : x < 1 \\ \text{غير موجودة} & : x = 1 \\ \frac{1}{\sqrt{x}} & : x > 1 \end{cases}$$

$\therefore$  مجال  $f'$  هو  $\mathbb{R} - \{1\}$



السؤال الثاني: لتكن الدالة  $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  :  $f(x) = \sqrt[3]{x^2 + 3x - 2}$  ادرس اتصال الدالة على  $\mathbb{R}$ .

$$h(x) = \sqrt[3]{x}$$

$$g(x) = x^2 + 3x - 2 \quad \text{بفرض}$$

$$\begin{aligned} (h \circ g)(x) &= h(g(x)) \\ &= h(x^2 + 3x - 2) \\ &= \sqrt[3]{x^2 + 3x - 2} = f(x) \end{aligned}$$

$$\therefore (h \circ g)(x) = f(x)$$

①  $g(x)$  : كثيرة حدود متصلة على  $\mathbb{R}$

②  $h(x)$  : جذر تكعيبي لحدود متصلة على  $\mathbb{R}$

تركيب دالتين كل منهما متصلة على  $\mathbb{R}$  هو دالة متصلة على  $\mathbb{R}$

$\therefore f$  متصلة على  $\mathbb{R}$

\* ظلل (a) إذا كانت العبارة صحيحة و (b) إذا كانت العبارة خاطئة:

(a)

(b)

الدالة  $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  :  $f(x) = x|x|$  غير قابلة للاشتقاق  $\forall x \in \mathbb{R}$

\* ظلل الرمز الدال على الإجابة الصحيحة:

الدالة  $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  :  $f(x) = \frac{2x-1}{\sqrt{x^2-25}}$  متصلة على:

(a)  $(-\infty, \frac{1}{2}]$

(b)  $(5, \infty)$

(c)  $\mathbb{R}$

(d)  $(-5, 5)$

السؤال الأول: لتكن  $f$  :  $f(x) = |x - 2|$  ابحث قابلية اشتقاق الدالة  $f$  عند  $x = 2$

نفيد تعريف المطلقة

$$f(x) = \begin{cases} x-2 & : x > 2 \\ -(x-2) & : x \leq 2 \end{cases}$$

$$f(2) = |2-2| = 0$$

$$f'_-(2) = \lim_{x \rightarrow 2^-} \frac{f(x) - f(2)}{x - 2}$$

$$= \lim_{x \rightarrow 2^-} \frac{-(x-2) - 0}{x - 2}$$

$$= \lim_{x \rightarrow 2^-} -1$$

$$= -1$$

$$f'_+(2) = \lim_{x \rightarrow 2^+} \frac{f(x) - f(2)}{x - 2}$$

$$= \lim_{x \rightarrow 2^+} \frac{(x-2)}{x - 2}$$

$$= \lim_{x \rightarrow 2^+} 1$$

$$= 1$$

$$\therefore f'_-(2) \neq f'_+(2)$$

$\therefore f'(2)$  غير موجودة

$f$  لا تقبل الاشتقاق عند  $x = 2$



السؤال الثاني: أوجد  $\frac{dy}{dx}$

$$y = 4 - x^2 \sin x$$

$$\begin{aligned} y' &= 0 - (x^2)' \cdot \sin x + x^2 (\sin x)' \\ &= - (2x \sin x + x^2 \cos x) \\ &= - 2x \sin x - x^2 \cos x \end{aligned}$$

\* ظلل (a) إذا كانت العبارة صحيحة و (b) إذا كانت العبارة خاطئة:

(a) (b)

الدالة  $f: \frac{2x-3}{x+2}$  متصلة على  $(-\infty, 0)$  فقط .

\* ظلل الرمز الدال على الإجابة الصحيحة:

إذا كانت  $f(x) = 5x^3 - 3x^5$  فإن  $f'(x)$  تساوي:

- (a)  $20x + 60x^3$  (b)  $15x^2 - 15x^4$  (c)  $30x - 30x^4$  (d)  $30x - 60x^3$



$$f(x) = \begin{cases} 2 & : x = 1 \\ \frac{x^2 + 1}{x} & : 1 < x < 5 \\ \frac{26}{5} & : x = 5 \end{cases}$$

السؤال الأول: ادرس اتصال الدالة  $f$  على  $[1, 5]$  حيث:

$$D_f = \{1\} \cup (1, 5) \cup \{5\} = [1, 5]$$

① ندرس اتصال  $f$  عند  $x=1$  من جهة اليمين

$$f(1) = 2$$

$$\lim_{x \rightarrow 1^+} f(x) = \lim_{x \rightarrow 1^+} \left( \frac{x^2 + 1}{x} \right)$$

$$= \frac{\lim_{x \rightarrow 1^+} x^2 + 1}{\lim_{x \rightarrow 1^+} x} = \frac{2}{1} = 2$$

$$x=1 \\ 1 \neq 0$$

$\therefore f$  متصلة عند  $x=1$  من جهة اليمين  $f(1) = 2 = \lim_{x \rightarrow 1^+} f(x)$

② ندرس اتصال  $f$  عند  $x=5$  من جهة اليسار

$$f(5) = \frac{26}{5}$$

$$\lim_{x \rightarrow 5^-} f(x) = \lim_{x \rightarrow 5^-} \frac{x^2 + 1}{x}$$

$$= \frac{\lim_{x \rightarrow 5^-} x^2 + 1}{\lim_{x \rightarrow 5^-} x} = \frac{26}{5}$$

$$x=5 \\ 5 \neq 0$$

$\therefore f(5) = \lim_{x \rightarrow 5^-} f(x)$   $\therefore f$  متصلة عند  $x=5$  من اليسار

③ بفرض  $g(x) = \frac{x^2 + 1}{x}$   $x \in \mathbb{R} \setminus \{0\}$   $\therefore g$  متصلة عند كل  $x \in \mathbb{R} \setminus \{0\}$

$$f(x) = g(x) \quad \forall x \in (1, 5) \subset \mathbb{R} - \{0\}$$

$\therefore f$  متصلة على  $(1, 5)$

من ① ، ② ، ③ تكون  $f$  متصلة على  $[1, 5]$

$\therefore f$  متصلة على مجالها



السؤال الثاني: لتكن  $f(x) = x^2 + 2$  . أوجد  $f'(x)$  باستخدام تعريف المشتقة.

$$f'(x) = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(x+h) - f(x)}{h} \quad \text{ان وجدت}$$

$$= \lim_{h \rightarrow 0} \frac{(x^2 + 2hx + h^2) - (x^2 + 2)}{h}$$

$$= \lim_{h \rightarrow 0} \frac{x^2 + 2hx + h^2 - x^2 - 2}{h}$$

$$= \lim_{h \rightarrow 0} \frac{2hx + h^2}{h} = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{(2x + h)h}{h} = \lim_{h \rightarrow 0} (2x + h) = 2x$$

$$f(x) = x^2 + 2$$

$$f(x+h) = (x+h)^2 + 2 = x^2 + 2hx + h^2 + 2$$

\* ظلل (a) إذا كانت العبارة صحيحة و (b) إذا كانت العبارة خاطئة:

(a) (b)

$$\text{إذا كانت } y = \frac{4}{\cos x} \text{ فإن } \frac{dy}{dx} = -\frac{4}{\cos^2 x}$$

\* ظلل الرمز الدال على الإجابة الصحيحة:

الدالة  $f: f(x) = \sqrt[3]{x-1}$  مماس رأسي معادلته:

(a)  $x = 0$

(b)  $y = 0$

(c)  $x = 1$

(d)  $y = 1$



الدالة  $f$  القابلة للاشتقاق عند  $x = 3$  فيما يلي هي:

(a)  $f(x) = \frac{x+1}{x-3}$

(b)  $\sqrt{3-x}$

(c)  $\begin{cases} 3x-1 & : & x \leq 3 \\ 1 & : & x > 3 \end{cases}$

(d)  $\sqrt[3]{x+2}$

إذا كانت  $y = \frac{1}{x} + 5 \sin x$  فإن  $\frac{dy}{dx}$  تساوي:

(a)  $-\frac{1}{x^2} - 5 \cos x$

(b)  $\frac{1}{x^2} + 5 \cos x$

(c)  $-\frac{1}{x^2} + 5 \cos x$

(d)  $\frac{1}{x^2} - 5 \cos x$

معادلة المستقيم العمودي على المماس لبيان الدالة  $y = 2 \cos x$  عند النقطة  $(\frac{\pi}{2}, 0)$  هي

(a)  $y = \frac{x}{2} - \frac{\pi}{4}$  (b)  $y = -\frac{x}{2} + \frac{\pi}{4}$  (c)  $y = \frac{x}{2} + \frac{\pi}{4}$  (d)  $y = -\frac{x}{2} - \frac{\pi}{4}$

النقاط على منحنى الدالة  $y = 2x^3 - 3x^2 - 12x + 20$  التي يكون المماس عندها موازيًا لمحور السينات هي:

(a)  $(-1, 27)$

(b)  $(2, 0)$

(c)  $(2, 0), (-1, 27)$

(d)  $(-1, 27), (0, 20)$

ميل الناقص لمنحنى الدالة  $y = x^3 - 3x + 1$  عند النقطة  $(2, 3)$  هي:

(a) 9

(b) 3

(c)  $-\frac{1}{3}$

(d)  $-\frac{1}{9}$

لتكن الدالة  $f: \frac{x+1}{x-4}$  فإن الدالة  $f$ :

(a) لها نقطتي انفصال عند كل من  $x = -1, x = 4$  (b) متصلة على  $[-\infty, 4]$

(c) متصلة على كل من  $(-\infty, 4), (4, \infty)$  (d) ليس أيًا مما سبق

إن الدالة  $f: x + \sqrt{x^2} + 2$  ليست قابلة للاشتقاق عند  $x = 0$  والسبب هو:

(a) ناب

(b) ركن

(c) مماس عمودي

(d) غير متصلة

إذا كانت  $y = \frac{1}{\sin x}$  فإن  $y'$  تساوي:

(a)  $\cot x \cdot \csc x$

(b)  $\cos x$

(c)  $-\cot x \cdot \csc x$

(d)  $-\cos x$