اختبارات قلب الأم

نهاية الفصل الأول إجابة

الرياضيات

أ/وليد حسين

الصف

12

علمي

القسم الأول : أسئلة المقال.

أجب عن جميع أسئلة المقال موضحاً خطوات الحل

15

السؤال الأول :

(a)

بيّن أن الدالة f: $f(x) = x + \frac{1}{x}$ تحقّق شروط نظريّة القيمة المتوسطة على $\left[\frac{1}{2}\ ,\ 2\right]$. ثمّ أوجد قيمة c التي تنبئ بها النظرية. فسّر إجابتك.

f متصلة عند كل $x \in R/\{0\}$ $\therefore$ f متصلة على $[\frac{1}{2}, 2] \subseteq R/\{0\}$

$f'(x) = 1 - \frac{1}{x^2}$

f قابلية للاشتقاق على الفترة $(\frac{1}{2}, 2)$

$\therefore$ f تحقق شروط نظرية القيمة المتوسطة على الفترة $[\frac{1}{2}, 2]$

$\therefore$ يوجد نقطة $c \in (\frac{1}{2}, 2)$ وتحقق أن

$$f'(c) = \frac{f(2) - f(\frac{1}{2})}{2 - \frac{1}{2}}$$

$f(2) = \frac{5}{2}$

$f(\frac{1}{2}) = \frac{5}{2}$

$$1 - \frac{1}{c^2} = \frac{\frac{5}{2} - \frac{5}{2}}{2 - \frac{1}{2}} = 0$$

$\therefore 1 - \frac{1}{c^2} = 0 \Rightarrow 1 = \frac{1}{c^2} \Rightarrow c^2 = 1$

$\therefore c = \mp\sqrt{1} = \mp 1$

$-1 \notin (\frac{1}{2}, 2)$ ، $1 \in (\frac{1}{2}, 2)$

$\therefore$ $\boxed{c = 1}$

التفسير: ميل المماس عند $x = 1$ يساوي ميل المستقيم القاطع المار من $(2, \frac{5}{2})$ ، $(\frac{1}{2}, \frac{5}{2})$

تابع / السؤال الأول : أوجد :

(b)

$$\lim_{x\to\infty}\frac{x+5}{\sqrt{x^2+2x+7}}$$

$$=\lim_{x\to\infty}\frac{x+5}{\sqrt{x^2\left(1+\frac{2}{x}+\frac{7}{x^2}\right)}}$$

$\sqrt{x^2}=|x|$

$|x|=x$

$\because x\to\infty$

$$=\lim_{x\to\infty}\frac{x+5}{|x|\sqrt{1+\frac{2}{x}+\frac{7}{x^2}}}$$

$$=\lim_{x\to\infty}\frac{\cancel{x}\left(1+\frac{5}{x}\right)}{\cancel{x}\sqrt{1+\frac{2}{x}+\frac{7}{x^2}}}=\lim_{x\to\infty}\frac{1+\frac{5}{x}}{\sqrt{1+\frac{2}{x}+\frac{7}{x^2}}}$$

شرط الجذر

$$\lim_{x\to\infty}1+\frac{2}{x}+\frac{7}{x^2}=\lim_{x\to\infty}1+\lim_{x\to\infty}\frac{2}{x}+\lim_{x\to\infty}\frac{7}{x^2}=1>0$$

ترتيب (ع)

$$\lim_{x\to\infty}\sqrt{1+\frac{2}{x}+\frac{7}{x^2}}=\sqrt{\lim_{x\to\infty}1+\frac{2}{x}+\frac{7}{x^2}}=\sqrt{1}=1\neq 0$$

$$\therefore\lim_{x\to\infty}\frac{x+5}{\sqrt{x^2+2x+\frac{7}{x^2}}}=\lim_{x\to\infty}\frac{1+\frac{5}{x}}{\sqrt{1+\frac{2}{x}+\frac{7}{x^2}}}$$

$$=\frac{\lim_{x\to\infty}1+\lim_{x\to\infty}\frac{5}{x}}{\lim_{x\to\infty}\sqrt{1+\frac{2}{x}+\frac{7}{x^2}}}=\frac{1}{\sqrt{1}}=1$$

SAMA

15

السؤال الثاني : أوجد :

(a)

$$\lim_{x\to1}\frac{\sqrt{x^2+3}-2}{x^2-x}$$

صيغة غير معينة $\frac{0}{0}$

$$=\lim_{x\to1}\frac{\sqrt{x^2+3}-2}{x^2-x}\cdot\frac{(\sqrt{x^2+3}+2)}{(\sqrt{x^2+3}+2)}$$

$$=\lim_{x\to1}\frac{x^2+3-4}{x(x-1)(\sqrt{x^2+3}+2)}=\lim_{x\to1}\frac{x^2-1}{x(x-1)(\sqrt{x^2+3}+2)}$$

$$=\lim_{x\to1}\frac{(\cancel{x-1})(x+1)}{x(\cancel{x-1})(\sqrt{x^2+3}+2)}=\lim_{x\to1}\frac{x+1}{x(\sqrt{x^2+3}+2)}$$

$$=\lim_{x\to1}\frac{x+1}{x(\sqrt{x^2+3}+2)}$$

$$=\frac{2}{4}=\frac{1}{2}$$

شرط الجذر

$\lim_{x\to1}(x^2+3)=1+3=4$

$4>0$

شرط المقام

$\lim_{x\to1}x(\sqrt{x^2+3}+2)$

$=\lim_{x\to1}x\left(\sqrt{\lim_{x\to1}x^2+3}+\lim_{x\to1}2\right)$

$=1(\sqrt{4}+2)=4$

$4\neq0$

تابع : السؤال الثاني :

(b) (b) إذا كانت : $f(x) = 2x + 1 \;,\quad g(x) = x^3$

(1) أوجد $(g \circ f)'(x)$

(2) أوجد معادلة المماس للدالة $(g \circ f)(x)$ عند النقطة $A(0, 1)$

$(g \circ f)'(x) = g'(f(x)) \cdot f'(x)$

① $f'(x) = 2$

② $g'(x) = 3x^2$

$g'(f(x)) = 3(2x+1)^2$

$(g \circ f)'(x) = 3(2x+1)^2 (2)$

$(g \circ f)'(x) = 6(2x+1)^2$

② $A(0,1) \quad \therefore \quad x = 0 \;,\; y = 1$

ميل المماس $(g \circ f)'(0) = 6(2(0)+1)^2 = 6$

$m = 6$

معادلة المماس $y - y_1 = m(x - x_1)$

$y - 1 = 6(x - 0)$

$y = 6x + 1$ وهي معادلة المماس

SAMA سما

15

السـؤال الثـالث :

(a) ابحث اتصال الدالة f: $f(x) = \left|\sqrt{x} - 3\right|$ عند $x = 4$

نفرض $h(x) = \sqrt{x} - 3$ $g(x) = |x|$

$(g \circ h)(x) = g(h(x)) = g(\sqrt{x} - 3)$

$= |\sqrt{x} - 3| = f(x)$

ندرس اتصال $g \circ h(x)$ عند $x = 4$

$h(x) = \sqrt{x} - 3$

$h_1(x) = \sqrt{x}$: متصلة عند كل $x \in R^+$

$\therefore$ متصلة عند $x = 4 > 0$ (I)

$h_2(x) = 3$: متصلة عند $x = 4$ (II)

من (I) ، (II) تكون

دالة الطرح $h = h_1 - h_2$

متصلة عند $x = 4$ نظرية (1)

$h(4) = \sqrt{4} - 3 = -1$

$g(x) = |x|$

ندرس اتصال g عند $x = -1$

g متصلة عند $x = -1$ (2)

من (1) ، (2) تكون $(g \circ h)$ متصلة عند $x = 4$

(نظرية)

تابع :السؤال الثالث :

(b) أوجد القيم القصوى المطلقة للدالة:

$$f(x) = x^{\frac{3}{5}} \quad , \quad [-2,3]$$

f دالة متصلة على $\mathbb{R}$

$\therefore$ f متصلة على $[-2,3]$

$\therefore$ f متصلة على الفترة المغلقة $[-2,3]$

$\therefore$ يوجد قيمة عظمى مطلقة وقيمة صغرى مطلقة

$$f'(x) = \frac{3}{5} x^{-\frac{2}{5}} = \frac{3}{5(x)^{\frac{2}{5}}}$$

$f'(x) \neq 0$

$\therefore 3$

ويكون $f'(x)$ غير موجودة

عندما $5(x)^{\frac{2}{5}} = 0$

$\therefore x = 0 \in (-2,3)$

x	-2	0	3
y	$(-2)^{\frac{3}{5}} = -\sqrt[5]{8}$	0	$\sqrt[5]{27}$

$\therefore$ عند $x=-2$ يوجد قيمة صغرى مطلقة هي $f(-2) = -\sqrt[5]{8}$

عند $x=3$ يوجد قيمة عظمى مطلقة هي $f(3) = \sqrt[5]{27}$

السؤال الرابع :

(a) ادرس تغير الدالة f : $f(x)=-x^3-3x$ وارسم بيانها.

f كثيرة حدود متصلة وقابلة للاشتقاق على R

$$\lim_{x\to\infty} f(x) = \lim_{x\to\infty}(-x^3) = -\infty$$

$$\lim_{x\to-\infty} f(x) = \lim_{x\to-\infty}(-x^3) = \infty$$

$f'(x) = -3x^2 - 3$

نضع $f'(x)=0$

$-3x^2 - 3 = 0$

لا يوجد لها أصفار

x	$-\infty$ $\qquad$ ∞
الفترات	$(-\infty, \infty)$
إشارة f'	$-$
سلوك f	↘

f متناقصة على $(-\infty, \infty)$

ولا يوجد قيم عظمى أو صغرى محلية

$f''(x) = -6x$

نضع $f''(x)=0$

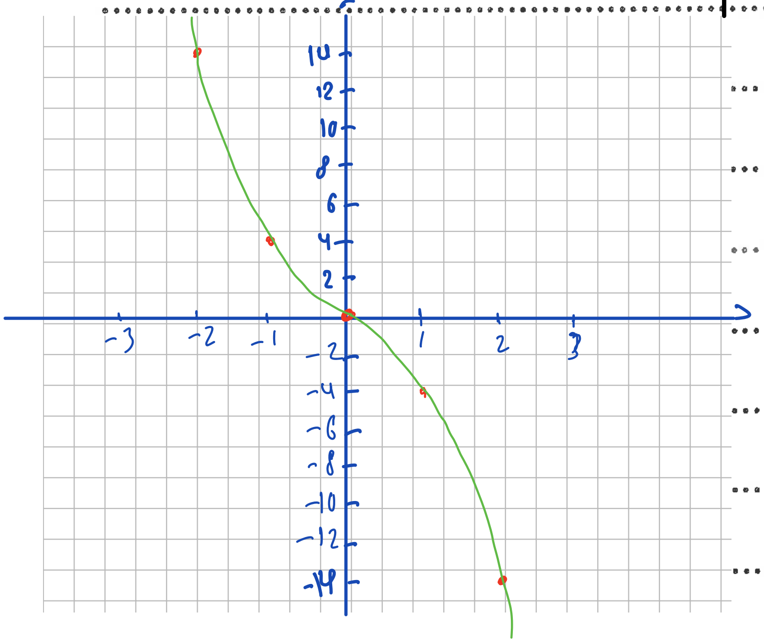
$-6x=0$

$x=0$

	$-\infty$ $\qquad$ 0	$\qquad$ ∞
الفترات	$(-\infty, 0)$	$(0, \infty)$
إشارة f''	$+$	$-$
التقعر	∪	∩

منحنى f مقعر للأعلى $(-\infty, 0)$ ومقعر للأسفل $(0, \infty)$

، $(0,0)$ نقطة انقلاب



x	-2	-1	0	1	2
y	14	4	0	-4	-14
النوع			انقلاب		

تابــع / الســؤال الرابـع :

(b أخذت عينة عشوائية من مجتمع طبيعي حجمها $n = 25$ ، فإذا كان الانحراف المعياري للعينة (s) يساوي 10 ، ومتوسطها الحسابي $(\bar{x})$ يساوي 15 ، استخدم مستوى ثقة 95% لإيجاد:

1) هامش الخطأ

2) فترة الثقة للمتوسط الحسابي للمجتمع الإحصائي μ

$n = 25$ $s = 10$ $\bar{x} = 15$ $1-\alpha = 0.95$

∵ σ غير معلوم ، $n = 25 < 30$ ∴ $E = t_{\frac{\alpha}{2}} \times \frac{s}{\sqrt{n}}$

$t_{\frac{\alpha}{2}} = 2.064$

عند درجة حرية $n-1 =$

$n-1 = 24$

حيث $\alpha = 0.05$

$\frac{\alpha}{2} = 0.025$

$= 2.064 \times \frac{10}{\sqrt{25}}$

$= 4.128$

② فترة الثقة $= (\bar{x} - E , \bar{x} + E)$

$= (15 - 4.128 , 15 + 4.128)$

$= (10.872 , 19.128)$

ملاحظة: إذا تم إعطاء تباين المجتمع σ^2 يجب أن نوجد $\sigma = \sqrt{\sigma^2}$

= = = = العينة s^2 يجب أن نوجد $s = \sqrt{s^2}$

القسم الثاني (البنود الموضوعية)

أولا : في البنود من(1) إلى (3) عبارات ظلل في ورقة الإجابة: (a) إذا كانت العبارة صحيحة (b) إذا كانت العبارة خاطئة

---

(1) يمكن أن تكون النقطة الحرجة نقطة انعطاف.

---

(2) أصغر محيط ممكن لمستطيل مساحته $16\,\text{cm}^2$ هو $16\,\text{cm}$

---

(3) إذا كانت $s = \cos\left(\frac{\pi}{2} - 3t\right)$ فإن $\frac{ds}{dt} = 3\sin\left(\frac{\pi}{2} - 3t\right)$

ثانياً : في البنود من (4) إلى (10) لكل بند أربع اختيارات واحد فقط منها صحيح ظلل في ورقة الإجابة الرمز الدال على الاختيار الصحيح

---

(4) تتقارب قيمتي t , Z المتناظرة في جدول التوزيع الطبيعي المعياري إذا زادت درجات الحرية عن:

a 29   b 28   c 27   d 26

---

(5) $$\lim_{x \to -8} \frac{x+8}{\sqrt[3]{x}+2} =$$

a 12   b -12 c 4   d -4

---

(6)

في دراسة لمجتمع إحصائي تبيّن أنّ متوسطه الحسابي $\mu = 125$ أخذت عينة من هذا المجتمع حجمها $n = 36$ فتبيّن أن متوسطها الحسابي $\bar{x} = 130$. إذا كان المقياس الإحصائي $Z = 3.125$ فإنّ الانحراف المعياري σ هو:

a -9.6 b 6.9   c 9.6   d -6.9

(7) إذا كان: $\lim_{x \to \infty} \frac{mx^2 + nx + 4}{\sqrt{x^2 - 2x + 4}} = -2$ فإن قيم m , n هي:

(a) $m = 0$, $n = -2$ (b) $m = 0$, $n = 2$ (c) $m = 1$, $n = -1$ (d) $m = 1$, $n = 1$

---

(8)

$\lim_{x \to 0} \frac{\tan 2x}{\sin x} =$

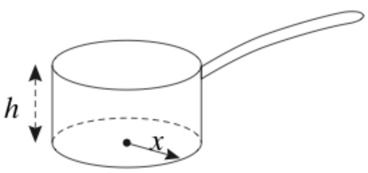
(a) 2 (b) -2 (c) 0 (d) ∞

---

(9)

تعطى المساحة الكلية لوعاء أسطواني الشكل بالمعادلة $s = \pi x^2 + \frac{2v}{x}$، حيث x طول نصف قطر قاعدته وV حجمه. (تذكر: $V = \pi x^2 h$).

إذا كان حجم الوعاء ثابتًا فإن القيمة الدنيا لمساحته هي عندما:



(a) $x > h$ (b) $x = h$ (c) $x < h$ (d) ليس أيّ مما سبق

---

(10) إذا كانت الدالة f: $f(x) = \begin{cases} x^2 + 1 & : x \geq 2 \\ \frac{x^2 - 4}{x - 2} & : x < 2 \end{cases}$ فإن:

(a) $\lim_{x \to 2^+} f(x) = 4$ (b) $\lim_{x \to 2^-} f(x) = 4$ (c) $\lim_{x \to 2} f(x)$ موجودة (d) f متصلة عند $x = 2$

انتهت الأسئلة

جدول إجابة البنود الموضوعية

(1)	(a)	(b)	(c)	(d)
(2)	(a)	(b)	(c)	(d)
(3)	(a)	(b)	(c)	(d)
(4)	(a)	(b)	(c)	(d)
(5)	(a)	(b)	(c)	(d)
(6)	(a)	(b)	(c)	(d)
(7)	(a)	(b)	(c)	(d)
(8)	(a)	(b)	(c)	(d)
(9)	(a)	(b)	(c)	(d)
(10)	(a)	(b)	(c)	(d)

لكل بند درجة واحدة

10

الدرجة: ....

القسم الأول : أسئلة المقال.

أجب عن جميع أسئلة المقال موضحاً خطوات الحل

i teacher المعلم الذكي

15

السؤال الأول :

(a)

اوجد ميل المماس للمنحنى الذي معادلته $x^2 - y^2 + xy - 1 = 0$ عند النقطة (1,1)

نشتق $2x - 2yy' + y + xy' = 0$

$-2yy' + xy' = -2x - y$

$y'(-2y + x) = -2x - y$

$y' = \dfrac{-2x - y}{-2y + x}$

عند $(1,1) \Rightarrow x = 1 , y = 1$

$y' = \dfrac{-2-1}{-2+1} = 3 = m$ ميل المماس

معادلة المماس :

$y - y_1 = m(x - x_1)$

$y - 1 = 3(x - 1)$

$y = 3x - 3 + 1$

$y = 3x - 2$

i teacher
المعلم الذكي

تابع / السؤال الأول :

(b)

$$\lim_{x \to 0} \frac{x^2}{1 - \cos 2x}$$

$$= \lim_{x \to 0} \frac{x^2}{1 - \cos 2x} \cdot \frac{(1 + \cos 2x)}{(1 + \cos 2x)}$$

$$= \lim_{x \to 0} \frac{x^2 (1 + \cos 2x)}{\sin^2 2x}$$

$$= \lim_{x \to 0} \frac{x}{\sin 2x} \lim_{x \to 0} \frac{x}{\sin 2x} \lim_{x \to 0} (1 + \cos 2x)$$

$$= \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} \cdot \left(\lim_{x \to 0} 1 + \lim_{x \to 0} \cos 2x \right)$$

$$= \frac{1}{2} \frac{1}{2} (2) = \frac{1}{2}$$

15

السؤال الثاني :

(a) أوجد :

$$\lim_{x\to 0}\frac{\frac{1}{2+x}-\frac{1}{2}}{x}$$

$$= \lim_{x\to 0}\frac{\frac{2-(2+x)}{(2+x)\cdot 2}}{x}$$

ص.غ.ت صيغة غير معينة

$$= \lim_{x\to 0}\frac{-x}{2(2+x)x}$$

$$= \lim_{x\to 0}\frac{-1}{2(2+x)}$$

شرط المقام

$$2\lim_{x\to 0}(2+x) = 2(2) = 4$$

$$4 \neq 0$$

$$= \frac{\lim_{x\to 0}(-1)}{2\lim_{x\to 0}(2+x)}$$

$$= \frac{-1}{4}$$

تابع : السؤال الثاني :

(b)

أوجد قيمة a بحيث تصبح الدالّة التالية متّصلة عند $x = 3$:

$$f(x) = \begin{cases} x^2 - 1 & , \quad x < 3 \\ 2ax & , \quad x \geq 3 \end{cases}$$

$\because$ f متصلة عند $x = 3$

$\therefore$ $\lim_{x \to 3} f(x) = f(3)$

$\lim_{x \to 3} x^2 - 1 = \lim_{x \to 3} (2ax) = 2a(3)$

$= \quad 9 - 1 = 6a$

$8 = 6a$

$\therefore \quad a = \frac{8}{6} = \frac{4}{3}$

السؤال الثالث :

15

(a)

الدالة f معرفة كما يلي: $f(x)=\begin{cases}\sqrt{x^2+9} & : \quad x\leqslant 0\\ \dfrac{6}{x+3} & : \quad x>0\end{cases}$ ، ادرس اتصال الدالة على مجالها.

مجال f : $D_f = (-\infty, 0] \cup (0, \infty) = \mathbb{R}$

لندرس اتصال f عند $x=0$ من جهة اليمين $f(0)=\sqrt{0^2+9}=3$

$\lim\limits_{x\to 0^+} f(x) = \lim\limits_{x\to 0^+} \dfrac{6}{x+3} = \dfrac{\lim\limits_{x\to 0^+} 6}{\lim\limits_{x\to 0^+}(x+3)} = \dfrac{6}{3} = 2$

شرط خارج القسمة: $\lim\limits_{x\to 0^+} x+3 = 3 \neq 0$

$f(0) \neq \lim\limits_{x\to 0^+} f(x)$

(1) ∴ f ليست متصلة عند $x=0$ من جهة اليمين

(2) $g(x) = \dfrac{6}{x+3}$

g متصلة عند كل $x\in \mathbb{R}-\{-3\}$

∴ g متصلة على $(0,\infty)$

ولكن $f(x)=g(x) \quad \forall x\in(0,\infty)$

∴ f متصلة على $(0,\infty)$

(3) بفرض $h(x)=\sqrt{x^2+9}$

بفرض $t(x)=x^2+9$

$t(x) = x^2+9$ متصلة على $\mathbb{R}$

∴ متصلة على $(-\infty,0]$

$t(x)\geqslant 0 \quad \forall x\in(-\infty,0]$

∴ $h(x)=\sqrt{t(x)}$ متصلة على $(-\infty,0]$

من (1) ، (2) ، (3) f متصلة على $(0,\infty)$ ، $(-\infty,0]$

وليست متصلة عند $x=0$ من جهة اليمين

∴ f غير متصلة على الفترة $\mathbb{R}$

تابع :السؤال الثالث :

(b) أوجد معادلة المماس ومعادلة الخطّ العموديّ على المماس على منحنى الدالة

$$2xy + \pi \sin y = 2\pi \quad , \quad \left(1 , \frac{\pi}{2}\right)$$

i teacher المعلم الذكي

نشتق $2y + 2xy' + \pi \cos y \cdot y' = 0$

$(1, \frac{\pi}{2}) \Rightarrow 2(\frac{\pi}{2}) + 2(1)y' + \pi \cos(\frac{\pi}{2})y' = 0$

$\pi + 2y' + 0 = 0$

$\therefore y' = -\frac{\pi}{2}$ ميل المماس عند النقطة هو

معادلة المماس $y - y_1 = m(x - x_1)$

$y - \frac{\pi}{2} = -\frac{\pi}{2}(x - 1)$

$y - \frac{\pi}{2} = -\frac{\pi}{2}x + \frac{\pi}{2}$

$y = -\frac{\pi}{2}x + \pi$

السؤال الرابع :

(a) ادرس تغير الدالة $f(x) = x - 2x^3$ وارسم بيانها

f كثيرة حدود معرفة ومتصلة على R

$$\lim_{x \to -\infty} f(x) = \lim_{x \to -\infty} (-2x^3) = \infty$$

$$\lim_{x \to \infty} f(x) = \lim_{x \to \infty} (-2x^3) = -\infty$$

$f'(x) = 1 - 6x^2$

نضع $f'(x) = 0$

$1 - 6x^2 = 0 \Rightarrow x^2 = \frac{1}{6}$

$x = \frac{-\sqrt{6}}{6}$, $x = \frac{\sqrt{6}}{6}$

$\left(-\frac{\sqrt{6}}{6}, -\frac{\sqrt{6}}{9}\right), \left(\frac{\sqrt{6}}{6}, \frac{\sqrt{6}}{9}\right)$

x	$-\infty$	$-\frac{\sqrt{6}}{6}$	$\frac{\sqrt{6}}{6}$	∞
الفترات	$(-\infty, -\frac{\sqrt{6}}{6})$	$(-\frac{\sqrt{6}}{6}, \frac{\sqrt{6}}{6})$	$(\frac{\sqrt{6}}{6}, \infty)$	
إشارة f'	$-$	$+$	$-$	
سلوك f	↘	↗	↘	

f متزايدة في $\left(-\frac{\sqrt{6}}{6}, \frac{\sqrt{6}}{6}\right)$

f متناقصة $\left(-\infty, -\frac{\sqrt{6}}{6}\right)$ $\left(\frac{\sqrt{6}}{6}, \infty\right)$

عند $x = -\frac{\sqrt{6}}{6}$ صغرى محلية هي $-\frac{\sqrt{6}}{9}$

عند $x = \frac{\sqrt{6}}{6}$ عظمى محلية هي $+\frac{\sqrt{6}}{9}$

$f''(x) = -12x$

$-12x = 0$ $x = 0$

$\therefore$ $(0, 0)$

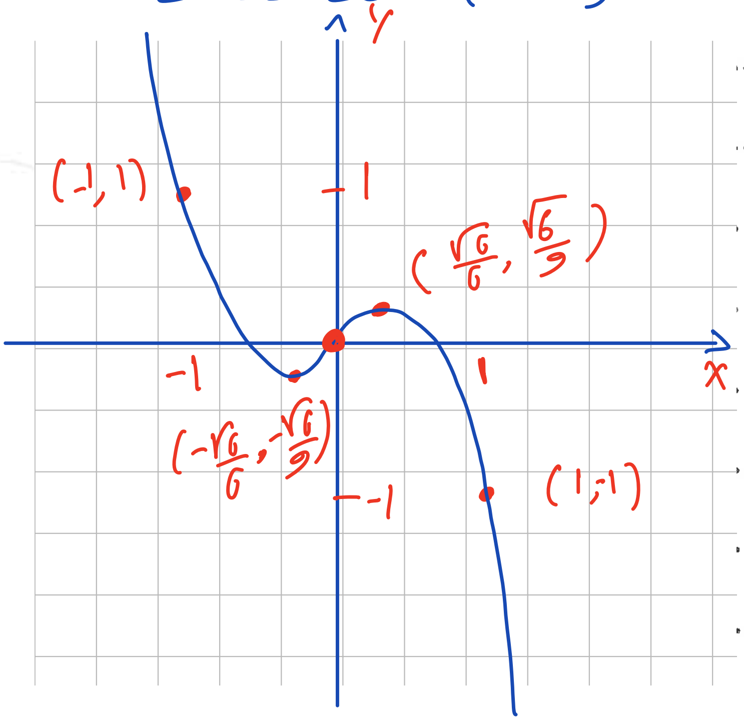
	$-\infty$	0	∞
الفترات	$(-\infty, 0)$	$(0, \infty)$	
إشارة f''	$+$	$-$	
التقعر	$\cup$	$\cap$	

منحنى f مقعر للأعلى في $(-\infty, 0)$

منحنى f مقعر للأسفل في $(0, \infty)$

نقطة انعطاف $(0, 0)$

x	-1	$-\frac{\sqrt{6}}{6}$	0	$\frac{\sqrt{6}}{6}$	1
y	1	$-\frac{\sqrt{6}}{9}$	0	$\frac{\sqrt{6}}{9}$	-1



تابع / السؤال الرابع :

b) متوسط العمر بالساعات لعينة من 100 مصباح كهربائي مصنعة في أحد المصانع $\bar{x} = 1570$ بانحراف معياري $S = 120$.

يقول صاحب المصنع إنّ متوسط العمر بالساعات $\mu = 1600$ للمصابيح المصنعة في المصنع.

اختبر صحة الفرض $\mu = 1600$ مقابل الفرض $\mu \neq 1600$ وباختيار مستوى معنوية $\alpha = 0.05$

① الفروض الإحصائية : $H_0 : \mu = 1600$ $H_1 : \mu \neq 1600$

② : σ غير معلوم $n = 100 > 30$

$Z = \dfrac{\bar{x} - \mu}{\frac{S}{\sqrt{n}}} = \dfrac{1570 - 1600}{\frac{120}{\sqrt{100}}} = \boxed{-2.5}$

③ توحيد المنطقة الحرجة $Z_{\frac{\alpha}{2}}$ عند مستوى ثقة ٪٩٥

$\alpha = 0.05$ ، $\frac{\alpha}{2} = 0.025$

$Z = 1.96$

④ فترة قبول فرض العدم

$\boxed{-2.5} \notin (-1.96, 1.96)$

⑤ القرار : نرفض الفرض العدم أي أنّ $\mu = 1600$

ونقبل الفرض البديل أي أنّ $\mu \neq 1600$

القسم الثاني (البنود الموضوعية)

أولا : في البنود من(1) إلى (3) عبارات ظلل في ورقة الإجابة: (a) إذا كانت العبارة صحيحة (b) إذا كانت العبارة خاطئة

---

(1) الدالة f : $f(x)=\sqrt{x^2-4}$ متصلة على $[-2\ ,\ 2]$

---

(2) ميل مماس منحنى الدالة f عند النقطة $(c\ ,\ f(c))$ هو $\dfrac{f(c+h)-f(c)}{h}$

---

(3) إذا كانت $y=\dfrac{(x-1)(x^2+x+1)}{x^3}$ فإن $\dfrac{dy}{dx}=\dfrac{3}{x^4}$

ثانياً : في البنود من (4) إلى (10) لكل بند أربع اختيارات واحد فقط منها صحيح ظلل في ورقة الإجابة الرمز الدال على الاختيار الصحيح

---

(4) ليكن منحنى الدالة f : $f(x)=x^2-4x+3$ فإن النقطة التي يكون مماس المنحنى عندها أفقيًّا هي:

ⓐ $(3\ ,\ 0)$ ⓑ $(1\ ,\ 0)$ ⓒ $(2\ ,\ -1)$ ⓓ $(-1\ ,\ 2)$

---

(5)

أي من الدوال التالية ليس لها نقطة انعطاف:

ⓐ $f(x)=x^3+5x$ ⓑ $f(x)=4x^2-2x^4$ ⓒ $f(x)=x^3$ ⓓ $f(x)=(x-2)^4$

---

(6) في دراسة حول متوسط الإنفاق الشهري على الطعام في منازل مدينة معينة هو $\mu=320$ (دينارًا) وقد تبيّن أن المتوسط الحسابي لعينة حجمها $n=25$ منزلًا من هذه المدينة هو $\overline{x}=310$ (دينارًا) مع انحراف معياري $S=40$. إن المقياس الإحصائي هو:

ⓐ 1.25 ⓑ -1.25

ⓒ 0.8 ⓓ -0.8

(7)

لتكن الدالة f: $f(x)=\dfrac{x}{\sqrt{x-3}}$ ، الدالة g: $g(x)=x^2+3, x\neq 0$ ، فإن: $(f\circ g)(x)$ تساوي:

ⓐ $\dfrac{x^2}{x-3}+3$ ⓑ $\dfrac{x}{\sqrt{x-3}}+3$ ⓒ $\dfrac{-(x^2+3)}{x}$ ⓓ $\dfrac{x^2+3}{|x|}$

---

(8)

إذا كانت الدالة f متصلة عند $x=2$ فإنّ $f(x)$ يمكن أن تكون:

ⓐ $\dfrac{1}{|x-2|}$ ⓑ $\sqrt{x-2}$ ⓒ $\dfrac{|x-2|}{x-2}$ ⓓ $\begin{cases}\sqrt{x^2-3} & : x>2\\ 3x-5 & : x\leqslant 2\end{cases}$

---

(9)

أردت التخطيط لصنع صندوق على هيئة شبه مكعب بدون غطاء من قطعة ورق مقوى مستطيلة أبعادها 10 cm, 16 cm، وذلك بقطع 4 مربّعات متطابقة عند الرؤوس، ثمّ طيّ الأجزاء البارزة.

أبعاد الصندوق الذي له أكبر حجم يمكن صنعه على أساسها هي:

ⓐ 2 cm, 6 cm, 12 cm ⓑ 3 cm, 4 cm, 12 cm

ⓒ 2 cm, 8 cm, 12 cm ⓓ 3 cm, 6 cm, 8 cm

---

(10) $\displaystyle\lim_{x\to 2^+}\frac{|x-2|}{x^2-4}=$

ⓐ $\dfrac{1}{2}$ ⓑ $-\dfrac{1}{2}$ ⓒ $\dfrac{1}{4}$ ⓓ $-\dfrac{1}{4}$

انتهت الأسئلة

i teacher
المعلم الذكي

جدول إجابة البنود الموضوعية

(1)	(a)	(b)	(c)	(d)
(2)	(a)	(b)	(c)	(d)
(3)	(a)	(b)	(c)	(d)
(4)	(a)	(b)	(c)	(d)
(5)	(a)	(b)	(c)	(d)
(6)	(a)	(b)	(c)	(d)
(7)	(a)	(b)	(c)	(d)
(8)	(a)	(b)	(c)	(d)
(9)	(a)	(b)	(c)	(d)
(10)	(a)	(b)	(c)	(d)

لكل بند درجة واحدة

10

الدرجة: ....

SAMA

15

i teacher المعلم الذكي

القسم الأول : أسئلة المقال.

أجب عن جميع أسئلة المقال موضحاً خطوات الحل

السؤال الأول :

(a) أوجد $\frac{dy}{dx}$ ، $\frac{d^2y}{dx^2}$

$$y = \frac{\cos x}{1 + \sin x}$$

$$y' = \frac{(\cos x)'(1+\sin x) - (\cos x)(1+\sin x)'}{(1+\sin x)^2}$$

$$= \frac{-\sin x(1+\sin x) - \cos x(\cos x)}{(1+\sin x)^2}$$

$$= \frac{-\sin x - \sin^2 x - \cos^2 x}{(1+\sin x)^2}$$

$$= \frac{-\sin x - 1}{(1+\sin x)^2} \qquad \sin^2 x + \cos^2 x = 1$$

$$= \frac{-1}{(1+\sin x)}$$

$$\frac{d^2y}{dx^2} = \left(\frac{-1}{(1+\sin x)}\right)' = \left(-1(1+\sin x)^{-1}\right)'$$

$$= -1(-1)(1+\sin x)^{-2}\cos x$$

$$= \frac{\cos x}{(1+\sin x)^2}$$

i teacher المعلم الذكي

تابع / السؤال الأول :

(b) بين أن الدالة $f: f(x) = x^3 - 3x + 2$ تحقق شروط نظرية القيمة المتوسطة على الفترة $[0,4]$ ثم اوجد c الذي تنبئ به النظرية

$\because$ f كثيرة حدود متصلة وقابلة للاشتقاق على R

$\therefore$ f متصلة على $[0,4]$ (1)

f قابلة للاشتقاق على $(0,4)$ (2) $\quad f'(x) = 3x^2 - 3$

f تحقق شروط نظرية القيمة المتوسطة على الفترة $[0,4]$

$\therefore$ يوجد عدد $c \in (0,4)$

حيث $f'(c) = \dfrac{f(4) - f(0)}{4 - 0}$

$f(4) = 54$

$3c^2 - 3 = \dfrac{54 - 2}{4}$ $\quad f(0) = 2$

$3c^2 - 3 = 13 \Rightarrow 2c^2 = 16$

$c^2 = 8$

$c = \mp\sqrt{8} = \mp 2\sqrt{2}$

$2\sqrt{2} \in (0,4)$ مقبول , $-2\sqrt{2} \notin (0,4)$ مرفوض

$\therefore$ التفسير : ميل المماس عند $c = 2\sqrt{2}$ يساوي ميل المستقيم القاطع المار في $(4,54)$, $(0,2)$

السؤال الثاني :

15

i teacher
المعلم الذكي

(a) تعطى الدالة $V(h) = 2\pi(-h^3 + 36h)$ حجم إسطوانة بدلالة ارتفاعها h .

(a) أوجد الارتفاع h(cm) للحصول على أكبر حجم للأسطوانة .

(b) ما قيمة هذا الحجم ؟

a

$f'(h) = 2\pi(-3h^2+36)$

$f'(h) = 0 \Rightarrow -3h^2+36=0$

$-3h^2+36=0$

$-3h^2=-36$

$h^2=12 \Rightarrow h=\mp 2\sqrt{3}$

$h=2\sqrt{3}$ $\because$ $h>0$ $\because$

$f''(h) = 2\pi(-6h)$

$f''(2\sqrt{3}) = 2\pi(-6(2\sqrt{3})) < 0$

$\therefore$ عند $h=2\sqrt{3}$ يكون الحجم أكبر ما يمكن

b

$V=2\pi(-h^3+36h)$

$V=2\pi(-(2\sqrt{3})^3+36(2\sqrt{3}))$

$=96\sqrt{3}\,\pi$

$\approx 522.37 \ cm^3$

تابع : السؤال الثاني :

(b) ادرس اتصال الدالة على $\mathbb{R}$.

$$f(x) = |3x^2 + 4x - 1|$$

نفرض $f_1(x) = 3x^2 + 4x - 1$ ، $f_2(x) = |x|$

$f_2 \circ f_1(x) = f_2(f_1(x)) = f_2(3x^2 + 4x - 1)$

$= |3x^2 + 4x - 1| = f(x)$

$\therefore f_2 \circ f_1(x) = f(x)$

نبحث اتصال $f_2 \circ f_1(x)$ على R

f_1 كثيرة حدود متصلة على R

f_2 دالة مطلقة متصلة على R

$f_2 \circ f_1$ متصلة على R

لأن تركيب دالتين كل منهما متصلة على R هو دالة متصلة على R

السؤال الثالث :

15

i teacher
المعلم الذكي

(a) أوجد: معادلة المماس على منحنى الدالة.

$$f(x) = \sqrt{x^2+5} \quad , \quad (2\ ,\ 3) \quad \text{عند}$$

$f(x) = (x^2+5)^{\frac{1}{2}}$

$f'(x) = \frac{1}{2}(x^2+5)^{-\frac{1}{2}}(2x)$

$= x\,(x^2+5)^{-\frac{1}{2}}$

$= \frac{x}{\sqrt{x^2+5}}$

$f'(2) = \frac{2}{\sqrt{(2)^2+5}} = \frac{2}{3} = m$ ميل المماس

$y - y_1 = m(x - x_1)$ معادلة المماس $m = \frac{2}{3}$ $(2, 3)$

$y - 3 = \frac{2}{3}(x - 2)$

$y = \frac{2}{3}x - \frac{4}{3} + 3$

$y = \frac{2}{3}x + \frac{5}{3}$ معادلة المماس

ملاحظة: اذا طلب الناظم العمودي نأخذ $\left(m = -\frac{3}{2}\right)$ ونكتب نفس المعادلة ونعوض بنتج

$y = -\frac{3}{2}x + 6$ معادلة العمودي

i teacher
المعلم الذكي

تابع :السؤال الثالث :

(b) أوجد : $\frac{dy}{dx}$ حيث : $y = x + x^2y^5$

$\frac{dy}{dx} = y'$

نشتق $y' = 1 + 2x\,y^5 + x^2(5y^4)y'$

$y' - 5x^2y^4y' = 1 + 2xy^5$

$y'(1 - 5x^2y^4) = 1 + 2xy^5$

$y' = \frac{1 + 2xy^5}{1 - 5x^2y^4}$

السؤال الرابع :

(a) ادرس تغير الدالة : $f(x) = x^3 - 3x + 4$ وارسم بيانها

f كثيرة حدود متصلة وقابلة للاشتقاق على R

$$\lim_{x\to-\infty} f(x) = \lim_{x\to-\infty}(x^3) = -\infty$$

$$\lim_{x\to\infty} f(x) = \lim_{x\to\infty}(x^3) = \infty$$

$f'(x) = 3x^2 - 3$

نضع $f'(x) = 0 \Leftarrow 3x^2 - 3 = 0$

$x = 1$ ، $x = -1$

$(1, 2)$ $(-1, -2)$

x	$-\infty$ -1	-1 1	1 ∞
الفترات	$(-\infty, -1)$	$(-1, 1)$	$(1, \infty)$
إشارة f'	+	−	+
سلوك f	↗	↘	↗

f متزايدة على $(-\infty, -1)$ ، $(1, \infty)$

f متناقصة على $(-1, 1)$

عند $x = -1$ قيمة عظمى محلية هي 2

عند $x = 1$ قيمة صغرى محلية هي -2

$f''(x) = 6x$

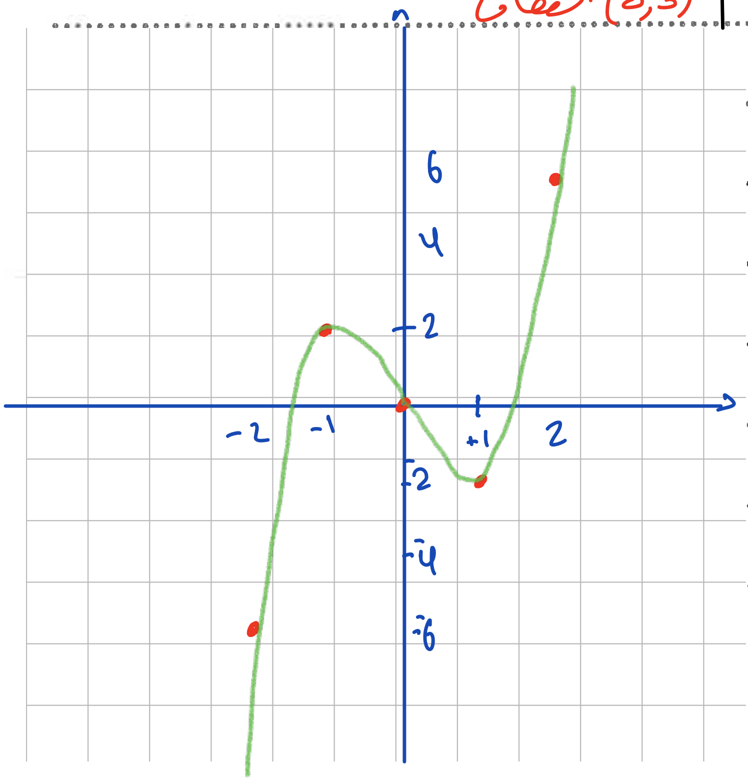
$6x = 0 \Rightarrow x = 0$

$(0, 0)$

x	$-\infty$ 0	0 ∞
الفترات	$(-\infty, 0)$	$(0, \infty)$
إشارة f''	−	+
التقعر	∩	∪

منحنى f مقعر للأعلى على $(0, \infty)$ ومقعر للأسفل $(-\infty, 0)$

انعطاف $(0, 0)$



x	-2	-1	0	1	2
y	-6	2	0	-2	6
النوع	إضافية		انعطاف		إضافية

تـابــع / السـؤال الرابـع :

(b

أوجد فترة ثقة 95% للمتوسط الحسابي للمجتمع الإحصائي μ علمًا أن العينة أخذت من مجتمع طبيعي.

إذا كان لدينا $n = 13$, $S = 0.3$, $\bar{x} = 8.4$

$\bar{x} = 8.4$

$n = 13$

$S^2 = 0.09$

$S = \sqrt{0.09}$
$= 0.3$

$1 - \alpha = 0.95$

$\alpha = 0.05$

$\frac{\alpha}{2} = 0.025$

1 ∵ σ غير معلوم $n = 13 < 30$

∴

$E = t_{\frac{\alpha}{2}} \times \frac{S}{\sqrt{n}}$

$t_{\frac{\alpha}{2}} = 2.179$

عند درجة حرية

$n - 1 = 12$

$\alpha = 0.05$

$\frac{\alpha}{2} = 0.025$

$E = 2.179 \times \frac{0.3}{\sqrt{13}}$

≈ 0.181

فترة الثقة $= (\bar{x} - E \, , \, \bar{x} + E)$

$= (8.4 - 0.181 \, , \, 8.4 + 0.181)$

$= (8.219 \, , \, 8.581)$

القسم الثاني (البنود الموضوعية)

أولا : في البنود من(1) إلى (3) عبارات ظلل في ورقة الإجابة: (a) إذا كانت العبارة صحيحة (b) إذا كانت العبارة خاطئة

---

(1) الدالة f: $f(x) = x^{\frac{2}{3}}$ تحقق شروط نظرية القيمة المتوسطة على $[0, 1]$

---

(2) إذا كانت $f''(c) = 0$، فإنّ لمنحنى الدالة f نقطة انعطاف هي $(c\ ,\ f(c))$.

---

(3) $$\lim_{x \to 1^+} (2x - |x| + 2) = 3$$

ثانياً : في البنود من (4) إلى (10) لكل بند أربع اختيارات واحد فقط منها صحيح ظلل في ورقة الإجابة الرمز الدال على الاختيار الصحيح

---

(4) $$\lim_{x \to -3} \frac{2x^3 + 9x^2 + 9x}{x + 3} =$$

(a) 9 (b) 0 (c) -3 (d) -9

---

(5) إذا كانت $f(x) = ax^2 - 25x$ لها قيمة قصوى محلية عند $x = \frac{5}{2}$، فإنّ a تساوي:

(a) 2 (b) 3 (c) 4 (d) 5

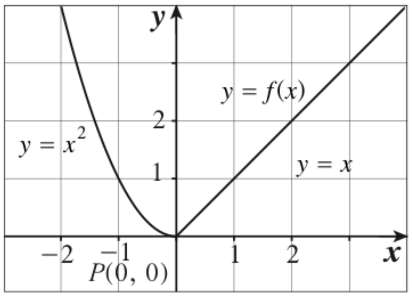
---

(6)

إن حجم العينة المطلوبة لتقدير المتوسط الحسابي للمجتمع مع هامش خطأ وحدتين، ومستوى ثقة 95%، وانحراف معياري للمجتمع $\sigma = 8$ يساوي:

(a) 65 (b) 62 (c) 8 (d) 26

(7) في الشكل المقابل، عند النقطة P:



(a) المشتقة جهة اليسار موجبة.

(b) المشتقة جهة اليمين سالبة.

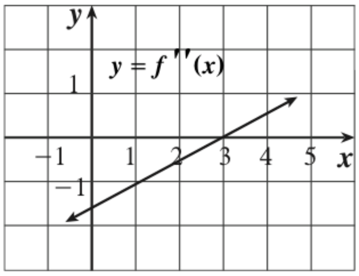
(c) الدالة قابلة للإشتقاق.

(d) ليس أيّ مما سبق.

---

(8)

إذا كانت f دالة كثيرة حدود من الدرجة الثالثة والشكل المقابل يوضح بيان f'' فإن منحنى f مقعرًا للأسفل في الفترة:



(a) $(-\infty\ ,\ 3)$

(b) $(3\ ,\ \infty)$

(c) $(-1\ ,\ 4]$

(d) $(3\ ,\ 5)$

---

(9) الدالة g: $g(x) = \begin{cases} \dfrac{x^2-1}{x-1} & : \quad x > 1 \\ 3x & : \quad x \le 1 \end{cases}$ متصلة على:

(a) $(-\infty\ ,\ 1]\ ,\ (1\ ,\ \infty)$

(b) $(-\infty\ ,\ 1)\ ,\ [1\ ,\ \infty)$

(c) $(-\infty\ ,\ \infty)$

(d) $(-\infty\ ,\ 3]$

---

(10) لتكن الدالة f: $f(x) = \sqrt{x^2+7}$ ، g : $g(x) = x^2 - 3$ فإن: $(f \circ g)(0)$ يساوي:

(a) 4

(b) -4

(c) 1

(d) -1

انتهت الأسئلة

جدول إجابة البنود الموضوعية

(1)	(a)	(b)	(c)	(d)
(2)	(a)	(b)	(c)	(d)
(3)	(a)	(b)	(c)	(d)
(4)	(a)	(b)	(c)	(d)
(5)	(a)	(b)	(c)	(d)
(6)	(a)	(b)	(c)	(d)
(7)	(a)	(b)	(c)	(d)
(8)	(a)	(b)	(c)	(d)
(9)	(a)	(b)	(c)	(d)
(10)	(a)	(b)	(c)	(d)

لكل بند درجة واحدة

10

الدرجة: ....

سما

SAMA

أ / وليد حسين