

سما  
SAMA

سما- المعلم الذكي

i teacher  
المعلم الذكي

WWW.SAMAKW.NET/AR

# نماذج اختبار نهائية الفصل ( الثاني )

## الرياضيات

## الصف

# 12



2024 - 2025



www.samakw.com



iteacher\_q8



60084568 / 50855008



حولي مجمع بيروت الدور الأول

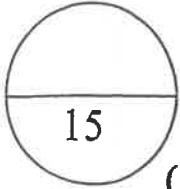
المجال الدراسي : الرياضيات  
الزمن : ساعتان و45 دقيقة  
عدد الصفحات : 11

دولة الكويت  
وزارة التربية  
التوجيه الفني للرياضيات

امتحان الفترة الدراسية الثانية للصف الثاني عشر علمي 2022 / 2023 م

القسم الأول : أسئلة المقال :

(أجب عن جميع أسئلة المقال التالية موضحاً خطوات الحل في كل منها)



(3 درجات)

$$(1) \int (x^2 + \cos 2x) dx$$

السؤال الأول :

أوجد : (a)

الحل :

(5 درجات)

$$(2) \int 3xe^{2x+1} dx$$

الحل :

تابع : السؤال الأول :

(b) إذا كانت  $\frac{x^2}{16} + \frac{y^2}{36} = 1$  معادلة قطع ناقص فأوجد:

(1) رأسي القطع وطرفي المحور الأصغر.

(2) البؤرتين.

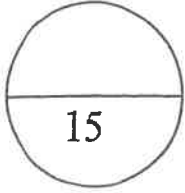
(3) معادلتي دليلي القطع.

(4) طول كل من المحورين.

(7 درجات)

الحل:

السؤال الثاني :



a) أوجد معادلة القطع الزائد الذي بؤرتاه  $F_1 (-4, 0)$  ,  $F_2 (4, 0)$  ورأساه  $A_1 (-2, 0)$  ,  $A_2 (2, 0)$  ثم أوجد معادلة كلا من خطيه المقاربتين

( 6 درجات )

الحل:

تابع : السؤال الثاني :

$$f(x) = \frac{x + 17}{2x^2 + 5x - 3} \quad \text{b) لتكن الدالة } f :$$

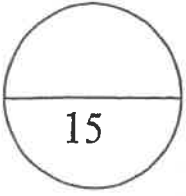
فأوجد :

(1) الكسور الجزئية .

$$\int f(x) dx \quad (2)$$

الحل:

(9 درجات)



(6 درجات)

السؤال الثالث :

(a) أوجد معادلة منحنى الدالة  $f$  الذي ميله عند أي نقطة  $P(x, y)$  يساوي:

$$3x^2 - 4x + 1$$

ويمر بالنقطة  $A(1, 2)$

الحل:

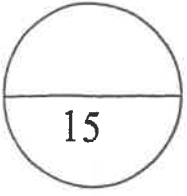
تابع : السؤال الثالث :

(b) استخدم التعويض المناسب لإيجاد التكامل :

$$\int x^3 \sqrt{x^2 - 2} dx$$

(9 درجات)

الحل:



السؤال الرابع :

(a) أوجد مساحة المنطقة المحددة بمنحنيي الدالتين :

$$y_1 = x^2 + 2 \quad , y_2 = -2x + 5$$

(8 درجات)

الحل:



تابع: السؤال الرابع :

(b) عند إلقاء قطعة نقود ثلاث مرات متتالية ، إذا كان المتغير العشوائي  $X$  يعبر

عن " عدد الكتابات " فأوجد ما يلي :

(1) فضاء العينة (S) و عدد عناصره  $n(S)$  .

(2) مدى المتغير العشوائي  $X$  .

(3) احتمال كل عنصر من عناصر مدى المتغير العشوائي  $X$  .

(4) دالة التوزيع الاحتمالي  $f$  للمتغير العشوائي  $X$  .

(7 درجات)

الحل:

القسم الثاني البنود الموضوعية ( لكل بند درجة واحدة )

في البنود من (1) إلى (3) عبارات لكل بند في ورقة الإجابة ظلل (a) إذا كانت العبارة صحيحة ،  
(b) إذا كانت العبارة خاطئة .

$$\int_{-1}^1 (|x|)^3 dx = -\frac{1}{2} \quad (1)$$

(2) إذا كانت  $y^2 = -\frac{1}{6}x$  معادلة قطع مكافئ، فإن خط التماثل هو محور السينات

(3) المساحة تحت منحنى التوزيع الطبيعي تساوي الواحد .

في البنود من (4) إلى (10) لكل بند أربعة اختيارات واحد فقط منها صحيح - اختر الإجابة الصحيحة ثم ظلل في ورقة الإجابة دائرة الرمز الدال عليها.

(4) إذا كان:  $\int_3^{-1} g(x) dx = 2$ ،  $\int_{-1}^3 f(x) dx = 4$  فإن  $\int_{-1}^3 (2f(x) + 3g(x) + 1) dx$  تساوي

- (a) 18                      (b) -6                      (c) 6                      (d) 12

(5) إذا كانت  $y = \ln\left(\frac{10}{x}\right)$  فإن  $\frac{dy}{dx}$  تساوي

- (a)  $-\frac{10}{x}$                       (b)  $\frac{10}{x}$                       (c)  $\frac{1}{x}$                       (d)  $-\frac{1}{x}$

(6) يساوي  $\int \frac{2 + \sqrt[3]{x^2}}{\sqrt{x}} dx$

- (a)  $x^{\frac{1}{2}} + \frac{6}{7}x^{\frac{7}{6}} + C$                       (b)  $4x^{\frac{1}{2}} + \frac{6}{7}x^{\frac{7}{6}} + C$   
(c)  $x^{\frac{1}{2}} + \frac{7}{6}x^{\frac{7}{6}} + C$                       (d)  $4x^{\frac{1}{2}} + \frac{7}{6}x^{\frac{7}{6}} + C$

(7) حل المعادلة التفاضلية  $2y' + y = 1$  الذي يحقق  $y = 3$  عند  $x = 5$  هو:

(a)  $y = 2e^{\frac{5}{2}}$

(b)  $y = \frac{2}{e^{\frac{5}{2}}}$

(c)  $y = 2e^{(-\frac{1}{2}x + \frac{5}{2})} + 1$

(d)  $y = 2e^{(-\frac{1}{2}x - \frac{5}{2})} + 1$

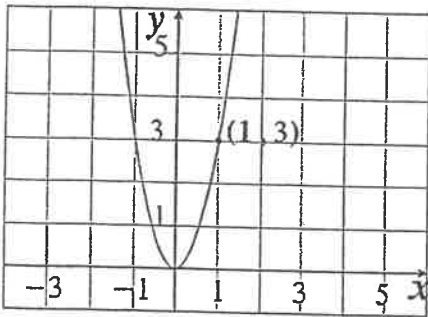
(8) الاختلاف المركزي للمعادلة  $\frac{x^2}{36} + \frac{y^2}{25} = 1$  هو:

(a)  $\frac{\sqrt{11}}{6}$

(b)  $\frac{\sqrt{11}}{5}$

(c)  $\frac{36}{25}$

(d)  $\frac{25}{36}$



(9) بؤرة القطع المكافئ في الشكل المقابل هي:

(a)  $(0, \frac{-4}{3})$

(b)  $(\frac{9}{20}, 0)$

(c)  $(0, \frac{1}{12})$

(d)  $(\frac{1}{12}, 0)$

(10) إذا كان  $X$  متغيراً عشوائياً متقطعاً دالة التوزيع الاحتمالي  $f$  هي:

$x$	0	1	2
$f(x)$	0.25	0.50	0.25

فإن التوقع له يساوي:

(a) 1.25

(b) 1.5

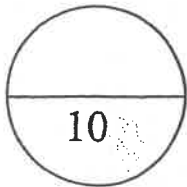
(c) 0.5

(d) 1

تمت الأسئلة مع التمنيات بالتوفيق

إجابة الأسئلة الموضوعية

رقم السؤال	الإجابة			
1	(a)	(b)		
2	(a)	(b)		
3	(a)	(b)		
4	(a)	(b)	(c)	(d)
5	(a)	(b)	(c)	(d)
6	(a)	(b)	(c)	(d)
7	(a)	(b)	(c)	(d)
8	(a)	(b)	(c)	(d)
9	(a)	(b)	(c)	(d)
10	(a)	(b)	(c)	(d)



توقيع المصحح :

توقيع المراجع :

امتحان الدور الثاني ( الفترة الدراسية الثانية ) للصف الثاني عشر علمي للعام الدراسي : 2022 / 2023 م

القسم الأول – أسئلة المقال

أجب عن جميع أسئلة المقال موضحا خطوات الحل في كل منها

السؤال الأول : ( 15 درجة )

(a) أوجد :  $\int x \sin x \, dx$  (1) (5 درجات)

الحل :

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

(b) أوجد :  $\int \frac{x^2 - 4x + 3}{x - 1} \, dx$  (2) (3 درجات)

الحل :

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

تابع السؤال الأول :

(7 درجات) معادلة قطع ناقص فأوجد  $\frac{x^2}{16} + \frac{y^2}{10} = 1$  (b) إذا كانت

(1) رأسي القطع و طرفي المحور الأصغر

(2) البؤرتين

(3) طول كل من المحورين

(4) معادلتى دليلي القطع

الحل :

السؤال الثاني : ( 15 درجة )

( a ) أوجد معادلة القطع الزائد الذي إحدى بؤرتيه  $F_1 (-5, 0)$

ورأساه  $A_1 (-3, 0)$  ,  $A_2 (3, 0)$  ثم أوجد معادلة كل من خطيه المقاربتين

( 6 درجات )

الحل :

تابع السؤال الثاني :

(9 درجات)  $f(x) = \frac{5x - 1}{x^2 - 2x - 15}$  (b) لتكن الدالة f :

فأوجد (a) الكسور الجزئية

$\int f(x)dx$  (b)

الحل:



السؤال الثالث : (15 درجة)

(a) أوجد معادلة منحنى الدالة  $f$  الذي ميله عند أي نقطة  $P(x, y)$  يساوى :

(6 درجات)

$$4x^3 + 6x^2 - 2x + 1 \text{ ويمر بالنقطة } B(1, 0)$$

الحل :

تابع السؤال الثالث :

( b ) أوجد :

( 9 درجات )

$$\int x^5 \sqrt{4 - x^2} dx$$

الحل :

السؤال الرابع : ( 15 درجة )

( a ) أوجد مساحة المنطقة المحددة بمنحنى الدالة  $f$  :  $f(x) = x^3 - 4x$

ومحور السينات في الفترة  $\left[-1, \frac{3}{2}\right]$  ( 8 درجات )

الحل :

تابع السؤال الرابع:

(b) إذا كانت  $X$  متغير عشوائي متصلا ودالة كثافة الاحتمال له هي :

$$f(x) = \begin{cases} \frac{1}{4} : 1 \leq x \leq 5 \\ 0 : \text{في ما عدا ذلك} \end{cases}$$

(7 درجات)

فأوجد :

(1)  $P(1 \leq x \leq 5)$

(2)  $P(x < 3)$

الحل:



القسم الثاني: البنود الموضوعية

- أولاً: في البنود من (1) إلى (3) عبارات ظلل (a) إذا كانت العبارة صحيحة  
(b) إذا كانت العبارة خاطئة .

$$\int_0^{\frac{\pi}{2}} \sin^2 x dx - \int_{\frac{\pi}{2}}^0 \cos^2 x dx = \frac{\pi}{2} \quad (1)$$

(2) معادلة القطع المكافئ الذي رأسه (0, 0) وبؤرته (0, 2) هي :  $x^2 = 8y$

(3) التوزيع التالي يمثل دالة التوزيع الاحتمالي  $f$  للمتغير  $X$

$x$	0	1	2	3
$f(x)$	0.1	0.05	0.4	0.4

ثانياً : في البنود من (4) إلى (10) لكل بند أربعة اختيارات واحد فقط منها صحيح ظلل في ورقة الإجابة الرمز الدال على الإجابة الصحيحة .

(4) إذا كانت :  $x = -1$  ,  $y = -5$  ,  $\frac{dy}{dx} = x^{-\frac{2}{3}}$  فإن  $y$  تساوي :

- (a)  $-\frac{x^2}{3} - \frac{14}{3}$                       (b)  $3x^{\frac{1}{3}} - 2$   
(c)  $3x^{\frac{1}{3}} + 2$                       (d)  $3x^{\frac{1}{3}}$

(5) إذا كانت  $y = e^{-5x}$  فإن  $\frac{dy}{dx}$  يساوي :

- (a)  $e^{-5x}$                               (b)  $-e^{-5x}$   
(c)  $-5e^{-5x}$                       (d)  $5e^{-5x}$

(6) نتكن  $f(x) = x^2 + 5$  فإن  $\int_{-a}^a f(x) dx > 0$  لكل قيم  $a$  تنتمي إلى :

- (a)  $R - R^-$                       (b)  $R - R^+$                       (c)  $R^-$                       (d)  $R^+$

(7) طول القوس من منحنى الدالة  $f(x) = \frac{1}{3}$  في الفترة  $[-2, 3]$  هو :

- (a) 7 units                      (b) 6 units  
(c) 5 units                      (d) 1 units

(8) إذا كان  $X$  متغير عشوائيا متقطعا لدالة التوزيع الاحتمالي  $f$  وكان التوقع  $= 0.5$  ،

$$\sum x^2 f(x) = 4.25 \quad \text{فإن الانحراف المعياري هو :}$$

- (a) 4                      (b) 2                      (c) 3.75                      (d) 1

(9) لأي قطع ناقص يكون :

- (a)  $a > c$                       (b)  $a < c$                       (c)  $a = ec$                       (d)  $a = c$

(10) إذا كانت  $a = 7$  ،  $c = 2\sqrt{10}$  ، فإن معادلة القطع المخروطي الناتج هي:

- (a)  $\frac{x^2}{49} - \frac{y^2}{9} = 1$                       (b)  $\frac{x^2}{49} + \frac{y^2}{9} = 1$   
(c)  $\frac{x^2}{7} + \frac{y^2}{3} = 1$                       (d)  $\frac{x^2}{9} - \frac{y^2}{49} = 1$

" انتهت الأسئلة "

ورقة إجابة البنود الموضوعية

السؤال	الإجابة			
( 1 )	(a)	(b)		
( 2 )	(a)	(b)		
( 3 )	(a)	(b)		
( 4 )	(a)	(b)	(c)	(d)
( 5 )	(a)	(b)	(c)	(d)
( 6 )	(a)	(b)	(c)	(d)
( 7 )	(a)	(b)	(c)	(d)
( 8 )	(a)	(b)	(c)	(d)
( 9 )	(a)	(b)	(c)	(d)
( 10 )	(a)	(b)	(c)	(d)

لكل بند درجة واحدة فقط

10

## القوانين

إذا كان  $X$  متغيراً عشوائياً منقطعاً له دالة التوزيع الاحتمالي  $f$  فإن التوقع و التباين للمتغير العشوائي يعطى بالصيغة:

$$\begin{aligned}\mu &= \sum(x_i f(x_i)) && \text{التوقع :} \\ \sigma^2 &= \sum((x_i)^2 f(x_i)) - \mu^2 && \text{التباين :} \\ \sigma &= \sqrt{\sigma^2} && \text{الانحراف المعياري :}\end{aligned}$$

خواص دالة التوزيع التراكمي للمتغير العشوائي  $X$

- (1)  $P(X > a) = 1 - P(X \leq a) = 1 - F(a)$
- (2)  $P(a < X \leq b) = F(b) - F(a)$

دالة كثافة الاحتمال للتوزيع الاحتمالي المنتظم على  $[a, b]$  هي:

$$f(x) = \begin{cases} \frac{1}{b-a} & : a \leq x \leq b \\ 0 & : \text{فيما عدا ذلك} \end{cases}$$

$$\begin{aligned}\mu &= \frac{a+b}{2} && \text{التوقع (الوسط) للتوزيع الاحتمالي المنتظم هو:} \\ \sigma^2 &= \frac{(b-a)^2}{12} && \text{التباين للتوزيع الاحتمالي المنتظم هو:}\end{aligned}$$



القسم الأول – أسئلة المقال

أجب عن جميع أسئلة المقال موضحا خطوات الحل في كل منها

السؤال الأول : ( 15 درجة )

( 9 درجات )  $\int_{-1}^1 (x^2 + 2x - 3)^2 (x + 1) dx$  ( a ) أوجد:

الحل :



السؤال الثاني: (15 درجة)

(a) أوجد:  $\int \csc^5 x \cot x \, dx$  (1) (6 درجات)

الحل:

(b) أوجد:  $\int \frac{x^2 - 4x + 3}{x - 1} \, dx$  (2) (4 درجات)

الحل:

تابع السؤال الثاني :

(5 درجات)

(b) أوجد مساحة المنطقة المحددة بمنحنى الدالة  $f$  :  
 $f(x) = x^2 - 3x$  و محور السينات

الحل :

السؤال الثالث : ( 15 درجة )

( 9 درجات )  $f(x) = \frac{5x - 1}{x^2 - 2x - 15}$  (a) لتكن الدالة  $f$  :

فأوجد : (1) الكسور الجزئية

(2)  $\int f(x)dx$

الحل:

تابع السؤال الثالث :

(b) أوجد معادلة القطع الناقص الذي بؤرتاه :  $F_1(0, -3), F_2(0, 3)$  (6 درجات)  
وطول محوره الأصغر 4

الحل:

السؤال الرابع : ( 15 درجة )

( 8 درجات )  $\int x \ln x dx$  ( a ) أوجد :

الحل :

تابع السؤال الرابع:

(b) لتكن:  $9y^2 - 25x^2 = 225$  معادلة قطع زائد ،  
فأوجد:

(1) رأسي القطع الزائد

(2) البؤرتين

(3) معادلة كل من الخطين المقاربيين

الحل:



القسم الثاني: البنود الموضوعية

- أولاً: في البنود من (1) إلى (3) عبارات ظلل (a) إذا كانت العبارة صحيحة  
(b) إذا كانت العبارة خاطئة .

$$\int \frac{1}{x^2} dx = \frac{-1}{x} + C \quad (1)$$

$$\int_{-1}^1 (|x|)^3 dx = -\frac{1}{2} \quad (2)$$

(3) حجم المجسم الناتج من دوران دورة كاملة حول محور السينات للمنطقة المحددة بمنحنى

الدالة:  $f(x) = \sqrt[3]{x}$  في الفترة  $[1, 8]$  هو:  $V = \pi \int_8^1 (\sqrt[3]{x})^2 dx$

ثانياً: في البنود من (4) إلى (10) لكل بند أربعة اختيارات واحد فقط منها صحيح ظلل في ورقة الإجابة الرمز الدال على الإجابة الصحيحة .

(4) إذا كانت:  $y = x^2 e^x - x e^x$  , فإن  $\frac{dy}{dx}$  تساوي

- (a)  $e^x(x^2 + x - 1)$       (b)  $e^x(x^2 - x)$   
(c)  $2x e^x - e^x$       (d)  $e^x(x^2 + 2x + 1)$

(5)  $\int \frac{e^x}{e^x - 4} dx$  يساوي:

- (a)  $\frac{-1}{2}(e^x - 4) + C$       (b)  $\frac{1}{2} \ln|e^x - 4| + C$   
(c)  $-\ln|e^x - 4| + C$       (d)  $\ln|e^x - 4| + C$

(6)  $\int_{\sqrt{2}}^{\sqrt{18}} \sqrt{2} dx$  يساوي:

- (a) 2      (b)  $2\sqrt{2}$       (c) 4      (d) 8

(7) يساوي :  $\int \frac{dx}{\sqrt[3]{3x+1}}$

(a)  $\frac{2}{9} (3x+1)^{\frac{2}{3}} + C$

(b)  $\frac{2}{3} (3x+1)^{\frac{2}{3}} + C$

(c)  $2 (3x+1)^{\frac{2}{3}} + C$

(d)  $\frac{1}{2} (3x+1)^{\frac{2}{3}} + C$

(8) حجم الجسم الناتج من دوران دورة كاملة حول محور السينات للمنطقة المحددة بمنحنى الدالة  $f(x) = 3$  ومحور السينات في الفترة  $[-1, 1]$  , بالوحدات المكعبة هو

(a)  $6\pi$

(b) 18

(c)  $18\pi$

(d)  $81\pi$

(9) النقطة المشتركة بين كل القطوع المكافئة التي هي على الصورة  $x^2 = 4py$  هي:

(a) (0,0)

(b) (1,0)

(c) (0,1)

(d) (1,1)

(10) المعادلة التي تمثل قطع مكافئ مفتوح الى أسفل هي:

(a)  $y^2 = \frac{-1}{2}x$

(b)  $y^2 = \frac{1}{2}x$

(c)  $x^2 = \frac{-1}{2}y$

(d)  $x^2 = \frac{1}{2}y$

" انتهت الأسئلة "

ورقة إجابة البنود الموضوعية

السؤال	الاجابة			
( 1 )	(a)	(b)		
( 2 )	(a)	(b)		
( 3 )	(a)	(b)		
( 4 )	(a)	(b)	(c)	(d)
( 5 )	(a)	(b)	(c)	(d)
( 6 )	(a)	(b)	(c)	(d)
( 7 )	(a)	(b)	(c)	(d)
( 8 )	(a)	(b)	(c)	(d)
( 9 )	(a)	(b)	(c)	(d)
( 10 )	(a)	(b)	(c)	(d)

لكل بند درجة واحدة فقط

10

المجال الدراسي : الرياضيات  
الزمن : ساعتان و45 دقيقة  
عدد الصفحات : 11

دولة الكويت  
وزارة التربية  
التوجيه الفني العام للرياضيات

امتحان الدور الثاني ( الفترة الدراسية الثانية ) للصف الثاني عشر علمي 2021 – 2022 م

القسم الأول – أسئلة المقال

أجب عن جميع أسئلة المقال موضحاً خطوات الحل في كل منها

السؤال الأول : ( 15 درجة )

( 9 درجات )  $\int x^2 \ln x^2 dx$  ( a ) أوجد

الحل :

تابع السؤال الأول :

( b ) أوجد معادلة منحنى الدالة  $f$  الذي ميله عند أي نقطة عليه  $P(x, y)$  ( 6 درجات )  
يساوي  $4x^3 + 6x^2 - 2x + 1$  و يمر بالنقطة  $B(1, 0)$

الحل :

السؤال الثاني : ( 15 درجة )

( 4 درجات ) (1)  $\int \frac{x^2 + 5x + 4}{x + 1} dx$  (a) أوجد :

الحل :

( 6 درجات ) (2)  $\int_0^{\frac{\pi}{4}} \tan x \sec^2 x dx$

الحل :

تابع السؤال الثاني :

(b) أوجد حجم المجسم الناتج من دوران المنطقة المستوية دورة كاملة (5 درجات)

حول محور السينات والمحددة بمنحنى الدالة  $f(x) = \sqrt{x-1}$  :

و محور السينات في الفترة  $[1, 5]$

الحل :

السؤال الثالث : (15 درجة)

(9 درجات) (a) لتكن الدالة  $f$  :  $f(x) = \frac{2}{(x-5)(x-3)}$

فأوجد : (1) الكسور الجزئية

(2)  $\int f(x)dx$

الحل:



تابع السؤال الثالث : (6 درجات)

(b) أوجد معادلة القطع الناقص الذي فيه البؤرتان  $F_1(-2, 0)$ ,  $F_2(2, 0)$

و نقطتا طرفي المحور الأصغر  $B_1(0, -3)$ ,  $B_2(0, 3)$

الحل:

السؤال الرابع : ( 15 درجة )

( 8 درجات )  $\int x(x + 1)^5 dx$  أوجد: ( a )

الحل :

( 7 درجات )

تابع السؤال الرابع:

( b ) لتكن معادلة القطع الزائد  $\frac{x^2}{16} - \frac{y^2}{9} = 1$  فأوجد:

- (1) رأسي القطع الزائد
- (2) البورتين
- (3) معادلتى دليلي القطع

الحل :

القسم الثاني: البنود الموضوعية

- أولاً: في البنود من (1) إلى (3) عبارات ظلل (a) إذا كانت العبارة صحيحة  
 (b) إذا كانت العبارة خاطئة .

$$\int (-x^{-3} + x - 1)dx = \frac{1}{2}x^{-2} + \frac{1}{2}x^2 - x + C \quad (1)$$

$$\int \frac{dx}{\sqrt{3x-2}} = 2\sqrt{3x-2} + C \quad (2)$$

- (3) مساحة المنطقة المحددة بمنحنى الدالة  $f : f(x) = 4 - x^2$  و محور السينات في  $[-2, 2]$  هي  $2 \int_0^2 f(x)dx$

ثانياً : في البنود من (4) إلى (10) لكل بند أربعة اختيارات واحد فقط منها صحيح ظلل في ورقة الإجابة الرمز الدال على الإجابة الصحيحة .

(4) الصورة العامة للمشتقة العكسية للدالة  $f$  حيث  $f(x) = 8 + \csc(x) \cot(x)$  هي

- (a)  $F(x) = 8x + \csc(x) + C$       (b)  $F(x) = 8x - \cot(x) + C$   
 (c)  $F(x) = 8x - \csc(x) + C$       (d)  $F(x) = 8x + \cot(x) + C$

(5) إذا كانت :  $y = \ln(x^2 + 1)$  ، فإن  $\frac{dy}{dx}$  تساوي

- (a)  $\frac{x}{x^2 + 1}$       (b)  $\frac{2}{x^2 + 1}$   
 (c)  $\frac{2x}{x^2 + 1}$       (d)  $-\frac{2x}{x^2 + 1}$

يساوي :  $\int \frac{e^x + e^{-x}}{2} dx$  (6)

(a)  $\frac{e^x - e^{-x}}{2} + C$

(b)  $\frac{e^x + e^{-x}}{2} + C$

(c)  $\frac{e^{-x} - e^{+x}}{2} + C$

(d)  $\frac{e^{2x} - e^{-2x}}{2} + C$

يساوي :  $\int_{-1}^1 (1 - |x|) dx$  (7)

(a) 0

(b) 1

(c) -1

(d)  $\frac{1}{2}$

(8) مساحة المنطقة المحددة بمنحنى الدالة  $g$  :  $g(x) = \sqrt{4 - x^2}$  ومحور السينات هي

(a)  $4\pi \text{ units}^2$

(b)  $2\pi \text{ units}^2$

(c)  $6\pi \text{ units}^2$

(d)  $8\pi \text{ units}^2$

(9) المعادلة التي تمثل قطعاً مكافئاً رأسه  $(0, 0)$  ويمر بالنقطة  $C(-5, -6)$  وخط تماثله  $y - axis$  هي

(a)  $y^2 = -\frac{25}{6}x$

(b)  $x^2 = -\frac{6}{25}y$

(c)  $y^2 = -\frac{6}{25}x$

(d)  $x^2 = -\frac{25}{6}y$

(10) إذا كانت معادلة القطع المكافئ :  $y^2 = -16x$  ، فإن بؤرته هي :

(a)  $(0, -4)$

(b)  $(0, 4)$

(c)  $(-4, 0)$

(d)  $(4, 0)$

" انتهت الأسئلة "

ورقة إجابة البنود الموضوعية

السؤال	الإجابة			
( 1 )	(a)	(b)		
( 2 )	(a)	(b)		
( 3 )	(a)	(b)		
( 4 )	(a)	(b)	(c)	(d)
( 5 )	(a)	(b)	(c)	(d)
( 6 )	(a)	(b)	(c)	(d)
( 7 )	(a)	(b)	(c)	(d)
( 8 )	(a)	(b)	(c)	(d)
( 9 )	(a)	(b)	(c)	(d)
( 10 )	(a)	(b)	(c)	(d)

لكل بند درجة واحدة فقط

10

المجال الدراسي : الرياضيات  
الزمن : ساعتان و45 دقيقة  
عدد الصفحات : 12

دولة الكويت  
وزارة التربية  
التوجيه الفني العام للرياضيات

امتحان الفترة الدراسية الثانية للصف الثاني عشر علمي  
للعام الدراسي : 2021/2020 م

القسم الأول – أسئلة المقال

أجب عن جميع أسئلة المقال موضحا خطوات الحل في كل منها.

السؤال الأول : ( 14 درجة )

( 7 درجات )

( a ) أوجد:

$$\int (2x - 1)e^{x^2-x+3} dx$$

الحل:

تابع السؤال الأول :

(7 درجات)

(b) أوجد :

$$\int \sqrt{4x - 5} dx$$

الحل :



السؤال الثاني : ( 14 درجة )

( 6 درجات )

( a ) أوجد :

$$\int x \sin x \, dx$$

الحل :

تابع السؤال الثاني :

(8 درجات)  $f(x) = \frac{2}{(x-5)(x-3)}$  : لتكن الدالة  $f$  (b)

أوجد الكسور الجزئية ثم أوجد  $\int f(x) dx$

الحل :

السؤال الثالث : ( 14 درجة )

( 7 درجات )

( a ) أوجد مساحة المنطقة المحددة بمنحنى الدالة  $f$  :

$$f(x) = x^2 - 3x \text{ و محور السينات}$$

الحل :

تابع السؤال الثالث :

( b ) أوجد معادلة منحنى الدالة  $f$  الذي ميله عند أي نقطة عليه  $P(x, y)$

يساوي  $4x^3 + 6x^2 - 2x + 1$  و يمر بالنقطة  $B(1, 0)$

( 7 درجات )

الحل :

السؤال الرابع : ( 14 درجة )

( a ) أوجد معادلة قطع ناقص مركزه  $(0, 0)$  إذا كان محوره الأكبر ينطبق على المحور السيني

وطوله  $12\text{ cm}$  والمسافة بين البؤرتين  $8\text{ cm}$

( 6 درجات )

الحل :

تابع السؤال الرابع:

(b) لتكن  $9x^2 - 16y^2 = 144$  معادلة قطع زائد

أوجد :

(1) رأسي القطع الزائد

(2) البؤرتين

(3) معادلتين دليلي القطع الزائد

( 8 درجات )

الحل :

ثانيا: البنود الموضوعية

- أولاً: في البنود من (1) إلى (4) عبارات ظلل (a) إذا كانت العبارة صحيحة  
(b) إذا كانت العبارة خاطئة .

$$\int \sec^2 x dx = \tan x + C \quad (1)$$

$$\int \frac{1}{x^2} dx = \frac{1}{x} + C \quad (2)$$

- (3) حجم الجسم الناتج من دوران دورة كاملة حول محور السينات للمنطقة المحددة

$$f(x) = x : f \text{ بمنحنى الدالة } g(x) = \frac{1}{2}x^2 : g \text{ بمنحنى الدالة}$$

$$V = \pi \int_0^2 \left(x - \frac{1}{2}x^2\right) dx \quad \text{هو}$$

$$y^2 = -\frac{1}{6}x \quad (4) \text{ معادلة قطع مكافئ بؤرته } \left(-\frac{1}{24}, 0\right)$$

- ثانياً : في البنود من (5) إلى (14) لكل بند أربعة اختيارات واحد فقط منها صحيح ظلل في ورقة الإجابة الرمز الدال على الإجابة الصحيحة .

$$\int \frac{dx}{\sqrt[3]{3x+1}} \quad (5) \text{ يساوي :}$$

(a)  $\frac{2}{9} (3x+1)^{\frac{2}{3}} + C$

(b)  $\frac{2}{3} (3x+1)^{\frac{2}{3}} + C$

(c)  $\frac{1}{2} (3x+1)^{\frac{2}{3}} + C$

(d)  $2 (3x+1)^{\frac{2}{3}} + C$

$$\int \sqrt[3]{\cot x} \csc^2 x dx \quad (6) \text{ يساوي :}$$

(a)  $\frac{3}{4} \sqrt[3]{(\cot x)^4} + C$

(b)  $-\frac{3}{4} \sqrt[3]{(\cot x)^4} + C$

(c)  $-\frac{3}{4} \sqrt[4]{(\cot x)^3} + C$

(d)  $3 \sqrt[3]{(\cot x)^4} + C$

- (7) إذا كانت  $y = \ln(x^2 + 1)$  فإن  $\frac{dy}{dx}$  تساوي:

(a)  $\frac{x}{x^2 + 1}$

(b)  $\frac{2}{x^2 + 1}$

(c)  $\frac{-2x}{x^2 + 1}$

(d)  $\frac{2x}{x^2 + 1}$

يساوي :  $\int \frac{e^x}{e^x - 4} dx$  (8)

(a)  $\frac{-1}{2}(e^x - 4) + C$

(b)  $\frac{1}{2}(e^x - 4) + C$

(c)  $-\ln|e^x - 4| + C$

(d)  $\ln|e^x - 4| + C$

(9) إذا كان :  $\int_3^1 g(x) dx = 2$  ,  $\int_{-1}^3 f(x) dx = 4$  فإن  $\int_{-1}^3 (2f(x) + 3g(x) + 1) dx$

يساوي :

(a) 18

(b) -6

(c) 12

(d) 6

يساوي :  $\int_{-\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{2}} (\sin x + \cos x) dx$  (10)

(a) 4

(b) 2

(c) 0

(d)  $\pi$

(11) حجم الجسم الناتج من دوران دورة كاملة حول محور السينات للمنطقة المحددة بالمستقيمات

$y = -2, x = 0$  و منحنى الدالة  $f : f(x) = -\sqrt{x}$  بالوحدات المكعبة هو:

(a)  $4\pi$

(b)  $16\pi$

(c)  $8\pi$

(d)  $2\pi$

(12) المعادلة التفاضلية التالية :  $\frac{(2y'' + x)^2}{xy} = 3$  من :

(a) الرتبة الأولى و الدرجة الثانية

(b) الرتبة الثانية و الدرجة الأولى

(c) الرتبة الأولى و الدرجة الأولى

(d) الرتبة الثانية و الدرجة الثانية



(13) المعادلة التي تمثل قطاعا مكافئا رأسه  $(0, 0)$  و يمر بالنقطة  $C(-5, -6)$  و خط تماثله  $y - axis$  هي:

- Ⓐ  $x^2 = \frac{-25}{6}y$     Ⓑ  $y^2 = \frac{-25}{6}x$     Ⓒ  $y^2 = \frac{-6}{25}x$     Ⓓ  $x^2 = \frac{-6}{25}y$

(14) الاختلاف المركزي للمعادلة  $\frac{x^2}{36} + \frac{y^2}{25} = 1$  هو :

- Ⓐ  $\frac{\sqrt{11}}{6}$     Ⓑ  $\frac{\sqrt{11}}{5}$     Ⓒ  $\frac{36}{25}$     Ⓓ  $\frac{25}{36}$

• انتهت الأسئلة •

ورقة إجابة البنود الموضوعية

السؤال	الاجابة			
( 1 )	(a)	(b)		
( 2 )	(a)	(b)		
( 3 )	(a)	(b)		
( 4 )	(a)	(b)		
( 5 )	(a)	(b)	(c)	(d)
( 6 )	(a)	(b)	(c)	(d)
( 7 )	(a)	(b)	(c)	(d)
( 8 )	(a)	(b)	(c)	(d)
( 9 )	(a)	(b)	(c)	(d)
( 10 )	(a)	(b)	(c)	(d)
( 11 )	(a)	(b)	(c)	(d)
( 12 )	(a)	(b)	(c)	(d)
( 13 )	(a)	(b)	(c)	(d)
( 14 )	(a)	(b)	(c)	(d)

لكل بند درجة واحدة فقط

القسم الأول : أسئلة المقال  
أجب عن جميع أسئلة المقال موضحًا خطوات الحل في كل منها:

14

السؤال الأول :

( a ) أوجد مساحة المنطقة المحددة بمنحنى الدالة :  $y_1 = 3 - x^2$

والمستقيم :  $y_2 = -2x$

الحل :

( 8 درجات )

تابع السؤال الأول :

(6 درجات)

( b ) أوجد  $\int \frac{(\frac{1}{x}+3)^4}{x^2} dx$

الحل :

-----  
-----  
-----  
-----  
-----  
-----  
-----  
-----  
-----  
-----  
-----  
-----  
-----  
-----  
-----  
-----  
-----  
-----  
-----  
-----  
-----  
-----  
-----  
-----  
-----  
-----



( 8 درجات )

تابع السؤال الثاني:

( b ) أوجد طول القوس من منحنى الدالة  $f$  :

$$f(x) = \frac{1}{3}(3 + 2x)^{\frac{3}{2}} \quad \text{في الفترة } [0, 2]$$

الحل :

-----

-----

-----

-----

-----

-----

-----

-----

-----

-----

-----

-----

-----

-----

-----

-----

-----

-----

-----

-----

-----

-----

-----

-----

-----

-----

-----

السؤال الثالث:

14

( a ) أوجد التكامل:  $\int \cos^3(2x - 3) \cdot \sin(2x - 3) dx$

( 6 درجات )

الحل :

Area for writing the solution, consisting of multiple horizontal dashed lines.

( 8 درجات )

تابع السؤال الثالث:

( b ) أوجد معادلة القطع الزائد الذي مركزه نقطة الأصل وإحدى بؤرتيه

ومعادلة أحد خطيه المقاربين :  $y = 2x$  ،  $F_1(0, -\sqrt{5})$

الحل :

Handwriting practice lines (dashed lines) for the solution.





( 7 درجات )

تابع السؤال الرابع:

( b ) عند رمي حجر نرد مرة واحدة ، إذا كان المتغير العشوائي  $X$  يعبر عن :  
( مربع العدد الظاهر مطروحاً منه 1 عندما يكون العدد الظاهر أصغر من 4 ، و-2 لغير ذلك )

فأوجد :

- (1) فضاء العينة ( S ) وعدد عناصر  $n(s)$
- (2) مدى المتغير العشوائي  $X$
- (3) احتمال وقوع كل عنصر من عناصر مدى المتغير العشوائي  $X$
- (4) دالة التوزيع الاحتمالي  $f$  للمتغير العشوائي  $X$

الحل :

القسم الثاني ( البنود الموضوعية ) :  
أولاً : في البنود (1-4) ظلل في ورقة الإجابة: (a) إذا كانت العبارة صحيحة  
(b) إذا كانت العبارة خاطئة

(1) إذا كانت  $f(x) = \frac{-1}{x} + \frac{1}{2}x^2 - \frac{1}{2}$  فإن  $f(2) = 1$  ،  $f'(x) = \frac{1}{x^2} + x$

(2) إذا كان  $y = 2e^{-x}$  عند  $x = 0$  و  $y' + y = 0$  فإن  $y = 1$

(3)  $y^2 = \frac{1}{2}x$  هي معادلة قطع مكافئ بؤرتته  $(\frac{1}{8}, 0)$

(4) إذا كانت  $X$  متغيراً عشوائياً متصلًا ودالة كثافة الاحتمال له هي :

$$P(X \geq 2) = 1 \quad \text{فإن} \quad f(x) = \begin{cases} 2 & : 0 \leq x \leq \frac{1}{2} \\ 0 & \text{في ما عدا ذلك} \end{cases}$$

ثانياً : في البنود ( 5 -14 ) لكل بند أربع اختيارات واحد فقط منها صحيح ظلل في ورقة  
الإجابة الرمز الدال على الاختيار الصحيح

(5)  $\int \sqrt[3]{\cot x} \csc^2 x \, dx =$

a)  $\frac{3}{4} \sqrt[3]{(\cot x)^4} + c$

b)  $-\frac{3}{4} \sqrt[3]{(\cot x)^4} + c$

c)  $-\frac{3}{4} \sqrt[4]{(\cot x)^3} + c$

d)  $3 \sqrt[3]{(\cot x)^4} + c$

(6) حجم الجسم الناتج من دوران دورة كاملة حول محور السينات للمنطقة المحددة  
بمنحنى الدالة  $f(x) = \sqrt{x+1}$  ومحور السينات والمستقيمين  $x = 0$  ،  $x = 2$   
بالوحدات المكعبة هو :

a)  $4\pi$

b)  $16\pi$

c)  $8\pi$

d)  $2\pi$

$$\int \frac{2x}{x^2+1} dx = \quad (7)$$

a)  $2 \ln(x^2 + 1) + c$

b)  $\ln(x^2 + 1) + c$

c)  $\frac{x^2}{x^2 + 1} + c$

d)  $\frac{x^2}{\frac{x^3}{3} + x} + c$

8) المعادلة التفاضلية التالية  $(y')^2 + 2xy = 0$  من:

a) الرتبة الأولى و الدرجة الأولى

b) الرتبة الثانية و الدرجة الأولى

c) الرتبة الثانية و الدرجة الثانية

d) الرتبة الأولى و الدرجة الثانية

$$\int (2x + 1) \sin x dx = \quad (9)$$

a)  $(2x + 1) \cos x + 2 \sin x + c$

b)  $-(2x + 1) \cos x - 2 \sin x + c$

c)  $-(x + 1) \cos x - 2 \sin x + c$

d)  $-(2x + 1) \cos x + 2 \sin x + c$

10) معادلة منحنى الدالة الذي ميل العمودي عليه عند أي نقطة  $(x, y)$  هو  $-x + 3$  ويمر

بالنقطة  $A(2, 3)$  هي  $y$  تساوي:

a)  $\frac{-x^2}{2} + 3x - 4$

b)  $3 - \ln|3 - x|$

c)  $\ln|3 - x| + 3$

d)  $\frac{-x^2}{2} + 3x + 4$

11) إذا كانت  $y = x^2 e^x - x e^x$ ، فإن  $\frac{dy}{dx}$  تساوي:

a)  $e^x(x^2 + x + 1)$

b)  $e^x(x^2 - x)$

c)  $e^x(x^2 + x - 1)$

d)  $2x e^x - e^x$

امتحان الفترة الدراسية الثانية للصف الثاني عشر علمي 2018 / 2019 م  
المجال الدراسي / الرياضيات

(12) النقطة  $A(-10, 0)$  تنتمي إلى القطع الناقص الذي معادلته :  $\frac{x^2}{100} + \frac{y^2}{64} = 1$   
فإن  $AF_1 + AF_2$  حيث  $F_1, F_2$  هما البؤرتان يساوي :

- a) 10 units      b) 12 units      c) 14 units      d) 20 units

$$\int_{-\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{2}} (\sin x + \cos x) dx = \quad (13)$$

- a) 2      b) 0      c) 4      d)  $\pi$

(14) إذا كان  $Z$  يتبع التوزيع الطبيعي فإن :  $P(0 \leq Z \leq 2.35)$  يساوي :

- (a) 0.9906      (b) 0.5      (c) 0.4906      (d) 0.218

انتهت الأسئلة

دولة الكويت  
وزارة التربية

امتحان الدور الثاني (الفترة الدراسية الثانية) - الصف الثاني عشر العلمي 2018 / 2019  
المجال الدراسي : الرياضيات الزمن : ساعتان و 45 دقيقة الأسئلة في 11 صفحة

القسم الأول : أسئلة المقال  
أجب عن الأسئلة التالية موضحاً خطوات الحل في كل منها:

14

السؤال الأول :  
( a ) أوجد

( 6 درجات )

$$\int (x + 2) \sqrt{x^2 + 4x - 1} dx$$

الحل :

(8 درجات)

تابع السؤال الأول :

(b) أوجد طول القوس من منحنى الدالة  $f$  :

$$f(x) = \frac{1}{3}(3 + 2x)^{\frac{3}{2}} \text{ في الفترة } [0,6]$$

الحل :

14

السؤال الثاني :

( a ) دون حساب قيمة التكامل أثبت أن :

$$\int_0^2 (x^2 - 2x - 3) dx \leq 0$$

( 6 درجات )

الحل :

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....



( 8 درجات )

تابع السؤال الثاني:

( b ) أوجد حجم المجسم الناتج من دوران المنطقة المستوية المستوية دورة كاملة حول محور السينات والمحددة بمنحنى الدالة  $f(x) = \frac{1}{2}x^2$  والمستقيم  $y = 2$  في الفترة  $[-2,2]$

الحل :

14

السؤال الثالث:  
(a) أوجد

(6 درجات)  $\int x^2 \cos x dx$

الحل:

Handwritten solution area consisting of horizontal dashed lines for writing.

( 8 درجات )

تابع السؤال الثالث:

( b ) أوجد الاختلاف المركزي للقطع الذي معادلته

$$x^2 - 25y^2 = 1$$

الحل :

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

14

السؤال الرابع:  
( a ) أوجد

( 7 درجات )

$$\int \frac{x^2 - 2x + 4}{x^2 - 2x} dx$$

الحل :

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

( 7 درجات )

تابع السؤال الرابع:

( b ) في تجربة إلقاء قطعة نقود 8 مرات. أوجد التوقع والتباين والانحراف المعياري .  
إذا كان المتغير العشوائي  $X$  هو ظهور كتابة .

الحل :

الحل

القسم الثاني ( البنود الموضوعية ) :

أولاً : في البنود (1-4) ظلل في ورقة الإجابة: (a) إذا كانت العبارة صحيحة  
(b) إذا كانت العبارة خاطئة

(1) إذا كان  $F(x) = \int (3x^2 - 5)dx$  وكان  $F(2) = 3$  فإن  $F(x) = x^3 - 5x + 3$

(2) إذا كان منحنى الدالة  $f : f(x) = x^2 - 2x - 3$  يقطع محور السينات عند  $x = -1$  ،  $x = 3$  فإن مساحة المنطقة المحددة بمنحنى الدالة  $f$  ومحور السينات

هي :  $A = \int_{-1}^3 f(x)dx$

(3) معادلة القطع المكافئ الذي بؤرته  $(-4, 0)$  ودليله  $x = 4$  هي :  $y^2 = -16x$

(4) لدالة توزيع تراكمي  $F$  للمتغير العشوائي  $X$  يكون :  $P(X < a) = 1 - F(a)$

ثانياً : في البنود ( 5 - 14 ) لكل بند أربع اختيارات واحد فقط منها صحيح ظلل في ورقة الإجابة الرمز الدال على الاختيار الصحيح

(5) المعادلة التفاضلية التالية  $\frac{(2y''+x)^3}{xy}$  من :

(a) الرتبة الثانية والدرجة الأولى

(b) الرتبة الثانية والدرجة الثانية

(c) الرتبة الثانية والدرجة الثالثة

(d) الرتبة الثالثة والدرجة الثانية

(6)  $\int \frac{1}{(x+3)^2} dx$  يساوي:

(a)  $\frac{-1}{x+3} + c$

(b)  $\frac{1}{x+3} + c$

(c)  $\frac{3}{(x+3)^3} + c$

(d)  $\frac{1}{(x+3)^3} + c$

$$\int \frac{e^x + e^{-x}}{2} dx \quad \text{يساوي:} \quad (7)$$

$$(a) \quad \frac{e^x + e^{-x}}{2} + C$$

$$(b) \quad \frac{e^x - e^{-x}}{2} + C$$

$$(c) \quad \frac{e^{-x} - e^x}{2} + C$$

$$(d) \quad \frac{e^{2x} - e^{-2x}}{2} + C$$

$$\int_2^3 f(x) dx + \int_3^2 f(x) dx - \int_5^2 f(x) dx \quad \text{يساوي:} \quad (8)$$

$$(a) \quad 0$$

$$(b) \quad 2 \int_2^3 f(x) dx$$

$$(c) \quad - \int_2^5 f(x) dx$$

$$(d) \quad \int_2^5 f(x) dx$$

$$\int \sec^5 x \tan x dx \quad \text{يساوي:} \quad (9)$$

$$(a) \quad \frac{5}{3} \sec^5 x + C$$

$$(b) \quad \frac{1}{5} \sec^6 x + C$$

$$(c) \quad \frac{1}{5} \sec^5 x + C$$

$$(d) \quad \frac{-5}{3} \sec^5 x + C$$

$$\text{حل المعادلة التفاضلية } 2y' + y = 1 \text{ الذي يحقق } y = 3, x = 5 \text{ هو:} \quad (10)$$

$$(a) \quad y = 2e^{\frac{5}{2}}$$

$$(b) \quad \frac{2}{e^{\frac{5}{2}}}$$

$$(c) \quad y = 2e^{\left(-\frac{1}{2}x - \frac{5}{2}\right)} + 1$$

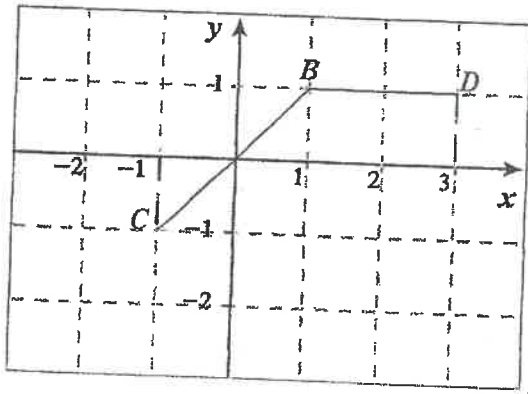
$$(d) \quad y = 2e^{\left(-\frac{1}{2}x + \frac{5}{2}\right)} + 1$$

(11) إذا كانت  $y = (\ln x)^2$  فإن  $\frac{dy}{dx}$  تساوي :

- (a)  $\frac{\ln x}{x}$       (b)  $\frac{x \ln x}{2}$       (c)  $\frac{2 \ln^2 x}{x}$       (d)  $\frac{2 \ln x}{x}$

(12) المسافة بين البورتين للقطع الناقص  $15x^2 + 25y^2 - 75 = 0$  بوحدة الطول هي :

- (a)  $2\sqrt{2}$       (b)  $\sqrt{2}$       (c)  $2\sqrt{3}$       (d) 10



(13) إذا كان بيان الدالة يمثل  $\overline{CB} \cup \overline{BD}$  كما هو موضح بالشكل فإن مساحة المنطقة المحددة بمنحني الدالة  $f$  ومحور السينات والمستقيمين  $x = -1$  ،  $x = 3$  هي :

- (a)  $2 \text{ units}^2$       (b)  $3 \text{ units}^2$       (c)  $4 \text{ units}^2$       (d)  $5 \text{ units}^2$

(14) إذا كانت دالة التوزيع الاحتمالي  $f$  للمتغير العشوائي  $X$  هي :

$x$	-1	0	1
$f(x)$	0.3	$2k$	0.1

فإن قيمة  $k$  هي :

- (a) 0.6      (b) 0.4      (c) 0.3      (d) 0.2

انتهت الأسئلة



دولة الكويت

وزارة التربية

2018 / 2017 م

امتحان نهاية الفترة الدراسية الثانية للصف الثاني عشر علمي

الأسئلة في 11 صفحة

الزمن : ساعتان و 45 دقيقة

المجال الدراسي : الرياضيات

القسم الأول : أسئلة المقال

14

أجب عن الأسئلة التالية موضحاً خطوات الحل في كل منها

السؤال الأول:

(a) أوجد

(8 درجات)

$$\int \frac{5}{\sqrt{x}(\sqrt{x}+2)^3} dx$$

الحل :

(6 درجات)

تابع السؤال الأول:

(b) أوجد مساحة المنطقة المحددة بمنحنى الدالة  $f$  :  $f(x) = x^2 - 9$

ومحور السينات

الحل :

السؤال الثاني:

(a) أوجد

$$\int x^3 \sqrt{x^2 - 2} dx$$

الحل:

14

(6 درجات)

( 8 درجات )

تابع السؤال الثاني:

( b ) أوجد طول القوس من منحنى الدالة  $f$  :

$$f(x) = \frac{2}{3}x^{\frac{3}{2}} + 1 \text{ في } [3, 8]$$

الحل :

السؤال الثالث:

(a) أوجد :

$$\int \frac{4x + 1}{x^2 + 5x + 4} dx$$

الحل:

(8 درجات)

14

(6 درجات)

تابع السؤال الثالث:

(b) أوجد معادلة القطع المكافئ الذي رأسه نقطة الأصل ويمر بالنقطتين  
 $A(-1, 4)$  ,  $B(1, 4)$  ثم أوجد بؤرته ومعادلة دليبه

الحل:

السؤال الرابع:

(a) لتكن الدالة  $f$  :

$$f(x) = \begin{cases} \frac{1}{3} & : 0 \leq x \leq 3 \\ 0 & : \text{فيما عدا ذلك} \end{cases}$$

(a) اثبت أن  $f$  هي دالة كثافة احتمال

(b) اثبت أن  $f$  تتبع التوزيع الاحتمالي المنتظم

(c) أوجد التوقع والتباين للدالة  $f$

الحل :

14

(8 درجات)

( 6 درجات )

تابع السؤال الرابع:

( b ) إذا كان ميل العمودي على منحنى الدالة  $f$  عند أي نقطة عليه  $(x, y)$  هو :

$2x + 5$  فأوجد معادلة منحنى الدالة  $f$  إذا كان يمر بالنقطة  $P(-2, 3)$

الحل :



القسم الثاني ( البنود الموضوعية ) :

أولاً : في البنود (1-2) ظلل في ورقة الإجابة: (a) إذا كانت العبارة صحيحة  
(b) إذا كانت العبارة خاطئة

(1) إذا كانت :  $f'(x) = \frac{1}{x^2} + x$  ,  $f(2) = 1$  , فإن :  $f(x) = -\frac{1}{x} + \frac{1}{2}x^2 + \frac{1}{2}$

(2) لدالة توزيع تراكمي F للمتغير العشوائي X يكون :  $P(X > a) = 1 - F(a)$

ثانياً : في البنود ( 3 - 10 ) لكل بند أربع اختيارات واحد فقط منها صحيح ظلل في ورقة  
الإجابة الرمز الدال على الاختيار الصحيح

(3) إذا كان :  $y'' = 2x^2 + 3x$  فإن :

a)  $y = \frac{2}{3}x^3 + \frac{3}{2}x^2 + c$

b)  $y = \frac{2}{3}x^3 + \frac{3}{2}x^2$

c)  $y = \frac{1}{6}x^4 + \frac{1}{2}x^3 + c_1x + c_2$

d)  $y = \frac{1}{6}x^4 + \frac{1}{2}x^3 + c_1x$

(4)  $\int \left( \frac{x^2 - 4x + 4}{x - 2} + 2 \right)^2 dx =$

a)  $2x + c$

b)  $x^2 + c$

c)  $\frac{x^2}{2} + 2x + c$

d)  $\frac{1}{3}x^3 + c$

(5) إذا كانت :  $y = \ln\left(\frac{10}{x}\right)$  , فإن  $\frac{dy}{dx}$  يساوي :

a)  $-\frac{10}{x}$

b)  $\frac{10}{x}$

c)  $\frac{1}{x}$

d)  $-\frac{1}{x}$

$$\int_{-1}^3 f(x)dx = 4 \quad , \quad \int_3^{-1} g(x)dx = 2 \quad \text{إذا كان} \quad (6)$$

$$\text{فإن} \quad \int_{-1}^3 (2f(x) + 3g(x) + 1)dx \quad \text{يساوي} :$$

- a) 6      b) 18      c) 12      d) -6

$$\int \frac{\csc^2 x}{\sqrt[3]{2 + \cot x}} dx = \quad (7)$$

- a)  $\frac{3}{2}(2 + \cot x)^{\frac{2}{3}} + c$       b)  $-\frac{3}{2}(2 + \cot x)^{\frac{2}{3}} + c$   
c)  $-2\sqrt{2 + \cot x} + c$       d)  $\frac{4}{3}(2 + \cot x)^{\frac{4}{3}} + c$

(8) المسافة بين نقطة الأصل وأحد رأسي القطع الناقص على المحور الأكبر الذي معادلته

$$\frac{x^2}{20.25} + \frac{y^2}{4} = 1 \quad \text{هي} :$$

- a) 9 units      b) 2 units      c) 4.5 units      d) 16.25 units

(9) حجم الجسم الناتج من دوران دورة كاملة حول محور السينات للمنطقة المحددة

بين منحنبي  $y = \frac{1}{2}x$  ،  $y = \sqrt{x}$  بالوحدات المكعبة هو:

- a)  $\frac{64\pi}{15}$       b)  $\frac{32\pi}{15}$       c)  $\frac{64\pi}{5}$       d)  $\frac{8\pi}{3}$

(10) معادلتا الخطين المقاربتين للقطع الزائد :  $\frac{x^2}{8} - \frac{y^2}{32} = 2$  هما :

- a)  $y = \pm 2x$       b)  $y = \pm \frac{1}{2}x$       c)  $y = \pm 4x$       d)  $y = \pm \frac{1}{4}x$

انتهت الأسئلة

دولة الكويت

وزارة التربية

2018 / 2017 م

امتحان الدور الثاني (الفترة الدراسية الثانية) - الصف الثاني عشر علمي

الأسئلة في 11 صفحة

الزمن : ساعتان و 45 دقيقة

المجال الدراسي : الرياضيات

القسم الأول : أسئلة المقال

14

أجب عن الأسئلة التالية موضحاً خطوات الحل في كل منها:

السؤال الأول :

( a ) أوجد

( 8 درجات )

$$\int x \cos 3x dx$$

الحل :

( 6 درجات )

تابع السؤال الأول:

( b ) أوجد حجم المجسم الناتج من دوران المنطقة المستوية دورة كاملة حول

محور السينات والمحددة بمنحنيي الدالتين :

$$f(x) = x^2 , \quad g(x) = \sqrt{x}$$

الحل :

السؤال الثاني :

14

(a)

(6 درجات)

أوجد طول القوس من منحنى الدالة  $f$  :

$$f(x) = 5 + 2\sqrt{x^3} \text{ في الفترة } \left[0, \frac{1}{3}\right]$$

الحل :

( 8 درجات )

تابع السؤال الثاني:  
( b ) أوجد :

$$\int x \sin x dx$$

الحل :

السؤال الثالث:

( a ) أوجد :

$$\int \frac{5x - 2}{x^2 - 5x + 4} dx$$

الحل :

14

( 8 درجات )

تابع السؤال الثالث:

(6 درجات)

(b) أوجد معادلة القطع الزائد الذي مركزه نقطة الأصل وأحد رأسيه  $A(\frac{2}{3}, 0)$

ويمر بالنقطة  $(1, 1)$  ثم أوجد معادلتا الخطين المقاربتين

الحل :



السؤال الرابع:

14

( a ) إذا كان  $X$  متغيرًا عشوائيًا متصلًا ودالة كثافة الاحتمال له هي :

$$f(x) = \begin{cases} \frac{2}{9}x & : 0 \leq x \leq 3 \\ 0 & : \text{فيما عدا ذلك} \end{cases}$$

( 8 درجات )

أوجد :

1)  $p(0 < X \leq 3)$

2)  $p(X \geq 2)$

3)  $P(X = 1)$

الحل :

تابع السؤال الرابع:

( 6 درجات )

( b ) أوجد معادلة منحنى الدالة  $f$  الذي ميله عند أي نقطة عليه  $(x, y)$  هو

$$4x^3 + 6x^2 - 2x + 1$$

ويمر بالنقطة  $P(0, 1)$

الحل :

القسم الثاني ( البنود الموضوعية ) :  
**أولاً :** في البنود (1-2) ظلل في ورقة الإجابة: (a) إذا كانت العبارة صحيحة  
 (b) إذا كانت العبارة خاطئة

$$\int \csc^2 x \, dx = -\cot x + c \quad (1)$$

x	0	1	2	3
f(x)	0.1	0.05	0.4	0.4

(2) التوزيع المجاور يمثل دالة التوزيع الاحتمالي f للمتغير X

ثانياً : في البنود ( 3 -10 ) لكل بند أربع اختيارات واحد فقط منها صحيح ظلل في ورقة الإجابة الرمز الدال على الاختيار الصحيح

$$\int \frac{2 + \sqrt[3]{x^2}}{\sqrt{x}} \, dx = \quad (3)$$

a)  $x^{\frac{1}{2}} + \frac{6}{7}x^{\frac{7}{6}} + c$

b)  $4x^{\frac{1}{2}} + \frac{6}{7}x^{\frac{7}{6}} + c$

c)  $x^{\frac{1}{2}} + \frac{7}{6}x^{\frac{7}{6}} + c$

d)  $4x^{\frac{1}{2}} + \frac{7}{6}x^{\frac{7}{6}} + c$

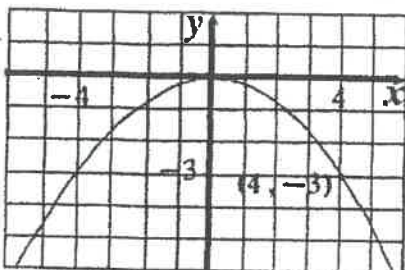
(4) مساحة المنطقة المحددة بمنحنى الدالة f :  $f(x) = \sqrt{9 - x^2}$  ومحور السينات هي:

a)  $9 \pi \text{ units}^2$

b)  $6 \pi \text{ units}^2$

c)  $3 \pi \text{ units}^2$

d)  $\frac{9}{2} \pi \text{ units}^2$



(5) معادلة دليل القطع المكافئ في الشكل المقابل هي :

a)  $y = \frac{4}{3}$

b)  $y = \frac{9}{20}$

c)  $y = \frac{-1}{12}$

d)  $y = \frac{-4}{3}$

(6) إذا كان  $y_{\theta=0} = -3$  ،  $\frac{dy}{d\theta} = \sin\theta$  فإن  $y$  تساوي :

- a)  $-\cos\theta$       b)  $2 - \cos\theta$       c)  $-2 - \cos\theta$       d)  $4 - \cos\theta$

(7)  $\int \frac{e^x + e^{-x}}{2} dx =$

a)  $\frac{e^x + e^{-x}}{2} + c$

b)  $\frac{e^{-x} - e^x}{2} + c$

c)  $\frac{e^x - e^{-x}}{2} + c$

d)  $\frac{e^{-2x} - e^{2x}}{2}$

(8) طول المحور الأكبر للقطع الناقص  $\frac{x^2}{100} + \frac{y^2}{64} = 1$  يساوي :

- a) 12 units      b)  $2\sqrt{41}$  units      c) 16 units      d) 20 units

(9) حل المعادلة التفاضلية  $2y' + y = 1$  الذي يحقق  $y = 3$  عند  $x = 5$  هو :

a)  $y = 2e^{\frac{5}{2}}$

b)  $y = \frac{2}{e^{\frac{5}{2}}}$

c)  $y = 2e^{(\frac{-1}{2}x + \frac{5}{2})} + 1$

d)  $y = 2e^{(\frac{-1}{2}x - \frac{5}{2})} + 1$

(10) لتكن  $f(x) = x^2 + 1$  فإن  $\int_{-a}^a f(x) dx > 0$  لكل قيم  $a$  تنتمي إلى :

a)  $R - R^-$

b)  $R - R^+$

c)  $R^-$

d)  $R^+$

انتهت الأسئلة

دولة الكويت

وزارة التربية

إمتحان نهاية الفترة الدراسية الثانية للمصف الثاني عشر علمي 2016 / 2017 م  
المجال الدراسي : الرياضيات الزمن : ساعتان و 45 دقيقة الأسئلة في 11 صفحة

القسم الأول : أسئلة المقال :

أجب عن الأسئلة التالية موضحا خطوات الحل في كل منها :

السؤال الأول :

14

(a) أوجد حجم الجسم الناتج من دوران المنطقة المستوية دورة كاملة حول

محور السينات والمحددة بمنحنى الدالة  $f(x) = x^2 + 2$  :

(8 درجات)

ومحور السينات في الفترة  $[-1, 1]$

تابع السؤال الأول :

(b) أوجد :

(6 درجات)

$$\int (2x + 1) \ln x \, dx$$

14

السؤال الثاني

(a) أوجد :

$$\int_0^{\frac{\pi}{4}} \tan x \sec^2 x \, dx$$

(6 درجات)

تابع السؤال الثاني :

(b) إذا كان ميل العمودي لمنحنى الدالة  $f$  عند أي نقطة عليه  $(x, y)$  هو  $3x^2$   
فأوجد معادلة المنحنى عندما يمر بالنقطة  $A(1, 5)$  (8 درجات)



14

السؤال الثالث :

(a) لتكن الدالة  $f$  :

$$f(x) = \frac{2}{x^2 - 4x + 3}$$

(8 درجات)

فأوجد :

(1) الكسور الجزئية

$$\int f(x) dx \quad (2)$$

تابع السؤال الثالث :

(b) أوجد :

(6 درجات )

$$\int \frac{1}{x^2 \left(\frac{1}{x} + 2\right)^5} dx$$

14

السؤال الرابع

(a) أوجد معادلة القطع الناقص الذي مركزه  $(0, 0)$  واحدى بؤرتيه  $F(4, 0)$

ويمر بالنقطة  $A(6, 0)$  ثم أوجد الاختلاف المركزي له

(7 درجات)

تابع السؤال الرابع :

( 7 درجات )

$$f(x) = \begin{cases} \frac{1}{2} & : 1 \leq x \leq 3 \\ 0 & : \text{في ما عدا ذلك} \end{cases}$$

(b) لتكن الدالة  $f$  هي دالة كثافة احتمال:

1) اثبت أن الدالة  $f$  تتبع التوزيع الاحتمالي المنتظم

2) أوجد :  $P(2 < X \leq 3)$

3) أوجد : التوقع والتباين للدالة  $f$

القسم الثاني ( الأسئلة الموضوعية ) :

أولاً: في البنود (1 - 2) ظلل في جدول الإجابة (a) إذا كانت العبارة صحيحة و (b) إذا كانت العبارة خاطئة

(1)  $(F'(x) = \sec^2 x, F(\frac{\pi}{4}) = 1) \Rightarrow F(x) = \tan x + 2$

(2)  $\int \frac{2x + 3}{\sqrt{x}} dx = \frac{4}{3}x^{\frac{3}{2}} + 6x^{\frac{1}{2}} + C$

ثانياً: في البنود (3 - 10) لكل بند أربع إختيارات واحد منها فقط صحيح اختر الإجابة الصحيحة ثم ظلل في جدول الإجابة الرمز الدال على الإجابة الصحيحة:

(3)  $\int_0^3 3x |x| dx =$

(a) -27

(b) -9

(c) 9

(d) 27

(4)  $\int \frac{e^x + e^{-x}}{2} dx =$

(a)  $\frac{e^x - e^{-x}}{2} + C$

(b)  $\frac{e^x + e^{-x}}{2} + C$

(c)  $\frac{e^{-x} - e^x}{2} + C$

(d)  $\frac{e^{2x} - e^{-2x}}{2} + C$

(5) طول القوس من منحنى الدالة  $f(x) = x - 3$  في الفترة  $[0, 2]$  هو

(a)  $\sqrt{2}$  units

(b)  $2\sqrt{2}$  units

(c)  $3\sqrt{2}$  units

(d)  $\frac{\sqrt{2}}{2}$  units

(6) مساحة المنطقه المحددة بمنحنى الدالة  $f(x) = \sqrt{9 - x^2}$  ومحور السينات هي :

(a)  $9\pi$  units<sup>2</sup>

(b)  $6\pi$  units<sup>2</sup>

(c)  $\frac{3}{2}\pi$  units<sup>2</sup>

(d)  $\frac{9}{2}\pi$  units<sup>2</sup>

(7) إذا كان  $y'' = 2x^2 + 3x$  فإن :

(a)  $y = \frac{2x^3}{3} + \frac{3x^2}{2} + C$

(b)  $y = \frac{2x^3}{3} + \frac{3x^2}{2}$

(c)  $y = \frac{1}{6}x^4 + \frac{1}{2}x^3 + C_1x + C_2$

(d)  $y = x^4 + x^3 + C_1x + C_2$

(8) إذا كان  $y^2 = \frac{-1}{6}x$  معادلة قطع مكافئ فإن معادلة الدليل هي :

(a)  $y = \frac{-1}{24}$

(b)  $y = \frac{1}{24}$

(c)  $x = \frac{-1}{24}$

(d)  $x = \frac{1}{24}$

(9) معادلتا الخطين المقاربتين للقطع الزائد :

هما  $\frac{x^2}{8} - \frac{y^2}{32} = 1$

(a)  $y = \pm 2x$

(b)  $y = \pm \frac{1}{2}x$

(c)  $y = \pm 4x$

(d)  $y = \pm \frac{1}{4}x$

(10) إذا كانت دالة التوزيع الإحتمالي  $f$  للمتغير العشوائي المتقطع  $X$  هي :

$x$	0	1	2
$f(x)$	$\frac{1}{3}$	$\frac{5}{9}$	$\frac{1}{9}$

فإن التوقع  $\mu$  للمتغير العشوائي المتقطع  $X$  يساوي

(a) 1

(b)  $\frac{2}{3}$

(c)  $\frac{7}{9}$

(d) 0

انتهت الأسئلة...

دولة الكويت

وزارة التربية

امتحان الدور الثاني ( الفترة الدراسية الثانية ) للصف الثاني عشر علمي 2016 / 2017 م  
المجال الدراسي : الرياضيات الزمن : ساعتان و 45 دقيقة الأسئلة في 11 صفحة

القسم الأول : أسئلة المقال :

أجب عن الأسئلة التالية موضحا خطوات الحل في كل منها :

السؤال الأول :

( a ) أوجد :

14

( 6 درجات )

$$\int xe^x dx$$

(8 درجات)

تابع السؤال الأول :

(b) أوجد طول القوس من منحنى الدالة  $f$  :

$$f(x) = 5 + 2\sqrt{x^3}$$

في الفترة :  $\left[ 0, \frac{1}{3} \right]$



14

السؤال الثاني  
(a) أوجد :

(6 درجات)

$$\int_1^4 |x - 2| dx$$

تابع السؤال الثاني :

(b) أوجد

( 8 درجات )

$$\int \frac{12}{x^2 + 2x - 3} dx$$

السؤال الثالث :

(a) أوجد :

14

(6 درجات)

$$\int \frac{dx}{(\sin^2 x) \sqrt{1 + \cot x}}$$

تابع السؤال الثالث :

(b) أوجد حجم المجسم الناتج من دوران المنطقة دورة كاملة حول محور السينات و المحدده بمنحنيي الدالتين :

(8 درجات)

$$y_1 = x + 3 , y_2 = x^2 + 1$$

السؤال الرابع

14

(a) أوجد معادلة القطع الناقص الذي مركزه  $(0, 0)$  وطول محوره

الأكبر  $16 \text{ cm}$  و ينطبق على المحور الصادي والمسافة بين البؤرتين  $10 \text{ cm}$   
(7 درجات)

( 7 درجات )

تابع السؤال الرابع :

(b) يبين الجدول التالي دالة التوزيع الإحتمالي  $f$  للمتغير العشوائي المتقطع  $X$

$x$	1	2	3	4	5
$f(x)$	0.2	0.1	0.3	0.1	0.3

أوجد :

(1) التوقع  $\mu$

(2) التباين  $\sigma^2$

(3) الإنحراف المعياري  $\sigma$

القسم الثاني ( الأسئلة الموضوعية ) :

<p>أولاً : في البنود ( 2 - 1 ) ظل في جدول الإجابة (a) إذا كانت العبارة صحيحة و (b) إذا كانت العبارة خاطئة</p>	
<p>(1) مساحة المنطقة المحددة بمنحنى الدالة <math>f : f(x) = 4 - x^2</math> و محور السينات في <math>[-2, 2]</math> هي :</p> $2 \int_0^2 f(x) dx$	
<p>(2) الخطان المقاربان للقطع الزائد الذي معادلته <math>x^2 - y^2 = 12</math> هما متعامدان</p>	
<p>ثانياً : في البنود ( 10 - 3 ) لكل بند أربع إختيارات واحد منها فقط صحيح اختر الإجابة الصحيحة ثم ظلل في جدول الإجابة الرمز الدال على الإجابة الصحيحة :</p>	
<p>(3) <math>\int \left( \frac{x^2 - 4x + 4}{x - 2} + 2 \right)^2 dx</math></p>	
<p>(a) <math>x^2 + C</math></p>	<p>(b) <math>2x + C</math></p>
<p>(c) <math>\frac{x^2}{2} + 2x + C</math></p>	<p>(d) <math>\frac{1}{3}x^3 + C</math></p>
<p>(4) إذا كانت <math>y_{x=0} = -3</math> و <math>\frac{dy}{dx} = \sin x</math> فإن <math>y</math> تساوي</p>	
<p>(a) <math>-\cos x</math></p>	<p>(b) <math>2 - \cos x</math></p>
<p>(c) <math>-2 - \cos x</math></p>	<p>(d) <math>4 - \cos x</math></p>
<p>(5) إذا كانت <math>y = \ln x^2</math> فإن <math>\frac{dy}{dx}</math> تساوي</p>	
<p>(a) <math>\frac{2}{x^2}</math></p>	<p>(b) <math>\frac{2}{x}</math></p>
<p>(c) <math>\frac{x \ln x}{2}</math></p>	<p>(d) <math>\frac{2 \ln x^2}{x}</math></p>
<p>(6) إذا كان <math>y = 3</math> عند <math>x = 0</math> ، فإن <math>y' + y = 2</math></p>	
<p>(a) <math>y = e^{-x} - 2</math></p>	<p>(b) <math>y = \frac{1}{2}e^{-x}</math></p>
<p>(c) <math>y = e^{-x} + 2</math></p>	<p>(d) <math>y = 2e^{-x}</math></p>

(7) المعادلة التي تمثل قطاعا مكافئا رأسه  $(0, 0)$  ويمر بالنقطة  $B(-5, 2)$ ، وخط تماثله هو محور السينات هي :

(a)  $y^2 = \frac{-4}{5}x$

(b)  $x^2 = \frac{-4}{5}y$

(c)  $y^2 = \frac{4}{5}x$

(d)  $x^2 = \frac{4}{5}y$

إذا كان  $\int_{-1}^3 f(x) dx = 4$  ،  $\int_3^{-1} g(x) dx = 2$  فإن

تساوي  $\int_{-1}^3 (3f(x) + 2g(x) + 1) dx$

(8)

(a) 9

(b) 10

(c) 12

(d) 17

لتكن  $A(1, 3)$  نقطة على منحنى الدالة  $f$  :  $f'(x) = 3x^2 - 12x + 9$  فإن  $f(x)$  تساوي

(9)

(a)  $x^3 - 6x^2 + 9x - 1$

(b)  $x^3 - 6x^2 + 9x + 1$

(c)  $x^3 - 6x^2 + 9x - 3$

(d)  $x^3 - 6x^2 + 9x + 3$

إذا كان  $X$  متغيرا عشوائيا متصلا و دالة كثافة الإحتمال له هي :

معلق  $f(x) = \begin{cases} \frac{1}{5}x & : -2 \leq x \leq 3 \\ 0 & : \text{في ما عدا ذلك} \end{cases}$

فإن  $P(X \leq -2.5)$  تساوي

~~(10)~~

(a) 0

(b) 1

(c)  $\frac{1}{5}$

(d)  $\frac{1}{10}$

انتهت الأسئلة...



دولة الكويت

وزارة التربية

إمتحان نهاية الفترة الدراسية الرابعه للصف الثاني عشر علمي 2015 / 2016 م

الأسئلة في 11 صفحة

الزمن : ساعتان و 45 دقيقة

المجال الدراسي : الرياضيات

القسم الأول : أسئلة المقال :

أجب عن الأسئلة التالية موضعا خطوات الحل في كل منها :

السؤال الأول :

( a ) أوجد :

10

( 5 درجات )

$$\int x^5 \sqrt{4 - x^2} dx$$

تابع السؤال الأول :

(b) أوجد طول القوس من منحنى الدالة  $f$  :  $f(x) = \frac{2}{9}(9 + 3x)^{\frac{3}{2}}$

(5 درجات)

في الفترة  $[2, 5]$

10

السؤال الثاني

(a) أوجد :

(6 درجات)

$$\int x^2 \cos x \, dx$$

تابع السؤال الثاني :

(b) أوجد :

(4 درجات)

$$\int_{-2}^0 \frac{5x - 1}{x^2 + 2x - 3} dx$$

10

السؤال الثالث :

(a) أوجد :

(4 درجات)

$$\int (x + 1) e^{x^2+2x+3} dx$$

تابع السؤال الثالث :

( b ) أوجد مساحة المنطقة المحددة بمنحنى الدالة  $f : f(x) = 4x - x^2$

و منحنى الدالة  $g : g(x) = 5 + x^2$  والمستقيمين  $x = 0, x = 2$

علما بأن منحنىي الدالتين  $f, g$  غير متقاطعين (6 درجات)

السؤال الرابع

( a ) للقطع الزائد الذي معادلته :

$$\frac{x^2}{7} - \frac{y^2}{16} = 1$$

أوجد كلامن :

( 6 درجات )

(3) الإختلاف المركزي

(2) البؤرتين

(1) الرأسين

تابع السؤال الرابع :

(b) لتكن الداله  $f$  :  $f(x) = \begin{cases} \frac{1}{2} & , 1 \leq x \leq 3 \\ 0 & , \text{في ما عدا ذلك} \end{cases}$  داله كثافة احتمال

(1) أثبت أن الداله  $f$  تتبع التوزيع الإحتمالي المنتظم

(2) أوجد التوقع و التباين للداله  $f$

(4 درجات)



القسم الثاني ( الأسئلة الموضوعية ) :

أولاً : في البنود (3 - 1) ظلل في جدول الإجابة (a) إذا كانت العبارة صحيحة و (b) إذا كانت العبارة خاطئة

(1) إذا كانت  $y = x \ln x - x$  فإن  $y' = \ln x$

(2) حل المعادلة التفاضلية :  $2y' + y = 1$  الذي يحقق  $y = 2$  عند  $x = -1$  هو :  $y = e^{-\frac{1}{2}x - \frac{1}{2}} + 1$

(3)  $y^2 = \frac{1}{2}x$  هي معادلة قطع مكافئ بؤرته  $F(0, \frac{-3}{2})$

ثانياً : في البنود (10 - 4) لكل بند أربع إختيارات واحد منها فقط صحيح اختر الإجابة الصحيحة ثم ظلل في جدول الإجابة الرمز الدال على الإجابة الصحيحة :

(4) الصورة العامة للمشتقة العكسية للدالة  $f : f(x) = 8 + \csc x \cot x$  هي :

(a)  $F(x) = 8x + \csc x + C$  (b)  $F(x) = 8x - \cot x + C$

(c)  $F(x) = 8x - \csc x + C$  (d)  $F(x) = 8x + \cot x + C$

(5) لتكن  $f : f(x) = x^2 + 1$  فإن  $\int_{-a}^a f(x) dx > 0$  لكل قيم  $a$  تنتمي إلى :

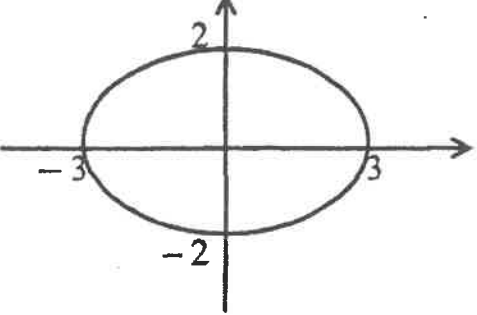
(a)  $\mathbb{R} - \mathbb{R}^-$  (b)  $\mathbb{R} - \mathbb{R}^+$

(c)  $\mathbb{R}^-$  (d)  $\mathbb{R}^+$

(6) حجم المجسم الناتج من دوران دورة كاملة حول محور السينات للمنطقة المحددة بمنحنى الدالة :  $y = -\sqrt{4 - x^2}$  بالوحدات المكعبة هو :

(a)  $4\pi$  (b)  $\frac{16}{3}\pi$

(c)  $6\pi$  (d)  $\frac{32}{3}\pi$

<p>(7)</p> $\int_{-1}^3 f(x)dx = 2 \quad , \quad \int_3^{-1} g(x)dx = -4$ <p>إذا كان : إذا كان : إذا كان : إذا كان :</p> $\int_{-1}^3 (2f(x) - g(x) + 5)dx$ <p>فإن : فإن : فإن : فإن :</p>	<p>(7)</p> <p>إذا كان : إذا كان : إذا كان : إذا كان :</p> <p>فإن : فإن : فإن : فإن :</p> <p>(a) 2                      (b) 4</p> <p>(c) 20                      (d) 5</p>
 <p>معادلة القطع الناقص الموضح بالشكل المقابل هي :</p>	<p>(8)</p> <p>معادلة القطع الناقص الموضح بالشكل المقابل هي :</p> <p>(a) <math>\frac{x^2}{9} + y^2 = 1</math></p> <p>(b) <math>\frac{x^2}{9} + \frac{y^2}{4} = 1</math></p> <p>(c) <math>\frac{x^2}{4} + \frac{y^2}{9} = 1</math></p> <p>(d) <math>\frac{x^2}{16} + \frac{y^2}{4} = 1</math></p>
<p>معادلة الخطين المقاربين للقطع الزائد : هما</p> $\frac{x^2}{8} - \frac{y^2}{32} = 2$	<p>(9)</p> <p>معادلة الخطين المقاربين للقطع الزائد : هما</p> $\frac{x^2}{8} - \frac{y^2}{32} = 2$ <p>(a) <math>y = \pm 2x</math></p> <p>(b) <math>y = \pm \frac{1}{2}x</math></p> <p>(c) <math>y = \pm 4x</math></p> <p>(d) <math>y = \pm \frac{1}{4}x</math></p>
<p>عند إلقاء قطعة نقود منتظمة أربع مرات متتالية فإن التباين <math>\sigma^2</math> للمتغير العشوائي X ( ظهور صورة ) يساوي</p> <p>هو</p>	<p>(10)</p> <p>عند إلقاء قطعة نقود منتظمة أربع مرات متتالية فإن التباين <math>\sigma^2</math> للمتغير العشوائي X ( ظهور صورة ) يساوي</p> <p>هو</p> <p>(a) 2</p> <p>(b) 1</p> <p>(c) <math>\frac{1}{2}</math></p> <p>(d) 4</p>

إنتهت الأسئلة ،،،







( الصفحة الثالثة )

امتحان نهاية الفترة الدراسية الرابعة للصف الثاني عشر علمي - الرياضيات - العام الدراسي : 2014 / 2015 م

السؤال الثاني :- ( 10 درجات )

( 6 درجات )

a) أوجد :

$$\int_0^{\frac{\pi}{4}} \tan x \sec^2 x dx$$

الإجابة

---

---

---

---

---

---

---

---

---

---

---

---

---

---

---

---

---

---

---

---

---

---

---

---

---

---

---

---











تابع السؤال الرابع :-

( 5 درجات )

( b ) إذا كان  $X$  متغير عشوائياً ذو حدين ومعلمتيه هما :  $n = 7$  ,  $P = 0.1$

فأوجد :

a)  $P(X = 0)$

b)  $P(1 < X \leq 3)$

الإجابة

جواب

القسم الثاني : البنود الموضوعية

أولاً :- في البنود (1-3) ظلل في ورقة الإجابة (a) إذا كانت العبارة صحيحة  
وظلل (b) إذا كانت العبارة غير صحيحة

=====

(a) (b) (1)  $F(x) = x^{-3}$  هي مشتقة عكسية للدالة :  $f(x) = -3x^{-4}$

(a) (b) (2) عدد أحرف كلمات كتاب هو متغير عشوائي متصل

(a) (b) (3) بؤرتا القطع الناقص الذي معادلته :  $\frac{x^2}{16} + \frac{y^2}{36} = 1$  هما  $(\pm 3, 0)$

=====

ثانياً :- في البنود (4-10) لكل بند أربع إختيارات إحداها فقط صحيح ظلل في ورقة الإجابة  
الدائرة الدالة على الاختيار الصحيح :

(4) إذا كانت  $y = \ln\left(\frac{10}{x}\right)$  فإن  $\frac{dy}{dx}$  تساوي :

(a)  $\frac{-10}{x}$       (b)  $\frac{10}{x}$       (c)  $\frac{1}{x}$       (d)  $\frac{-1}{x}$

(5)  $\int x(x^2 + 2)^7 dx =$

(a)  $\frac{1}{16}(x^2 + 2)^8 + c$

(b)  $\frac{1}{4}(x^2 + 2)^8 + c$

(c)  $\frac{1}{12}(x^2 + 2)^6 + c$

(d)  $\frac{1}{3}(x^2 + 2)^6 + c$

( الصفحة العاشرة )

امتحان نهاية الفترة الدراسية الرابعة للصف الثاني عشر علمي - الرياضيات - العام الدراسي : 2014 / 2015 م

(6) لتكن  $f(x) = x^2 + 5$  فإن  $\int_{-a}^a f(x)dx > 0$  لكل قيم  $a$  تنتمي إلى :

- (a)  $R - R^-$  (b)  $R - R^+$  (c)  $R^-$  (d)  $R^+$

(7) حجم الجسم الناتج من دوران دورة كاملة حول محور السينات للمنطقة المحددة بمنحنى

الدالة :  $y = -\sqrt{4 - x^2}$  بالوحدات المكعبة يساوي :

- (a)  $4\pi$  (b)  $6\pi$  (c)  $\frac{16}{3}\pi$  (d)  $\frac{32}{3}\pi$

(8) طول القوس من منحنى الدالة  $f: f(x) = \frac{1}{3}$  في الفترة  $[-2, 3]$  هو :

- (a) 7 units (b) 6 units (c) 5 units (d) 1 unit

(9) النقطة المشتركة بين كل القطوع المكافئة التي هي على الصورة  $x^2 = 4py$  هي :

- (a) (1, 1) (b) (1, 0) (c) (0, 0) (d) (0, 1)

(10) الإختلاف المركزي للقطع الناقص الذي معادلته :  $\frac{x^2}{36} + \frac{y^2}{25} = 1$  هو :

- (a)  $\frac{\sqrt{11}}{6}$  (b)  $\frac{\sqrt{11}}{5}$  (c)  $\frac{36}{25}$  (d)  $\frac{25}{36}$

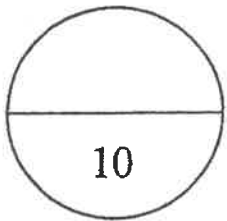
إنتهت الأسئلة

## إجابة البنود الموضوعية

1	(a)	(b)	(c)	(d)
2	(a)	(b)	(c)	(d)
3	(a)	(b)	(c)	(d)
4	(a)	(b)	(c)	(d)
5	(a)	(b)	(c)	(d)
6	(a)	(b)	(c)	(d)
7	(a)	(b)	(c)	(d)
8	(a)	(b)	(c)	(d)
9	(a)	(b)	(c)	(d)
10	(a)	(b)	(c)	(d)

المصحح :

المراجع :



تمنياتنا لكم بالتوفيق،،،

القسم الأول: أسئلة المقال: (تراعى الحلول الأخرى في جميع أسئلة المقال)

السؤال الأول:

(a) أوجد:

(3 درجات) (1)  $\int (x^2 + \cos 2x) dx$

الحل:

1+1+1

$$\int (x^2 + \cos 2x) dx = \frac{1}{3} x^3 + \frac{1}{2} \sin 2x + C$$

(5 درجات) (2)  $\int 3x e^{2x+1} dx$

الحل:

$\frac{1}{2} + \frac{1}{2}$   
 $\frac{1}{2} + \frac{1}{2}$

$$\begin{array}{l} u = 3x \\ du = 3 dx \end{array} \quad \begin{array}{l} dv = e^{2x+1} dx \\ v = \frac{1}{2} e^{2x+1} \end{array}$$

1

$$\int u dv = uv - \int v du$$

1

$$\int 3x e^{2x+1} dx = \frac{3}{2} x e^{2x+1} - \frac{3}{2} \int e^{2x+1} dx$$

1

$$= \frac{3}{2} x e^{2x+1} - \frac{3}{4} e^{2x+1} + C$$





(7 درجات)



تابع : السؤال الأول :

(b) إذا كانت  $\frac{x^2}{16} + \frac{y^2}{36} = 1$  معادلة قطع ناقص فأوجد:

(1) رأسي القطع وطرفي المحور الأصغر.

(2) البؤرتين.

(3) معادلتَي دليلي القطع.

(4) طول كل من المحورين.

الحل:

(1) معادلة القطع الناقص هي :  $\frac{x^2}{b^2} + \frac{y^2}{a^2} = 1$

و منها نجد أن :

$$a^2 = 36 \rightarrow a = 6$$

$$b^2 = 16 \rightarrow b = 4$$

المحور الأكبر ينطبق على محور الصادات

رأسا القطع هما :  $A_1 (0, -6)$  ,  $A_2 (0, 6)$

طرفا المحور الأصغر هما :  $B_1 (-4, 0)$  ,  $B_2 (4, 0)$

$$c^2 = a^2 - b^2 = 36 - 16 = 20 \quad (2)$$

$$c = \sqrt{20} = 2\sqrt{5} \quad \text{و منه}$$

البؤرتين هما :  $F_1 (0, -2\sqrt{5})$  ,  $F_2 (0, 2\sqrt{5})$

(3) معادلة الدليلين :  $y = \frac{a^2}{c}$  ,  $y = -\frac{a^2}{c}$  و منه نجد :

$$y = \frac{a^2}{c} = \frac{36}{2\sqrt{5}} = \frac{18}{\sqrt{5}} = \frac{18\sqrt{5}}{5}$$

$$y = -\frac{a^2}{c} = -\frac{36}{2\sqrt{5}} = -\frac{18}{\sqrt{5}} = -\frac{18\sqrt{5}}{5}$$

(4) طول المحور الأكبر هو  $2a = 2 \times 6 = 12$

(5) طول المحور الأصغر هو  $2b = 2 \times 4 = 8$

السؤال الثاني :

(a) أوجد معادلة القطع الزائد الذي بؤرتاه  $F_1 (-4, 0)$  ,  $F_2 (4, 0)$  ورأساه  $A_1 (-2, 0)$  ,  $A_2 (2, 0)$  ثم أوجد معادلة كلا من خطيه المقاربيين

(6 درجات)

الحل:

:: البؤرتين على محور السينات

:: معادلة القطع الزائد هي :  $\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1$

:: إحدى البؤرتين  $F_2 (4, 0)$

::  $c = 4$

:: إحدى الرأسين  $A_2 (2, 0)$

::  $a = 2$

$b^2 = c^2 - a^2 = 16 - 4 = 12$

ومنه  $b = \sqrt{12} = 2\sqrt{3}$

معادلة القطع الزائد هي :  $\frac{x^2}{4} - \frac{y^2}{12} = 1$

معادلتا الخطين المقاربيين هما :

$y = \pm \frac{b}{a} x$

$y = \pm \frac{2\sqrt{3}}{2} x$

$y = \pm \sqrt{3} x$







(9 درجات)

تابع : السؤال الثاني :

$$f(x) = \frac{x + 17}{2x^2 + 5x - 3} \quad \text{b) لتكن الدالة } f :$$

فأوجد :

(1) الكسور الجزئية .

$$\int f(x) dx \quad (2)$$

الحل:

$$1 \quad 2x^2 + 5x - 3 = (2x - 1)(x + 3) \quad \text{(1) نحلل المقام}$$

$$1 \quad \frac{x + 17}{2x^2 + 5x - 3} = \frac{A_1}{2x - 1} + \frac{A_2}{x + 3}$$

$$1 \quad x + 17 = A_1(x + 3) + A_2(2x - 1)$$

عوض عن  $x$  بـ  $\frac{1}{2}$  :

$$1 \quad \frac{1}{2} + 17 = A_1\left(\frac{1}{2} + 3\right) + A_2\left(2\left(\frac{1}{2}\right) - 1\right) \rightarrow A_1 = 5$$

عوض عن  $x$  بـ  $-3$  :

$$1 \quad -3 + 17 = A_1(-3 + 3) + A_2(2(-3) - 1) \rightarrow A_2 = -2$$

$$1 \quad \frac{x + 17}{2x^2 + 5x - 3} = \frac{5}{2x - 1} - \frac{2}{x + 3}$$

$$\frac{1}{2} \quad \int \frac{x + 17}{2x^2 + 5x - 3} dx = \int \left( \frac{5}{2x - 1} - \frac{2}{x + 3} \right) dx \quad (2)$$

$$= \int \frac{5}{2x - 1} dx - \int \frac{2}{x + 3} dx$$

$$= 5 \int \frac{1}{2x - 1} dx - 2 \int \frac{1}{x + 3} dx$$

$$= \frac{5}{2} \ln|2x - 1| - 2 \ln|x + 3| + C$$

(4)

$\frac{1}{2}$



السؤال الثالث :

(a) أوجد معادلة منحنى الدالة  $f$  الذي ميله عند أي نقطة  $P(x, y)$  يساوي:  
 $3x^2 - 4x + 1$  ويمر بالنقطة  $A(1, 2)$

(6 درجات)

الحل:

$\frac{1}{2}$   
 $\frac{1}{2}$

$$\therefore f'(x) = 3x^2 - 4x + 1$$

$$\therefore f(x) = \int (3x^2 - 4x + 1) dx$$

2

$$f(x) = \frac{3x^3}{3} - \frac{4x^2}{2} + x + C$$

1

$$f(x) = x^3 - 2x^2 + x + C$$

لتعيين قيمة الثابت  $C$  نعوض بالنقطة  $A(1, 2)$  في المعادلة السابقة

1

$$2 = (1)^3 - 2(1)^2 + 1 + C \quad \text{فنحصل على :}$$

$$2 = 1 - 2 + 1 + C$$

$\frac{1}{2}$

$$C = 2$$

معادلة المنحنى  $f$  المطلوب هي :

$\frac{1}{2}$

$$f(x) = x^3 - 2x^2 + x + 2$$



تابع : السؤال الثالث :

(b) استخدم التعويض المناسب لإيجاد التكامل :

$$\int x^3 \sqrt{x^2 - 2} dx$$

(9 درجات)

الحل:

1+1

$$u = x^2 - 2 \Rightarrow x^2 = u + 2$$

1+1

$$du = 2x dx \Rightarrow x dx = \frac{1}{2} du$$

1

$$\int x^3 \sqrt{x^2 - 2} dx = \int \sqrt{x^2 - 2} x^2 (x dx)$$

1

$$= \int \sqrt{u} (u + 2) \left( \frac{1}{2} du \right)$$

$\frac{1}{2}$

$$= \int \frac{1}{2} \left( u^{\frac{3}{2}} + 2u^{\frac{1}{2}} \right) du$$

$1\frac{1}{2}$

$$= \int \left( \frac{1}{2} u^{\frac{3}{2}} + u^{\frac{1}{2}} \right) du$$

1

$$= \frac{1}{5} u^{\frac{5}{2}} + \frac{2}{3} u^{\frac{3}{2}} + C$$

$$= \frac{1}{5} (x^2 - 2)^{\frac{5}{2}} + \frac{2}{3} (x^2 - 2)^{\frac{3}{2}} + C$$



السؤال الرابع :

(a) أوجد مساحة المنطقة المحددة بمنحني الدالتين :

$$y_1 = x^2 + 2 \quad , y_2 = -2x + 5$$

(8 درجات)

الحل:

لإيجاد الأحداثيات السينية لنقاط التقاطع :

$$y_1 = y_2$$

1

$$x^2 + 2 = -2x + 5$$

$$x^2 + 2x - 3 = 0$$

1

$$x = 1 \text{ أو } x = -3$$

∴ يكون التكامل من  $x = -3$  إلى  $x = 1$  و مساحة المنطقة هي :

$\frac{1}{2}$

$$A = \left| \int_{-3}^1 (y_2 - y_1) dx \right|$$

1

$$A = \left| \int_{-3}^1 [(-2x + 5) - (x^2 + 2)] dx \right|$$

$\frac{1}{2}$

$$= \left| \int_{-3}^1 [-x^2 - 2x + 3] dx \right|$$

$1\frac{1}{2}$

$$= \left| \left[ \frac{-x^3}{3} - x^2 + 3x \right]_{-3}^1 \right|$$

2

$$= \left| \left[ \frac{-(1)^3}{3} - (1)^2 + 3(1) \right] - \left[ \frac{-(-3)^3}{3} - (-3)^2 + 3(-3) \right] \right|$$

$$= \left| \frac{32}{3} \right|$$

$\frac{1}{2}$

$$= \frac{32}{3} \quad (\text{وحدة مربعة})$$



تابع: السؤال الرابع :

(b) عند إلقاء قطعة نقود ثلاث مرات متتالية ، إذا كان المتغير العشوائي  $X$  يعبر عن "عدد الكتابات"

فأوجد ما يلي :

(1) فضاء العينة  $(S)$  و عدد عناصره  $n(S)$  .

(2) مدى المتغير العشوائي  $X$  .

(3) احتمال كل عنصر من عناصر مدى المتغير العشوائي  $X$  .

(4) دالة التوزيع الاحتمالي  $f$  للمتغير العشوائي  $X$  .

الحل:

(1) فضاء العينة  $(S)$

$S = \{ (H,H,H) , (H,H,T) , (H,T,H) , (T,H,H) , (H,T,T) , (T,H,T) , (T,T,H) , (T,T,T) \}$

$n(S) = 8$

(2)

عناصر فضاء العينة	عدد الكتابات في كل عنصر
(H,H,H)	0
(H,H,T)	1
(H,T,H)	1
(T,H,H)	1
(H,T,T)	2
(T,H,T)	2
(T,T,H)	2
(T,T,T)	3

∴ مدى المتغير العشوائي :  $X = \{ 0 , 1 , 2 , 3 \}$

$$3) P(X = 0) = \frac{1}{8}$$

$$P(X = 1) = \frac{3}{8}$$

$$P(X = 2) = \frac{3}{8}$$

$$P(X = 3) = \frac{1}{8}$$

(4) دالة التوزيع الاحتمالي للمتغير العشوائي  $X$  :

$x$	0	1	2	3
$f(x)$	$\frac{1}{8}$	$\frac{3}{8}$	$\frac{3}{8}$	$\frac{1}{8}$

(8)



(7 درجات)

$\frac{1}{2}$   
 $\frac{1}{2}$



$\frac{1}{2}$   
 $\frac{1}{2}$   
 $\frac{1}{2}$   
 $\frac{1}{2}$   
 $\frac{1}{2}$

2

القسم الثاني البنود الموضوعية ( لكل بند درجة واحدة )

- في البنود من (1) إلى (3) عبارات لكل بند في ورقة الإجابة ظلل (a) إذا كانت العبارة صحيحة ،  
(b) إذا كانت العبارة خاطئة .

$$\int_{-1}^1 (|x|)^3 dx = -\frac{1}{2} \quad (1)$$

(2) إذا كانت  $y^2 = -\frac{1}{6}x$  معادلة قطع مكافئ، فإن خط التماثل هو محور السينات

(3) المساحة تحت منحنى التوزيع الطبيعي تساوي الواحد .

في البنود من (4) إلى (10) لكل بند أربعة اختيارات واحد فقط منها صحيح - اختر الإجابة الصحيحة ثم ظلل في ورقة الإجابة دائرة الرمز الدال عليها.

(4) إذا كان:  $\int_3^{-1} g(x) dx = 2$ ،  $\int_{-1}^3 f(x) dx = 4$  فإن  $\int_{-1}^3 (2f(x) + 3g(x) + 1) dx$  تساوي

- (a) 18      (b) -6      (c) 6      (d) 12

(5) إذا كانت  $y = \ln\left(\frac{10}{x}\right)$  فإن  $\frac{dy}{dx}$  تساوي

- (a)  $-\frac{10}{x}$       (b)  $\frac{10}{x}$       (c)  $\frac{1}{x}$       (d)  $-\frac{1}{x}$

(6) يساوي  $\int \frac{2 + \sqrt[3]{x^2}}{\sqrt{x}} dx$

- (a)  $x^{\frac{1}{2}} + \frac{6}{7}x^{\frac{7}{6}} + C$       (b)  $4x^{\frac{1}{2}} + \frac{6}{7}x^{\frac{7}{6}} + C$   
(c)  $x^{\frac{1}{2}} + \frac{7}{6}x^{\frac{7}{6}} + C$       (d)  $4x^{\frac{1}{2}} + \frac{7}{6}x^{\frac{7}{6}} + C$



(7) حل المعادلة التفاضلية  $2y' + y = 1$  الذي يحقق  $y = 3$  عند  $x = 5$  هو:

(a)  $y = 2e^{\frac{5}{2}}$

(b)  $y = \frac{2}{e^{\frac{5}{2}}}$

(c)  $y = 2e^{(-\frac{1}{2}x + \frac{5}{2})} + 1$

(d)  $y = 2e^{(-\frac{1}{2}x - \frac{5}{2})} + 1$

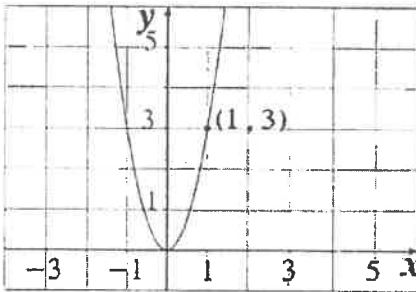
(8) الاختلاف المركزي للمعادلة  $\frac{x^2}{36} + \frac{y^2}{25} = 1$  هو:

(a)  $\frac{\sqrt{11}}{6}$

(b)  $\frac{\sqrt{11}}{5}$

(c)  $\frac{36}{25}$

(d)  $\frac{25}{36}$



(9) بؤرة القطع المكافئ في الشكل المقابل هي:

(a)  $(0, -\frac{4}{3})$

(b)  $(\frac{9}{20}, 0)$

(c)  $(0, \frac{1}{12})$

(d)  $(\frac{1}{12}, 0)$

(10) إذا كان  $X$  متغيراً عشوائياً متقطعاً دالة التوزيع الاحتمالي  $f$  هي :

$x$	0	1	2
$f(x)$	0.25	0.50	0.25

فإن التوقع له يساوي :

(a) 1.25

(b) 1.5

(c) 0.5

(d) 1

تمت الأسئلة مع التمنيات بالتوفيق



إجابة الأسئلة الموضوعية

رقم السؤال	الإجابة			
1	<input type="radio"/> a	<input checked="" type="radio"/> b		
2	<input checked="" type="radio"/> a	<input type="radio"/> b		
3	<input checked="" type="radio"/> a	<input type="radio"/> b		
4	<input type="radio"/> a	<input type="radio"/> b	<input checked="" type="radio"/> c	<input type="radio"/> d
5	<input type="radio"/> a	<input type="radio"/> b	<input type="radio"/> c	<input checked="" type="radio"/> d
6	<input type="radio"/> a	<input checked="" type="radio"/> b	<input type="radio"/> c	<input type="radio"/> d
7	<input type="radio"/> a	<input type="radio"/> b	<input checked="" type="radio"/> c	<input type="radio"/> d
8	<input checked="" type="radio"/> a	<input type="radio"/> b	<input type="radio"/> c	<input type="radio"/> d
9	<input type="radio"/> a	<input type="radio"/> b	<input checked="" type="radio"/> c	<input type="radio"/> d
10	<input type="radio"/> a	<input type="radio"/> b	<input type="radio"/> c	<input checked="" type="radio"/> d

10

توقيع المصحح :

توقيع المراجع :





القسم الأول – أسئلة المقال  
تراعى الحلول الأخرى في جميع أسئلة المقال

السؤال الأول : (15 درجة)

(5 درجات) (a) أوجد :  $\int x \sin x dx$  (1)

الحل :

$$\int x \sin x dx$$

1  $u = x$   $dv = \sin x dx$

1  $du = dx$   $v = -\cos x$

1  $\int u dv = uv - \int v du$

1  $\int x \sin x dx = -x \cos x - \int (-\cos x) dx$

$\frac{1}{2} + \frac{1}{2}$

$$= -x \cos x + \sin x + C$$



(3 درجات) (2)  $\int \frac{x^2 - 4x + 3}{x - 1} dx$

الحل :

1  $\int \frac{x^2 - 4x + 3}{x - 1} dx = \int \frac{(x - 3)(x - 1)}{(x - 1)} dx$

$\frac{1}{2}$   $= \int (x - 3) dx$

$\frac{1}{2} + \frac{1}{2} + \frac{1}{2}$

$$= \frac{x^2}{2} - 3x + C$$



تابع السؤال الأول :

(7 درجات)

معادلة قطع ناقص فأوجد  $\frac{x^2}{16} + \frac{y^2}{10} = 1$  إذا كانت (b)

(1) رأسي القطع و طرفي المحور الأصغر

(2) البورتين

(3) طول كل من المحورين

(4) معادلتى دليلي القطع

الحل:

معادلة القطع الناقص هي  $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$

$\therefore b^2 = 10 \Rightarrow b = \sqrt{10}$

$\therefore a^2 = 16 \Rightarrow a = 4$

$\therefore c^2 = a^2 - b^2 = 16 - 10 = 6 \Rightarrow c = \sqrt{6}$

المحور الأكبر ينطبق على محور السينات

$\therefore$  رأسا القطع الناقص هما  $(4, 0), (-4, 0)$

$\therefore$  طرفا المحور الأصغر هما  $(0, \sqrt{10}), (0, -\sqrt{10})$

البورتين هما :  $(\sqrt{6}, 0), (-\sqrt{6}, 0)$

طول المحور الأكبر هو :  $\therefore 2a = 2(4) = 8$

طول المحور الأصغر هو :  $\therefore 2b = 2(\sqrt{10}) = 2\sqrt{10}$

معادلتى الدليلين هما :  $x = \frac{a^2}{c}, x = -\frac{a^2}{c}$

$x = \frac{16}{\sqrt{6}} = \frac{8\sqrt{6}}{3}, x = -\frac{16}{\sqrt{6}} = -\frac{8\sqrt{6}}{3}$



السؤال الثاني : ( 15 درجة )

( 6 درجات )

( a ) أوجد معادلة القطع الزائد الذي إحدى بؤرتيه  $F_1 (-5, 0)$  ورأساه  $A_1 (-3, 0), A_2 (3, 0)$  ثم أوجد معادلة كل من خطيه المقاربتين

الحل :

:: البؤرتين على محور السينات

:: معادلة القطع الزائد هي

$$\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1$$

احدى البؤرتين  $F_1 (-5, 0)$

$$\therefore c = 5$$

أحد الرأسين  $A_2(3, 0)$

$$\therefore a = 3$$

$$b^2 = c^2 - a^2$$

$$b^2 = 5^2 - 3^2$$

$$= 25 - 9 = 16$$

:: معادلة القطع الزائد هي

$$\frac{x^2}{9} - \frac{y^2}{16} = 1$$

معادلتا الخطين المقاربتين هما :

$$y = \pm \frac{b}{a}x$$

$$y = \pm \frac{4}{3}x$$

المحورين



تابع السؤال الثاني:

(9 درجات)

$$f(x) = \frac{5x - 1}{x^2 - 2x - 15}$$

(b) لتكن الدالة  $f$ :

فأوجد: (a) الكسور الجزئية

$$\int f(x) dx \quad (b)$$

الحل:

1

$$x^2 - 2x - 15 = (x + 3)(x - 5)$$

نحلل المقام

(a)

1

$$\frac{5x - 1}{x^2 - 2x - 15} = \frac{A_1}{x + 3} + \frac{A_2}{x - 5}$$

1

$$5x - 1 = A_1(x - 5) + A_2(x + 3)$$

$\frac{1}{2}$

$$5(5) - 1 = A_1(5 - 5) + A_2(5 + 3)$$

نعوض عن  $x$  بـ (5)

$\frac{1}{2}$

$$\therefore A_2 = 3$$

$\frac{1}{2}$

$$5(-3) - 1 = A_1(-3 - 5) + A_2(-3 + 3)$$

نعوض عن  $x$  بـ (-3)

$\frac{1}{2}$

$$\therefore A_1 = 2$$

1

$$\frac{5x - 1}{x^2 - 2x - 15} = \frac{2}{x + 3} + \frac{3}{x - 5}$$



(b)

$\frac{1}{2}$

$$\int f(x) dx = \int \frac{5x - 1}{x^2 - 2x - 15} dx$$

$$= \int \left( \frac{2}{x + 3} + \frac{3}{x - 5} \right) dx$$

$$= \int \frac{2}{x + 3} dx + \int \frac{3}{x - 5} dx$$

$$= 2 \ln|x + 3| + 3 \ln|x - 5| + C$$

$1 + 1 + \frac{1}{2}$

$$\frac{1}{2} \quad \frac{1}{2} \quad \frac{1}{2} \quad \frac{1}{2} \quad \frac{1}{2}$$



السؤال الثالث : (15 درجة)

(a) أوجد معادلة منحنى الدالة  $f$  الذي ميله عند أي نقطة  $P(x, y)$  يساوي : (6 درجات)

$$B(1, 0) \text{ ويمر بالنقطة } 4x^3 + 6x^2 - 2x + 1$$

الحل :

$\frac{1}{2}$

$$\therefore f'(x) = 4x^3 + 6x^2 - 2x + 1$$

1

$$\therefore f(x) = \int (4x^3 + 6x^2 - 2x + 1) dx$$

$$\therefore f(x) = \frac{4}{4}x^4 + \frac{6}{3}x^3 - \frac{2}{2}x^2 + x + C$$

$1 + 1 + \frac{1}{2}$

$$\therefore f(x) = x^4 + 2x^3 - x^2 + x + C$$

لتعيين قيمة الثابت  $C$  نعوض بالنقطة  $B(1, 0)$  في المعادلة السابقة فنحصل على

$$0 = 1^4 + 2(1)^3 - (1)^2 + 1 + C$$

1

$$0 = 1 + 2 - 1 + 1 + C$$

$\frac{1}{2}$

$$\therefore C = -3$$

∴ معادلة المنحنى المطلوب هي :

$\frac{1}{2}$

$$f(x) = x^4 + 2x^3 - x^2 + x - 3$$



تابع السؤال الثالث :

(9 درجات)

(b) أوجد :

$$\int x^5 \sqrt{4-x^2} dx$$

الحل :

بوضع

$$u = 4 - x^2 \longrightarrow x^2 = 4 - u$$

$$du = -2x dx \longrightarrow x dx = -\frac{1}{2} du$$

$$\int x^5 \sqrt{4-x^2} dx$$

$$= \int \sqrt{4-x^2} (x^2)^2 x dx$$

$$= \int \sqrt{u} (4-u)^2 \left(-\frac{1}{2} du\right)$$

$$= \int -\frac{1}{2} (u)^{\frac{1}{2}} (16 - 8u + u^2) (du)$$

$$= \int \left(-8u^{\frac{1}{2}} + 4u^{\frac{3}{2}} - \frac{1}{2}u^{\frac{5}{2}}\right) du$$

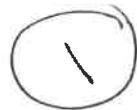
$$= -8 \left(\frac{2}{3}\right) u^{\frac{3}{2}} + 4 \left(\frac{2}{5}\right) u^{\frac{5}{2}} - \frac{1}{2} \left(\frac{2}{7}\right) u^{\frac{7}{2}} + C$$

$$= -\frac{16}{3} u^{\frac{3}{2}} + \frac{8}{5} u^{\frac{5}{2}} - \frac{1}{7} u^{\frac{7}{2}} + C$$

$$= -\frac{16}{3} (4-x^2)^{\frac{3}{2}} + \frac{8}{5} (4-x^2)^{\frac{5}{2}} - \frac{1}{7} (4-x^2)^{\frac{7}{2}} + C$$



تسطح، كعدد



السؤال الرابع : ( 15 درجة )

( a ) أوجد مساحة المنطقة المحددة بمنحنى الدالة  $f$  :  $f(x) = x^3 - 4x$

ومحور السينات في الفترة  $\left[-1, \frac{3}{2}\right]$  ( 8 درجات )

الحل :

نوجد الاحداثيات السينية لنقاط تقاطع منحنى الدالة  $f$  مع محور السينات بوضع

$$f(x) = 0$$

$$x^3 - 4x = 0$$

$$x(x^2 - 4) = 0$$

$$x(x - 2)(x + 2) = 0$$

$$x = 0, 0 \in \left(-1, \frac{3}{2}\right) \quad , \quad x = 2, 2 \notin \left(-1, \frac{3}{2}\right)$$

$$x = -2, -2 \notin \left(-1, \frac{3}{2}\right)$$

∴ المنحنى يقطع محور السينات عند  $x = 0$  فتكون مساحة المنطقة  $A$  كما يلي :

$$A = \left| \int_{-1}^0 f(x) dx \right| + \left| \int_0^{\frac{3}{2}} f(x) dx \right|$$

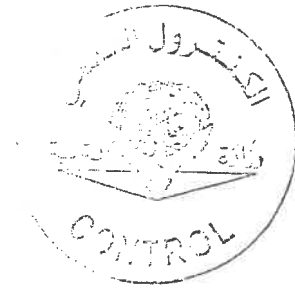
$$A = \left| \int_{-1}^0 (x^3 - 4x) dx \right| + \left| \int_0^{\frac{3}{2}} (x^3 - 4x) dx \right|$$

$$A = \left| \left[ \frac{x^4}{4} - 2x^2 \right]_{-1}^0 \right| + \left| \left[ \frac{x^4}{4} - 2x^2 \right]_0^{\frac{3}{2}} \right|$$

$$A = \left| \left[ 0 - \left( \frac{-7}{4} \right) \right] \right| + \left| \left[ -\frac{207}{64} - 0 \right] \right|$$

$$A = \frac{7}{4} + \frac{207}{64}$$

$$= \frac{319}{64} \text{ units square}$$



تابع السؤال الرابع:

(b) إذا كانت  $X$  متغير عشوائي متصلا ودالة كثافة الاحتمال له هي : (7 درجات)

$$f(x) = \begin{cases} \frac{1}{4} : 1 \leq x \leq 5 \\ 0 : \text{في ما عدا ذلك} \end{cases}$$



فأوجد :

(1)  $P(1 \leq x \leq 5)$

(2)  $P(x < 3)$

الحل:

نرسم بيان الدالة  $f$

(1) مساحة المنطقة المظللة ( المنطقة المستطيلة ):

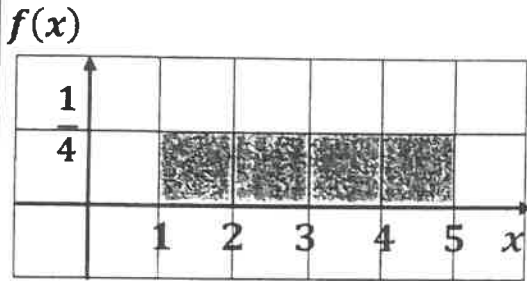
$$P(1 \leq x \leq 5)$$

$$= (5 - 1) \times \frac{1}{4}$$

$$= 1$$

$$\frac{1}{4}$$

$$\frac{1}{4}$$



$$\frac{1}{2} + \frac{1}{2} + \frac{1}{2}$$

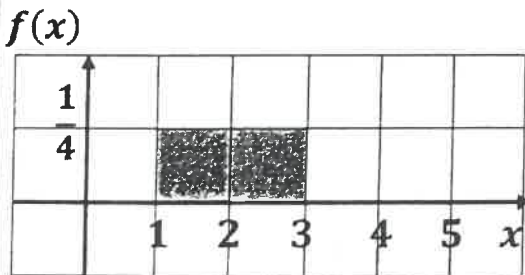
$$\frac{1}{4}$$

(2) مساحة المنطقة المظللة ( المنطقة المستطيلة ):

$$P(x < 3)$$

$$= 2 \times \frac{1}{4} = \frac{1}{2}$$

$$\frac{1}{4}$$



$$1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{2}$$

$$\frac{1}{4}$$





القسم الثاني: البنود الموضوعية

أولاً: في البنود من (1) إلى (3) عبارات ظلل (a) إذا كانت العبارة صحيحة

(b) إذا كانت العبارة خاطئة .



$$\int_0^{\frac{\pi}{2}} \sin^2 x dx - \int_{\frac{\pi}{2}}^0 \cos^2 x dx = \frac{\pi}{2} \quad (1)$$

(2) معادلة القطع المكافئ الذي رأسه (0, 0) وبؤرته (0, 2) هي :  $x^2 = 8y$

(3) التوزيع التالي يمثل دالة التوزيع الاحتمالي  $f$  للمتغير  $X$

$x$	0	1	2	3
$f(x)$	0.1	0.05	0.4	0.4

ثانياً : في البنود من (4) إلى (10) لكل بند أربعة اختيارات واحد فقط منها صحيح ظلل في ورقة الإجابة الرمز الدال على الإجابة الصحيحة .

(4) إذا كانت :  $x = -1$  ,  $y = -5$  ,  $\frac{dy}{dx} = x^{-\frac{2}{3}}$  , فإن  $y$  تساوي :

(a)  $-\frac{x^2}{3} - \frac{14}{3}$

(b)  $3x^{\frac{1}{3}} - 2$

(c)  $3x^{\frac{1}{3}} + 2$

(d)  $3x^{\frac{1}{3}}$

(5) إذا كانت  $y = e^{-5x}$  فإن  $\frac{dy}{dx}$  يساوي :

(a)  $e^{-5x}$

(b)  $-e^{-5x}$

(c)  $-5e^{-5x}$

(d)  $5e^{-5x}$

(6) لتكن  $f(x) = x^2 + 5$  فإن  $\int_{-a}^a f(x) dx > 0$  لكل قيم  $a$  تنتمي إلى :

(a)  $R - R^-$

(b)  $R - R^+$

(c)  $R^-$

(d)  $R^+$



تابع نموذج إجابة امتحان الفترة الدراسية الثانية- رياضيات- للصف الثاني عشر علمي - العام الدراسي: 2022 / 2023م

(7) طول القوس من منحنى الدالة  $f(x) = \frac{1}{3} : f$  في الفترة  $[-2, 3]$  هو :

- (a) 7 units (b) 6 units  
(c) 5 units (d) 1 units

(8) إذا كان  $X$  متغير عشوائيا متقطعا لدالة التوزيع الاحتمالي  $f$  وكان التوقع  $= 0.5$  ،

$$\sum x^2 f(x) = 4.25 \text{ فإن الانحراف المعياري هو}$$

- (a) 4 (b) 2 (c) 3.75 (d) 1

(9) لأي قطع ناقص يكون :

- (a)  $a > c$  (b)  $a < c$  (c)  $a = ec$  (d)  $a = c$

(10) إذا كانت  $a = 7$  ،  $c = 2\sqrt{10}$  ، فإن معادلة القطع المخروطي الناتج هي:

- (a)  $\frac{x^2}{49} - \frac{y^2}{9} = 1$  (b)  $\frac{x^2}{49} + \frac{y^2}{9} = 1$   
(c)  $\frac{x^2}{7} + \frac{y^2}{3} = 1$  (d)  $\frac{x^2}{9} - \frac{y^2}{49} = 1$



" انتهت الأسئلة "



ورقة إجابة البنود الموضوعية

السؤال	الإجابة			
( 1 )	a	b		
( 2 )	a	b		
( 3 )	a	b		
( 4 )	a	b	c	d
( 5 )	a	b	c	d
( 6 )	a	b	c	d
( 7 )	a	b	c	d
( 8 )	a	b	c	d
( 9 )	a	b	c	d
( 10 )	a	b	c	d

لكل بند درجة واحدة فقط

10



القسم الأول – أسئلة المقال  
تراعى الحلول الأخرى في جميع أسئلة المقال

السؤال الأول : (15 درجة)

(a) أوجد :  $\int_{-1}^1 (x^2 + 2x - 3)^2 (x + 1) dx$  (9 درجات)

الحل :

1  $u = x^2 + 2x - 3$

1  $du = (2x + 2)dx \Rightarrow \frac{1}{2} du = (x + 1)dx$

1  $u = -4$  فإن  $x = -1$  عندما

1  $u = 0$  فإن  $x = 1$  عندما

2  $\int_{-1}^1 (x^2 + 2x - 3)^2 (x + 1) dx = \frac{1}{2} \int_{-4}^0 u^2 du$

1  $= \frac{1}{2} \left[ \frac{u^3}{3} \right]_{-4}^0$

2  $= \frac{1}{2} \left[ 0 + \frac{64}{3} \right]$

$= \frac{32}{3}$



تابع السؤال الأول :

(b) أوجد معادلة منحنى الدالة  $f$  الذي ميله عند أي نقطة  $P(x, y)$  (6 درجات)

يساوي  $3x^2 - 4x + 1$  ويمر بالنقطة  $A(1, 2)$

الحل :

$\frac{1}{2}$

$$\therefore f'(x) = 3x^2 - 4x + 1$$

$\frac{1}{2}$

$$\therefore f(x) = \int (3x^2 - 4x + 1) dx$$

1

$$f(x) = \frac{3x^3}{3} - \frac{4x^2}{2} + x + C$$

1

$$f(x) = x^3 - 2x^2 + x + C$$

لتعيين قيمة الثابت  $C$  نعوض بالنقطة  $A(1, 2)$  في المعادلة السابقة فنحصل

1

$$2 = (1)^3 - 2(1)^2 + 1 + C$$

$\frac{1}{2}$

$$2 = 1 - 2 + 1 + C$$

$\frac{1}{2}$

$$C = 2$$

1

معادلة المنحنى  $f$  المطلوب هي :  $f(x) = x^3 - 2x^2 + x + 2$



السؤال الثاني: (15 درجة)

(a) أوجد: (1)  $\int \csc^5 x \cot x \, dx$  (6 درجات)

الحل:

1

$$u = \csc x$$

1

$$du = -\csc x \cot x \, dx \rightarrow -du = \csc x \cot x \, dx$$

1

$$\int \csc^5 x \cot x \, dx = \int \csc^4 x \cdot \csc x \cot x \, dx =$$

1

$$= -\int u^4 \cdot du$$

1

$$= \frac{-u^5}{5} + C$$

1

$$= \frac{-\csc^5 x}{5} + C$$

(2)  $\int \frac{x^2 - 4x + 3}{x - 1} \, dx$  (4 درجات)

الحل:

1

$$\int \frac{x^2 - 4x + 3}{x - 1} \, dx = \int \frac{(x - 3)(x - 1)}{(x - 1)} \, dx$$

1

$$= \int (x - 3) \, dx$$

2

$$= \frac{x^2}{2} - 3x + C$$



تابع السؤال الثاني :

(b) أوجد مساحة المنطقة المحددة بمنحنى الدالة  $f$  :  
 $f(x) = x^2 - 3x$  و محور السينات  
 (5 درجات)

الحل:

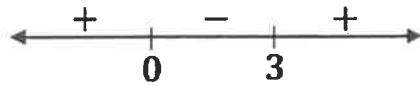
نوجد الاحداثيات السينية لنقاط تقاطع منحنى الدالة  $f$  مع محور السينات بوضع

$$f(x) = 0$$

$$x^2 - 3x = 0$$

$$x(x - 3) = 0$$

$$x = 0 \text{ أو } x = 3$$



نبحث إشارة  $f(x)$  في  $[0, 3]$

$$\therefore f(x) \leq 0 \quad \forall x \in [0, 3]$$

$$A = - \int_0^3 f(x) dx$$

$$= - \int_0^3 (x^2 - 3x) dx$$

$$= - \left[ \frac{x^3}{3} - \frac{3}{2}x^2 \right]_0^3$$

$$= - \left[ \left( 9 - \frac{27}{2} \right) - (0) \right]$$

$$= - \left( -\frac{9}{2} \right)$$

$$= \frac{9}{2} \text{ units square}$$



السؤال الثالث : (15 درجة)

( 9 درجات )  $f(x) = \frac{5x - 1}{x^2 - 2x - 15}$  (a) لتكن الدالة  $f$  :

فأوجد : (1) الكسور الجزئية

(2)  $\int f(x)dx$

الحل:

1 (1)  $x^2 - 2x - 15 = (x + 3)(x - 5)$

$\frac{1}{2}$   $\frac{5x - 1}{x^2 - 2x - 15} = \frac{A}{x + 3} + \frac{B}{x - 5}$

1  $5x - 1 = A(x - 5) + B(x + 3)$

$\frac{1}{2}$   $5(5) - 1 = A(5 - 5) + B(5 + 3)$  نعوض عن  $x$  بـ (5)

$\frac{1}{2}$   $\therefore B = 3$

$5x - 1 = A(x - 5) + B(x + 3)$

$\frac{1}{2}$   $5(-3) - 1 = A(-3 - 5) + B(-3 + 3)$  نعوض عن  $x$  بـ (3)

$\frac{1}{2}$   $\therefore A = 2$

$\frac{1}{2}$   $\frac{5x - 1}{x^2 - 2x - 15} = \frac{2}{x + 3} + \frac{3}{x - 5}$

(2)  $\int f(x)dx = \int \frac{5x - 1}{x^2 - 2x - 15} dx$

1  $= \int \left( \frac{2}{x + 3} + \frac{3}{x - 5} \right) dx$

$\frac{1}{2}$   $= \int \frac{2}{x + 3} dx + \int \frac{3}{x - 5} dx$

1  $= 2 \int \frac{1}{x + 3} dx + 3 \int \frac{1}{x - 5} dx$

$\frac{1}{2}$   $= 2\ln|x + 3| + 3\ln|x - 5| + C$





تابع السؤال الثالث :

(b) أوجد معادلة القطع الناقص الذي بؤرتاه :  $F_1(0, -3), F_2(0, 3)$  (6 درجات)  
وطول محوره الأصغر 4

الحل :

تقع البؤرتان على محور الصادات فتكون المعادلة على الصورة

$\frac{1}{2}$

$$\frac{x^2}{b^2} + \frac{y^2}{a^2} = 1$$

∴ البؤرتان  $F_1(0, -3), F_2(0, 3)$

1

$$\therefore c = 3$$

∴ طول محوره الأصغر 4

1

$$\therefore 2b = 4 \Rightarrow b = 2$$

$\frac{1}{2}$

$$\therefore b^2 = 4$$

1

$$c^2 = a^2 - b^2$$

$\frac{1}{2}$

$$9 = a^2 - 4$$

$\frac{1}{2}$

$$a^2 = 13$$

معادلة القطع الناقص هي :

1

$$\frac{x^2}{4} + \frac{y^2}{13} = 1$$



السؤال الرابع : ( 15 درجة )

( a ) أوجد :

$$\int x \ln x dx$$

( 8 درجات )

الحل :

$\frac{1}{2}$

$$u = \ln x$$

$$dv = x dx$$

$\frac{1}{2}$

$$du = \frac{1}{x} dx$$

$$v = \frac{x^2}{2}$$

$\frac{1}{2}$

$$\int u dv = u v - \int v du$$

2

$$\int x \ln x dx = \frac{1}{2} x^2 \ln x - \int \frac{x^2}{2} \cdot \frac{1}{x} dx$$

1

$$= \frac{1}{2} x^2 \ln x - \frac{1}{2} \int x dx$$

$\frac{1}{2}$

$$= \frac{1}{2} x^2 \ln x - \frac{1}{4} x^2 + C$$



تابع السؤال الرابع:

(b) لتكن:  $9y^2 - 25x^2 = 225$  معادلة قطع زائد ،  
فأوجد:

- (1) رأسي القطع الزائد
- (2) البؤرتين
- (3) معادلة كل من الخطين المقاربين

الحل:  
(1)

$$9y^2 - 25x^2 = 225$$

$$\frac{9y^2}{225} - \frac{25x^2}{225} = \frac{225}{225}$$

$$\frac{y^2}{25} - \frac{x^2}{9} = 1$$

$$\frac{y^2}{a^2} - \frac{x^2}{b^2} = 1$$

$$a^2 = 25 \Rightarrow a = 5$$

$$b^2 = 9 \Rightarrow b = 3$$

$$A_1(0, -5), A_2(0, 5)$$

$$c^2 = a^2 + b^2$$

$$c^2 = 25 + 9 = 34$$

$$c = \sqrt{34}$$

$$F_1(0, -\sqrt{34}), F_2(0, \sqrt{34})$$

$$y = \pm \frac{a}{b} x$$

$$y = \pm \frac{5}{3} x$$



المعادلة على الصورة :

المحور القاطع على محور الصادات :

رأسا القطع الزائد هما :

(2)

البؤرتان :

(3) معادلة الخطين المقاربين :



القسم الثاني: البنود الموضوعية

- أولاً: في البنود من (1) إلى (3) عبارات ظلل (a) إذا كانت العبارة صحيحة  
(b) إذا كانت العبارة خاطئة .

$$\int \frac{1}{x^2} dx = \frac{-1}{x} + C \quad (1)$$

$$\int_{-1}^1 (|x|)^3 dx = -\frac{1}{2} \quad (2)$$

(3) حجم المجسم الناتج من دوران دورة كاملة حول محور السينات للمنطقة المحددة بمنحنى

الدالة:  $f(x) = \sqrt[3]{x}$  في الفترة  $[1, 8]$  هو:  $V = \pi \int_1^8 (\sqrt[3]{x})^2 dx$

ثانياً: في البنود من (4) إلى (10) لكل بند أربعة اختيارات واحد فقط منها صحيح ظلل في ورقة الإجابة الرمز الدال على الإجابة الصحيحة .

(4) إذا كانت:  $y = x^2 e^x - x e^x$  , فإن  $\frac{dy}{dx}$  تساوي

- (a)  $e^x(x^2 + x - 1)$       (b)  $e^x(x^2 - x)$   
(c)  $2x e^x - e^x$       (d)  $e^x(x^2 + 2x + 1)$

(5)  $\int \frac{e^x}{e^x - 4} dx$  يساوي:

- (a)  $\frac{-1}{2}(e^x - 4) + C$       (b)  $\frac{1}{2} \ln|e^x - 4| + C$   
(c)  $-\ln|e^x - 4| + C$       (d)  $\ln|e^x - 4| + C$

(6)  $\int_{\sqrt{2}}^{\sqrt{18}} \sqrt{2} dx$  يساوي:

- (a) 2      (b)  $2\sqrt{2}$       (c) 4      (d) 8



(7) يساوي  $\int \frac{dx}{\sqrt[3]{3x+1}}$

(a)  $\frac{2}{9} (3x+1)^{\frac{2}{3}} + C$

(b)  $\frac{2}{3} (3x+1)^{\frac{2}{3}} + C$

(c)  $2 (3x+1)^{\frac{2}{3}} + C$

(d)  $\frac{1}{2} (3x+1)^{\frac{2}{3}} + C$

(8) حجم الجسم الناتج من دوران دورة كاملة حول محور السينات للمنطقة المحددة بمنحنى الدالة  $f(x) = 3$  ومحور السينات في الفترة  $[-1, 1]$  , بالوحدات المكعبة هو

(a)  $6\pi$

(b) 18

(c)  $18\pi$

(d)  $81\pi$

(9) النقطة المشتركة بين كل القطوع المكافئة التي هي على الصورة  $x^2 = 4py$  هي:

(a) (0, 0)

(b) (1, 0)

(c) (0, 1)

(d) (1, 1)

(10) المعادلة التي تمثل قطع مكافئ مفتوح الى أسفل هي:

(a)  $y^2 = \frac{-1}{2} x$

(b)  $y^2 = \frac{1}{2} x$

(c)  $x^2 = \frac{-1}{2} y$

(d)  $x^2 = \frac{1}{2} y$

" انتهت الأسئلة "



ورقة إجابة البنود الموضوعية

السؤال	الاجابة			
( 1 )	<input checked="" type="radio"/> a	<input type="radio"/> b		
( 2 )	<input checked="" type="radio"/> a	<input checked="" type="radio"/> b		
( 3 )	<input checked="" type="radio"/> a	<input checked="" type="radio"/> b		
( 4 )	<input checked="" type="radio"/> a	<input type="radio"/> b	<input type="radio"/> c	<input type="radio"/> d
( 5 )	<input type="radio"/> a	<input type="radio"/> b	<input type="radio"/> c	<input checked="" type="radio"/> d
( 6 )	<input type="radio"/> a	<input type="radio"/> b	<input checked="" type="radio"/> c	<input type="radio"/> d
( 7 )	<input type="radio"/> a	<input type="radio"/> b	<input type="radio"/> c	<input checked="" type="radio"/> d
( 8 )	<input type="radio"/> a	<input type="radio"/> b	<input checked="" type="radio"/> c	<input type="radio"/> d
( 9 )	<input checked="" type="radio"/> a	<input type="radio"/> b	<input type="radio"/> c	<input type="radio"/> d
( 10 )	<input type="radio"/> a	<input type="radio"/> b	<input checked="" type="radio"/> c	<input type="radio"/> d

لكل بند درجة واحدة فقط

10



القسم الأول - أسئلة المقال  
تراعى الحلول الأخرى في جميع أسئلة المقال

السؤال الأول : (15 درجة)

(9 درجات) (a) أوجد  $\int x^2 \ln x^2 dx$

الحل :

1  $u = \ln x^2$   $dv = x^2 dx$

2  $du = \frac{1}{x^2} \cdot 2x dx = \frac{2}{x} dx$   $v = \frac{x^3}{3}$

1  $\int u dv = uv - \int v du$

2  $\int x^2 \ln x^2 dx = \frac{x^3}{3} \ln x^2 - \int \frac{x^3}{3} \cdot \frac{2}{x} dx$

1  $= \frac{x^3}{3} \ln x^2 - \frac{2}{3} \int x^2 dx$

$1\frac{1}{2}$   $= \frac{x^3}{3} \ln x^2 - \frac{2}{3} \left(\frac{1}{3}\right) x^3 + C$

$\frac{1}{2}$   $= \frac{x^3}{3} \ln x^2 - \frac{2}{9} x^3 + C$



تابع السؤال الأول :

(b) أوجد معادلة منحنى الدالة  $f$  الذي ميله عند أي نقطة عليه  $P(x, y)$  (6 درجات)  
يساوي  $4x^3 + 6x^2 - 2x + 1$  و يمر بالنقطة  $B(1, 0)$

الحل :

$\frac{1}{2}$

$$\therefore f'(x) = 4x^3 + 6x^2 - 2x + 1$$

$$\therefore f(x) = \int f'(x) dx$$

1

$$= \int (4x^3 + 6x^2 - 2x + 1) dx$$

$$f(x) = 4 \frac{x^4}{4} + 6 \frac{x^3}{3} - 2 \frac{x^2}{2} + x + C$$

$2 \frac{1}{2}$

$$f(x) = x^4 + 2x^3 - x^2 + x + C$$

لتعيين قيمة الثابت  $C$  نعوض بالنقطة  $B(1, 0)$  في المعادلة السابقة فنحصل على

1

$$0 = (1)^4 + 2(1)^3 - (1)^2 + 1 + C$$

$$0 = 1 + 2 - 1 + 1 + C$$

$\frac{1}{2}$

$$C = -3$$

معادلة المنحنى  $f$  المطلوبة هي :

$\frac{1}{2}$

$$f(x) = x^4 + 2x^3 - x^2 + x - 3$$





السؤال الثاني : (15 درجة)

(a) أوجد :  
(1)  $\int \frac{x^2 + 5x + 4}{x + 1} dx$  (4 درجات)

الحل :

1  $\int \frac{x^2 + 5x + 4}{x + 1} dx = \int \frac{(x + 4)(x + 1)}{(x + 1)} dx$   
1  $= \int (x + 4) dx$   
2  $= \frac{x^2}{2} + 4x + C$

(2)  $\int_0^{\frac{\pi}{4}} \tan x \sec^2 x dx$  (6 درجات)

الحل :

$\frac{1}{2} + \frac{1}{2}$

$u = \tan x$  ,  $du = \sec^2 x dx$

1  $u = \tan 0 = 0$  فإن  $x = 0$  عندما

1  $u = \tan \frac{\pi}{4} = 1$  فإن  $x = \frac{\pi}{4}$  عندما

1  $\int_0^{\frac{\pi}{4}} \tan x \sec^2 x dx = \int_0^1 u du$

1  $= \left[ \frac{u^2}{2} \right]_0^1$

1  $= \frac{1}{2} - 0 = \frac{1}{2}$



تابع السؤال الثاني :

( b ) أوجد حجم المجسم الناتج من دوران المنطقة المستوية دورة كاملة (5 درجات)

حول محور السينات والمحددة بمنحنى الدالة  $f(x) = \sqrt{x-1}$  :

و محور السينات في الفترة  $[1, 5]$

الحل :

حجم المجسم الناتج هو :

$$V = \pi \int_1^5 (f(x))^2 dx$$

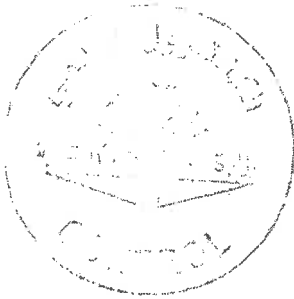
$$= \pi \int_1^5 (\sqrt{x-1})^2 dx$$

$$= \pi \int_1^5 (x-1) dx$$

$$= \pi \left[ \frac{x^2}{2} - x \right]_1^5$$

$$= \pi \left[ \left( \frac{25}{2} - 5 \right) - \left( \frac{1}{2} - 1 \right) \right]$$

$$= 8\pi \text{ units cube}$$



1

$\frac{1}{2}$

2

$\frac{1}{2} + \frac{1}{2}$

$\frac{1}{2}$

السؤال الثالث : (15 درجة)

(a) لتكن الدالة  $f$  :  $f(x) = \frac{2}{(x-5)(x-3)}$  (9 درجات)

فأوجد : (1) الكسور الجزئية

(2)  $\int f(x)dx$

الحل:

1  $\frac{2}{(x-5)(x-3)} = \frac{A_1}{x-5} + \frac{A_2}{x-3}$

1  $2 = A_1(x-3) + A_2(x-5)$

$\frac{1}{2}$   $2 = A_1(3-3) + A_2(3-5)$  نعوض عن  $x$  بـ (3)

$\frac{1}{2}$   $\therefore A_2 = -1$

$\frac{1}{2}$   $2 = A_1(5-3) + A_2(5-5)$  نعوض عن  $x$  بـ (5)

$\frac{1}{2}$   $\therefore A_1 = 1$

1  $\frac{2}{(x-5)(x-3)} = \frac{1}{x-5} + \frac{-1}{x-3}$

$$\int f(x) = \int \frac{2}{(x-5)(x-3)} dx$$

1  $= \int \left( \frac{1}{x-5} + \frac{-1}{x-3} \right) dx$

$$= \int \frac{1}{x-5} dx + \int \frac{-1}{x-3} dx$$

3  $= \ln|x-5| - \ln|x-3| + C$



تابع السؤال الثالث :

(6 درجات)

(b) أوجد معادلة القطع الناقص الذي فيه البؤرتان  $F_1(-2, 0)$ ,  $F_2(2, 0)$

و نقطتا طرفي المحور الأصغر  $B_1(0, -3)$ ,  $B_2(0, 3)$

الحل :

∴ البؤرتان  $F_1(-2, 0)$ ,  $F_2(2, 0)$

$$\therefore c = 2$$

∴ المحور الأكبر ينطبق على المحور السيني

∴ نقطتا طرفي المحور الأصغر  $B_1(0, -3)$ ,  $B_2(0, 3)$

$$\therefore b = 3$$

$$a^2 = b^2 + c^2$$

$$a^2 = 9 + 4 = 13$$

$$\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1 \quad \text{معادلة القطع الناقص هي}$$

$$\frac{x^2}{13} + \frac{y^2}{9} = 1$$

1

$\frac{1}{2}$

1

1

1

$\frac{1}{2}$

1



السؤال الرابع : ( 15 درجة )

( 8 درجات )  $\int x(x+1)^5 dx$  ( a ) أوجد :

الحل :

1  $u = x + 1 \Rightarrow x = u - 1$

1  $du = dx$

2  $\int x(x+1)^5 dx = \int (u-1)u^5 du$

1  $= \int (u^6 - u^5) du$

2  $= \frac{u^7}{7} - \frac{u^6}{6} + C$

1  $= \frac{(x+1)^7}{7} - \frac{(x+1)^6}{6} + C$



تابع السؤال الرابع:

(7 درجات)

$$\frac{x^2}{16} - \frac{y^2}{9} = 1 \quad \text{لتكن معادلة القطع الزائد}$$

فأوجد:

- (1) رأسي القطع الزائد
- (2) البورتين
- (3) معادلتى دليلى القطع

الحل:

$$\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1 \quad \text{المعادلة على الصورة :}$$

المحور القاطع على محور السينات :

$$a^2 = 16 \Rightarrow a = 4$$

$$b^2 = 9 \Rightarrow b = 3$$

(1) رأسا القطع الزائد هما :  $A_1(-4, 0), A_2(4, 0)$

$$c^2 = a^2 + b^2$$

$$c^2 = 16 + 9 = 25$$

$$c = 5$$

(2) البورتان :  $F_1(-5, 0), F_2(5, 0)$

(3) معادلة دليلى القطع :  $x = \pm \frac{a^2}{c}$

$$x = \pm \frac{16}{5}$$



القسم الثاني: البنود الموضوعية

- أولاً: في البنود من (1) إلى (3) عبارات ظلل (a) إذا كانت العبارة صحيحة  
(b) إذا كانت العبارة خاطئة .

$$\int (-x^{-3} + x - 1)dx = \frac{1}{2}x^{-2} + \frac{1}{2}x^2 - x + C \quad (1)$$

$$\int \frac{dx}{\sqrt{3x-2}} = 2\sqrt{3x-2} + C \quad (2)$$

- (3) مساحة المنطقة المحددة بمنحنى الدالة  $f : f(x) = 4 - x^2$  و محور السينات في  $[-2, 2]$  هي  $2 \int_0^2 f(x)dx$

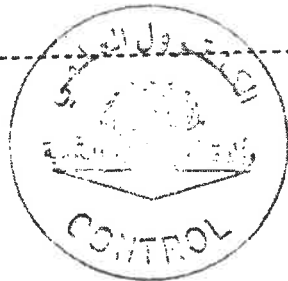
ثانياً : في البنود من (4) إلى (10) لكل بند أربعة اختيارات واحد فقط منها صحيح ظلل في ورقة الإجابة الرمز الدال على الإجابة الصحيحة .

(4) الصورة العامة للمشتقة العكسية للدالة  $f$  حيث  $f(x) = 8 + \csc(x) \cot(x)$  هي

- (a)  $F(x) = 8x + \csc(x) + C$       (b)  $F(x) = 8x - \cot(x) + C$   
(c)  $F(x) = 8x - \csc(x) + C$       (d)  $F(x) = 8x + \cot(x) + C$

(5) إذا كانت  $y = \ln(x^2 + 1)$  ، فإن  $\frac{dy}{dx}$  تساوي

- (a)  $\frac{x}{x^2 + 1}$       (b)  $\frac{2}{x^2 + 1}$   
(c)  $\frac{2x}{x^2 + 1}$       (d)  $-\frac{2x}{x^2 + 1}$



يساوي :  $\int \frac{e^x + e^{-x}}{2} dx$  (6)

(a)  $\frac{e^x - e^{-x}}{2} + C$

(b)  $\frac{e^x + e^{-x}}{2} + C$

(c)  $\frac{e^{-x} - e^{+x}}{2} + C$

(d)  $\frac{e^{2x} - e^{-2x}}{2} + C$

يساوي :  $\int_{-1}^1 (1 - |x|) dx$  (7)

(a) 0

(b) 1

(c) -1

(d)  $\frac{1}{2}$

(8) مساحة المنطقة المحددة بمنحنى الدالة  $g(x) = \sqrt{4 - x^2}$  ومحور السينات هي

(a)  $4\pi \text{ units}^2$

(b)  $2\pi \text{ units}^2$

(c)  $6\pi \text{ units}^2$

(d)  $8\pi \text{ units}^2$

(9) المعادلة التي تمثل قطعاً مكافئاً رأسه  $(0, 0)$  ويمر بالنقطة  $C(-5, -6)$  وخط تماثله  $y - axis$  هي

(a)  $y^2 = -\frac{25}{6}x$

(b)  $x^2 = -\frac{6}{25}y$

(c)  $y^2 = -\frac{6}{25}x$

(d)  $x^2 = -\frac{25}{6}y$

(10) إذا كانت معادلة القطع المكافئ :  $y^2 = -16x$  ، فإن بؤرته هي :

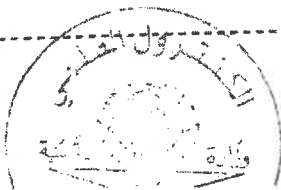
(a)  $(0, -4)$

(b)  $(0, 4)$

(c)  $(-4, 0)$

(d)  $(4, 0)$

" انتهت الأسئلة "



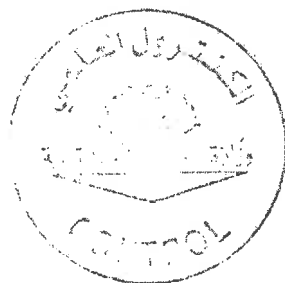


ورقة اجابة البنود الموضوعية

السؤال	الاجابة			
	a	b	c	d
( 1 )	a	b		
( 2 )	a	b		
( 3 )	a	b		
( 4 )	a	b	c	d
( 5 )	a	b	c	d
( 6 )	a	b	c	d
( 7 )	a	b	c	d
( 8 )	a	b	c	d
( 9 )	a	b	c	d
( 10 )	a	b	c	d

لكل بند درجة واحدة فقط

10



القسم الأول - أسئلة المقال  
تراجعى الحلول الأخرى فى جميع أسئلة المقال

السؤال الأول : ( 14 درجة )

( 7 درجات )

أوجد: ( a )

$$\int (2x - 1)e^{x^2 - x + 3} dx$$

الحل:

1  $u = x^2 - x + 3$

2  $du = (2x - 1) dx$

1  $\int (2x - 1)e^{x^2 - x + 3} dx = \int e^u du$

1  $= e^u + C$

2  $= e^{x^2 - x + 3} + C$



تابع السؤال الأول :

(b) أوجد :

(7 درجات)

$$\int \sqrt{4x - 5} dx$$

الحل :

1  $\int \sqrt{4x - 5} dx = \int (4x - 5)^{\frac{1}{2}} dx$

$\frac{1}{2}$   $g(x) = 4x - 5$

1  $g'(x) = 4$

1  $\int (4x - 5)^{\frac{1}{2}} dx = \frac{1}{4} \int 4(4x - 5)^{\frac{1}{2}} dx$

$2\frac{1}{2}$   $= \frac{1}{4} \frac{(4x - 5)^{\frac{3}{2}}}{\frac{3}{2}} + C$

1  $= \frac{1}{6} (4x - 5)^{\frac{3}{2}} + C$



السؤال الثاني : (14 درجة)

(6 درجات)

(a) أوجد :

$$\int x \sin x \, dx$$

الحل:

$$\frac{1}{2} + \frac{1}{2}$$
$$\frac{1}{2} + \frac{1}{2}$$

$$u = x \quad dv = \sin x \, dx$$

$$du = dx \quad v = -\cos x$$

$$\frac{1}{2}$$

$$\int u \, dv = uv - \int v \, du$$

$$2$$

$$\int x \sin x \, dx = -x \cos x - \int (-\cos x) \, dx$$

$$1 \frac{1}{2}$$

$$= -x \cos x + \sin x + C$$



تابع السؤال الثاني :

(b) لتكن الدالة  $f$  :  $f(x) = \frac{2}{(x-5)(x-3)}$  (8 درجات)

أوجد الكسور الجزئية ثم أوجد  $\int f(x) dx$

الحل:

1  $\frac{2}{(x-5)(x-3)} = \frac{A_1}{x-5} + \frac{A_2}{x-3}$

1  $2 = A_1(x-3) + A_2(x-5)$  نعوض عن  $x$  بـ (3)

$\frac{1}{2}$   $2 = A_1(3-3) + A_2(3-5)$

$\frac{1}{2}$   $\therefore A_2 = -1$

$\frac{1}{2}$   $2 = A_1(5-3) + A_2(5-5)$  نعوض عن  $x$  بـ (5)

$\frac{1}{2}$   $\therefore A_1 = 1$

1  $\frac{2}{(x-5)(x-3)} = \frac{1}{x-5} + \frac{-1}{x-3}$

$\int f(x) = \int \frac{2}{(x-5)(x-3)} dx$

1  $= \int \left( \frac{1}{x-5} + \frac{-1}{x-3} \right) dx$

$\frac{1}{2}$   $= \int \frac{1}{x-5} dx + \int \frac{-1}{x-3} dx$

$\frac{1}{2}$   $= \ln|x-5| - \ln|x-3| + C$



السؤال الثالث : (14 درجة)

(a) أوجد مساحة المنطقة المحددة بمنحنى الدالة  $f$  :

$f(x) = x^2 - 3x$  و محور السينات

(7 درجات)

الحل :

لإيجاد الاحداثيات السينية لنقاط تقاطع منحنى الدالة  $f$  مع محور السينات

بوضع  $f(x) = 0$

$$x^2 - 3x = 0$$

$$x(x - 3) = 0$$

$$x = 0 \text{ or } x = 3$$



$$\therefore f(x) \leq 0 \quad \forall x \in [0, 3]$$

$$A = - \int_0^3 f(x) dx$$

$$= - \int_0^3 (x^2 - 3x) dx$$

$$= - \left[ \frac{x^3}{3} - \frac{3x^2}{2} \right]_0^3$$

$$= - \left[ \left( \frac{(3)^3}{3} - \frac{3(3)^2}{2} \right) - \left( \frac{(0)^3}{3} - \frac{3(0)^2}{2} \right) \right]$$

$$= - \left[ \left( 9 - \frac{27}{2} \right) - (0) \right]$$

$$= - \left( -\frac{9}{2} \right)$$

$$= \frac{9}{2} \text{ units square}$$



تابع السؤال الثالث :

(b) أوجد معادلة منحنى الدالة  $f$  الذي ميله عند أي نقطة عليه  $P(x, y)$

يساوي  $4x^3 + 6x^2 - 2x + 1$  ويمر بالنقطة  $B(1, 0)$

(7 درجات)

الحل :

1

$$\therefore f'(x) = 4x^3 + 6x^2 - 2x + 1$$

1

$$\therefore f(x) = \int f'(x) dx$$

$$= \int (4x^3 + 6x^2 - 2x + 1) dx$$

$2\frac{1}{2}$

$$f(x) = 4\frac{x^4}{4} + 6\frac{x^3}{3} - 2\frac{x^2}{2} + x + C$$

$$f(x) = x^4 + 2x^3 - x^2 + x + C$$

لتعيين قيمة الثابت  $C$  نعوض بالنقطة  $B(1, 0)$  في المعادلة السابقة فنحصل على

1

$$0 = (1)^4 + 2(1)^3 - (1)^2 + 1 + C$$

$$0 = 1 + 2 - 1 + 1 + C$$

$\frac{1}{2}$

$$C = -3$$

معادلة المنحنى  $f$  المطلوبة هي :

1

$$f(x) = x^4 + 2x^3 - x^2 + x - 3$$



السؤال الرابع : ( 14 درجة )

( a ) أوجد معادلة قطع ناقص مركزه ( 0, 0 ) إذا كان محوره الأكبر ينطبق على المحور السيني وطوله 12 cm والمسافة بين البؤرتين 8 cm

( 6 درجات )

الحل :

∴ طول المحور الأكبر هو 12 cm

$$\therefore 2a = 12 \Rightarrow a = 6$$

∴ المسافة بين البؤرتين هي 8 cm

$$\therefore 2c = 8 \Rightarrow c = 4$$

$$b^2 = a^2 - c^2$$

$$b^2 = 6^2 - 4^2$$

$$= 36 - 16 = 20$$

∴ محوره الأكبر ينطبق على المحور السيني فتكون المعادلة على الصورة

$$\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$$

بالتعويض نحصل على المعادلة :

$$\frac{x^2}{36} + \frac{y^2}{20} = 1$$





تابع السؤال الرابع:

(b) لتكن  $9x^2 - 16y^2 = 144$  معادلة قطع زائد

أوجد:

(1) رأسي القطع الزائد

(2) البؤرتين

(3) معادلتا دليلي القطع الزائد

(8 درجات)

الحل:

(1) المعادلة

$$9x^2 - 16y^2 = 144$$

$$\frac{x^2}{16} - \frac{y^2}{9} = 1$$

المحور القاطع على محور السينات:

$$a^2 = 16 \Rightarrow a = 4$$

$$b^2 = 9 \Rightarrow b = 3$$

$$A_1(-4, 0), A_2(4, 0)$$

رأسا القطع الزائد هما:

$$c^2 = a^2 + b^2 \quad (2)$$

$$c^2 = 16 + 9 = 25$$

$$c = 5$$

$$F_1(-5, 0), F_2(5, 0)$$

البؤرتان هما:

(3) معادلتا دليلي القطع الزائد:

$$y = \pm \frac{a^2}{c}$$

$$y = \pm \frac{16}{5}$$



ثانيا: البنود الموضوعية

- اولا: في البنود من (1) إلى (4) عبارات ظلل (a) إذا كانت العبارة صحيحة  
 (b) إذا كانت العبارة خاطئة .

$$\int \sec^2 x dx = \tan x + C \quad (1)$$

$$\int \frac{1}{x^2} dx = \frac{1}{x} + C \quad (2)$$

(3) حجم الجسم الناتج من دوران دورة كاملة حول محور السينات للمنطقة المحددة

بمنحنى الدالة  $f(x) = x$  و منحنى الدالة  $g(x) = \frac{1}{2}x^2$  : هو :

$$V = \pi \int_0^2 \left(x - \frac{1}{2}x^2\right) dx$$

$$y^2 = -\frac{1}{6}x \quad (4) \text{ معادلة قطع مكافئ بؤرته } \left(\frac{-1}{24}, 0\right)$$

ثانيا : في البنود من (5) إلى (14) لكل بند أربعة اختيارات واحد فقط منها صحيح ظلل في ورقة الإجابة الرمز الدال على الإجابة الصحيحة

$$\int \frac{dx}{\sqrt[3]{3x+1}} \quad (5) \text{ يساوي :}$$

(a)  $\frac{2}{9} (3x+1)^{\frac{2}{3}} + C$

(b)  $\frac{2}{3} (3x+1)^{\frac{2}{3}} + C$

(c)  $\frac{1}{2} (3x+1)^{\frac{2}{3}} + C$

(d)  $2 (3x+1)^{\frac{2}{3}} + C$



$$\int \sqrt[3]{\cot x} \csc^2 x dx \quad (6) \text{ يساوي :}$$

(a)  $\frac{3}{4} \sqrt[3]{(\cot x)^4} + C$

(b)  $-\frac{3}{4} \sqrt[3]{(\cot x)^4} + C$

(c)  $-\frac{3}{4} \sqrt[4]{(\cot x)^3} + C$

(d)  $3 \sqrt[3]{(\cot x)^4} + C$



$$(7) \text{ إذا كانت } y = \ln(x^2 + 1) \text{ فإن } \frac{dy}{dx} \text{ تساوي :}$$

(a)  $\frac{x}{x^2 + 1}$

(b)  $\frac{2}{x^2 + 1}$

(c)  $\frac{-2x}{x^2 + 1}$

(d)  $\frac{2x}{x^2 + 1}$

$$\int \frac{e^x}{e^x - 4} dx \quad \text{يساوي :} \quad (8)$$

- (a)  $\frac{-1}{2}(e^x - 4) + C$       (b)  $\frac{1}{2}(e^x - 4) + C$   
 (c)  $-\ln|e^x - 4| + C$       (d)  $\ln|e^x - 4| + C$

(9) إذا كان :  $\int_3^1 g(x) dx = 2$  ,  $\int_{-1}^3 f(x) dx = 4$  فإن  $\int_{-1}^3 (2f(x) + 3g(x) + 1) dx$

تساوي :

- (a) 18      (b) -6      (c) 12      (d) 6

$$\int_{-\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{2}} (\sin x + \cos x) dx \quad \text{يساوي :} \quad (10)$$

- (a) 4      (b) 2      (c) 0      (d)  $\pi$

(11) حجم الجسم الناتج من دوران دورة كاملة حول محور السينات للمنطقة المحددة بالمستقيمات

$y = -2$  ,  $x = 0$  و منحنى الدالة  $f(x) = -\sqrt{x}$  بالوحدات المكعبة هو: *تحقق*

- (a)  $4\pi$       (b)  $16\pi$       (c)  $8\pi$       (d)  $2\pi$

(12) المعادلة التفاضلية التالية :  $\frac{(2y'' + x)^2}{xy} = 3$  من :

- (a) الرتبة الأولى و الدرجة الثانية  
 (b) الرتبة الثانية و الدرجة الأولى  
 (c) الرتبة الأولى و الدرجة الأولى  
 (d) الرتبة الثانية و الدرجة الثانية



(13) المعادلة التي تمثل قطاعا مكافئا رأسه  $(0, 0)$  و يمر بالنقطة  $C(-5, -6)$

و خط نمائله  $y - axis$  هي:

- (a)  $x^2 = \frac{-25}{6}y$       (b)  $y^2 = \frac{-25}{6}x$       (c)  $y^2 = \frac{-6}{25}x$       (d)  $x^2 = \frac{-6}{25}y$

(14) الاختلاف المركزي للمعادلة  $\frac{x^2}{36} + \frac{y^2}{25} = 1$  هو :

- (a)  $\frac{\sqrt{11}}{6}$       (b)  $\frac{\sqrt{11}}{5}$       (c)  $\frac{36}{25}$       (d)  $\frac{25}{36}$

" انتهت الأسئلة "



ورقة اجابة البنود الموضوعية

السؤال	الاجابة			
( 1 )	a	b		
( 2 )	a	b		
( 3 )	a	b		
( 4 )	a	b		
( 5 )	a	b	c	d
( 6 )	a	b	c	d
( 7 )	a	b	c	d
( 8 )	a	b	c	d
( 9 )	a	b	c	d
( 10 )	a	b	c	d
( 11 )	a	b	c	d
( 12 )	a	b	c	d
( 13 )	a	b	c	d
( 14 )	a	b	c	d

لكل بند درجة واحدة فقط

14



القسم الأول : أسئلة المقال  
تراعى الحلول الأخرى في جميع أسئلة المقال:

14

السؤال الأول :

(8 درجات)

(a) أوجد مساحة المنطقة المحددة بمنحنى الدالة :  $y_1 = 3 - x^2$ والمستقيم :  $y_2 = -2x$ 

الحل :

لإيجاد الإحداثيات السينية لنقطتي التقاطع :

$$y_1 = y_2 \quad \text{نضع}$$

$$\therefore 3 - x^2 = -2x$$

$$x^2 - 2x - 3 = 0$$

$$x = 3 \quad \text{أو} \quad x = -1$$

نأخذ قيمة اختيارية تنتمي إلى الفترة  $(-1, 3)$  ولتكن  $x = 0$

$$y_1 = 3 - (0)^2 = 3$$

$$y_2 = -2(0) = 0$$

$$\therefore y_1 \geq y_2 \quad \forall x \in [-1, 3]$$

$\therefore$  مساحة المنطقة هي :

$$A = \int_{-1}^3 (y_1 - y_2) dx$$

$$= \int_{-1}^3 (3 - x^2 + 2x) dx$$

$$= \left[ 3x - \frac{x^3}{3} + x^2 \right]_{-1}^3$$

$$= \left[ 3(3) - \frac{(3)^3}{3} + (3)^2 \right] - \left[ 3(-1) - \frac{(-1)^3}{3} + (-1)^2 \right]$$

$$= \frac{32}{3} \quad (\text{وحدة مربعة})$$

(1)



تابع السؤال الأول :

(6 درجات)

(b) أوجد  $\int \frac{(\frac{1}{x}+3)^4}{x^2} dx$

1

$$u = \frac{1}{x} + 3$$

الحل :

قاعدة التفاضل :

$\frac{1}{2} + \frac{1}{2}$

$$du = -\frac{1}{x^2} dx \Rightarrow -du = \frac{1}{x^2} dx$$

1

$$\int \frac{(\frac{1}{x} + 3)^4}{x^2} dx = \int -u^4 du$$

1+1

$$= -\frac{u^5}{5} + c$$

1

$$= -\frac{1}{5} \left( \frac{1}{x} + 3 \right)^5 + c$$



السؤال الثاني :  
( a ) أوجد التكامل :

( 6 درجات )

$$\int (4x - 1) \ln x \, dx$$

الحل :

$$\frac{1}{2} + \frac{1}{2}$$

$$u = \ln x$$

$$dv = (4x - 1)dx$$

$$\frac{1}{2} + \frac{1}{2}$$

$$du = \frac{1}{x} dx$$

$$v = 2x^2 - x = x(2x - 1)$$

1

$$\int u \, dv = u \cdot v - \int v \, du$$

$$\int (4x - 1) \ln x \, dx$$

$$\frac{1}{2} + \frac{1}{2}$$

$$= x(2x - 1) \ln x - \int \frac{1}{x} \cdot x(2x - 1) dx$$

$$\frac{1}{2}$$

$$= x(2x - 1) \ln x - \int (2x - 1) dx$$

1

$$= x(2x - 1) \ln x - (x^2 - x) + c$$

$$\frac{1}{2}$$

$$= x(2x - 1) \ln x - x^2 + x + c$$





( 8 درجات )

تابع السؤال الثاني:

( b ) أوجد طول القوس من منحنى الدالة  $f$  :

$$f(x) = \frac{1}{3}(3 + 2x)^{\frac{3}{2}} \text{ في الفترة } [0, 2]$$

الحل :

$$f'(x) = \frac{1}{3} \times \frac{3}{2}(3 + 2x)^{\frac{1}{2}} \times 2$$

$$= (3 + 2x)^{\frac{1}{2}}$$

$$L = \int_0^2 \sqrt{1 + (f'(x))^2} dx$$

$$L = \int_0^2 \sqrt{1 + ((3 + 2x)^{\frac{1}{2}})^2} dx$$

$$L = \int_0^2 \sqrt{1 + (3 + 2x)} dx$$

$$= \int_0^2 \sqrt{4 + 2x} dx$$

$$= \int_0^2 (4 + 2x)^{\frac{1}{2}} dx$$

$$g(x) = 4 + 2x \Rightarrow g'(x) = 2$$

$$L = \frac{1}{2} \int_0^2 2(4 + 2x)^{\frac{1}{2}} dx$$

$$= \frac{1}{2} \times \frac{2}{\frac{3}{2}} \left[ (4 + 2x)^{\frac{3}{2}} \right]_0^2$$

$$= \frac{1}{3} \left[ (4 + 2(2))^{\frac{3}{2}} - (4 + 2(0))^{\frac{3}{2}} \right]$$

$$L = \frac{1}{3} [16\sqrt{2} - 8] \text{ units}$$

$$L \approx 4.87 \text{ units}$$



14

السؤال الثالث:

( a ) أوجد التكامل:  $\int \cos^3(2x - 3) \cdot \sin(2x - 3) dx$

( 6 درجات )

الحل :

1

$$u = \cos(2x - 3)$$

قاعدة التفاضل :

$1 + \frac{1}{2}$

$$du = -2 \sin(2x - 3) dx \Rightarrow -\frac{1}{2} du = \sin(2x - 3) dx$$

$$\therefore \int \cos^3(2x - 3) \cdot \sin(2x - 3) dx$$

1

$$= -\frac{1}{2} \int u^3 du$$

$1 + \frac{1}{2}$

$$= -\frac{1}{2} \times \frac{1}{4} u^4 + C$$

1

$$= -\frac{1}{8} \cos^4(2x - 3) + C$$



تابع السؤال الثالث: (8 درجات)

(b) أوجد معادلة القطع الزائد الذي مركزه نقطة الأصل وإحدى بؤرتيه

$$y = 2x \text{ ، ومعادلة أحد خطيه المقاربين : } F_1(0, -\sqrt{5})$$

الحل:

∴ إحدى البؤرتين  $F_1(0, -\sqrt{5})$

∴ المحور القاطع ينطبق على محور الصادات ومعادله القطع الزائد هي:

$$\frac{y^2}{a^2} - \frac{x^2}{b^2} = 1$$

$$c = \sqrt{5} \Rightarrow c^2 = 5$$

$$c^2 = a^2 + b^2$$

$$\therefore 5 = a^2 + b^2 \quad (1)$$

معادلة المقارب:  $y = \frac{a}{b}x$  حيث من المعطى  $y = 2x$

$$\therefore \frac{a}{b} = 2 \Rightarrow a = 2b$$

بالتعويض في (1)

$$\therefore 5 = 4b^2 + b^2$$

$$\therefore 5 = 5b^2$$

$$\therefore b^2 = 1 \Rightarrow b = 1$$

$$a = 2(1) = 2 \Rightarrow a^2 = 4$$

معادلة القطع الزائد هي:

$$\frac{y^2}{4} - x^2 = 1$$



لجنة تقدير الدروسجات

(6)



السؤال الرابع:

14

(a) أوجد التكامل :  $\int \frac{3x-13}{x^2-8x+15} dx$

(7 درجات)

الحل :

حلل المقام :

$$x^2 - 8x + 15 = (x - 3)(x - 5)$$

$$\frac{3x - 13}{x^2 - 8x + 15} = \frac{A_1}{(x - 3)} + \frac{A_2}{(x - 5)}$$

$$3x - 13 = A_1(x - 5) + A_2(x - 3)$$

عوض عن  $x$  بـ 3

$$3(3) - 13 = A_1(3 - 5) + A_2(3 - 3)$$

$$\therefore A_1 = 2$$

عوض عن  $x$  بـ 5

$$3(5) - 13 = A_1(5 - 5) + A_2(5 - 3)$$

$$\therefore A_2 = 1$$

عوض عن  $A_1$  و  $A_2$  بقيمتيهما

$$\frac{3x - 13}{x^2 - 8x + 15} = \frac{2}{(x - 3)} + \frac{1}{(x - 5)}$$

$$\int \frac{3x - 13}{x^2 - 8x + 15} dx = \int \left( \frac{2}{x - 3} + \frac{1}{x - 5} \right) dx$$

$$= \int \frac{2}{x - 3} dx + \int \frac{1}{x - 5} dx$$

$$= 2 \ln|x - 3| + \ln|x - 5| + C$$

$\frac{1}{2} + \frac{1}{2} + \frac{1}{2}$



(7)



تابع السؤال الرابع: (7 درجات)

(b) عند رمي حجر نرد مرة واحدة ، إذا كان المتغير العشوائي  $X$  يعبر عن :  
( (مربع العدد الظاهر مطروحاً منه 1 عندما يكون العدد الظاهر أصغر من 4 ، و-2 لغير ذلك) )  
فأوجد :

- (1) فضاء العينة (  $S$  ) وعدد عناصر  $n(s)$
- (2) مدى المتغير العشوائي  $X$
- (3) احتمال وقوع كل عنصر من عناصر مدى المتغير العشوائي  $X$
- (4) دالة التوزيع الاحتمالي  $f$  للمتغير العشوائي  $X$

الحل :

(1) فضاء العينة :  $S = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$

، عدد عناصر فضاء العينة (  $S$  ) :  $n(s) = 6$

عناصر مدى المتغير العشوائي	عناصر فضاء العينة
0	1
3	2
8	3
-2	4
-2	5
-2	6

مدى المتغير العشوائي:  $X = \{-2, 0, 3, 8\}$

$$P(X = -2) = \frac{3}{6} = \frac{1}{2} , P(X = 0) = \frac{1}{6}$$

$$P(X = 3) = \frac{1}{6} , P(X = 8) = \frac{1}{6}$$

(4) دالة التوزيع الاحتمالي  $f$  للمتغير العشوائي  $X$  :

$x$	-2	0	3	8
$f(x)$	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{6}$

(8)



$$\frac{1}{2} + \frac{1}{2} + \frac{1}{2} + \frac{1}{2}$$

$$\frac{1}{2} + \frac{1}{2}$$

$$\frac{1}{2} + \frac{1}{2}$$

$$\frac{1}{2}$$

$$\frac{1}{2}$$

1

1

القسم الثاني ( البنود الموضوعية ) :  
أولاً : في البنود (1-4) ظلل في ورقة الإجابة: (a) إذا كانت العبارة صحيحة  
(b) إذا كانت العبارة خاطئة

(1) إذا كانت  $f'(x) = \frac{1}{x^2} + x$  ،  $f(2) = 1$  ، فإن  $f(x) = \frac{-1}{x} + \frac{1}{2}x^2 - \frac{1}{2}$

(2) إذا كان  $y = 1$  عند  $x = 0$  و  $y' + y = 0$  فإن  $y = 2e^{-x}$

(3)  $y^2 = \frac{1}{2}x$  هي معادلة قطع مكافئ بؤرته  $(\frac{1}{8}, 0)$

(4) إذا كانت X متغيراً عشوائياً متصلًا ودالة كثافة الاحتمال له هي :

$$f(x) = \begin{cases} 2 & : 0 \leq x \leq \frac{1}{2} \\ 0 & : \text{في ما عدا ذلك} \end{cases} \quad \text{فإن } P(X \geq 2) = 1$$

ثانياً : في البنود ( 5 - 14 ) لكل بند أربع اختيارات واحد فقط منها صحيح ظلل في ورقة الإجابة الرمز الدال على الاختيار الصحيح

(5)  $\int \sqrt[3]{\cot x} \csc^2 x \, dx =$

a)  $\frac{3}{4} \sqrt[3]{(\cot x)^4} + c$

b)  $-\frac{3}{4} \sqrt[3]{(\cot x)^4} + c$

c)  $-\frac{3}{4} \sqrt[4]{(\cot x)^3} + c$

d)  $3 \sqrt[3]{(\cot x)^4} + c$

(6) حجم الجسم الناتج من دوران دورة كاملة حول محور السينات للمنطقة المحددة بمنحنى الدالة  $f(x) = \sqrt{x+1}$  ومحور السينات والمستقيمين  $x = 0$  ،  $x = 2$  بالوحدات المكعبة هو :

a)  $4\pi$

b)  $16\pi$

c)  $8\pi$

d)  $2\pi$



$$\int \frac{2x}{x^2+1} dx = \quad (7)$$

a)  $2 \ln(x^2 + 1) + c$

b)  $\ln(x^2 + 1) + c$

c)  $\frac{x^2}{x^2 + 1} + c$

d)  $\frac{x^2}{\frac{x^3}{3} + x} + c$

8) المعادلة التفاضلية التالية  $(y')^2 + 2xy = 0$  من:

a) الرتبة الأولى و الدرجة الأولى

b) الرتبة الثانية و الدرجة الأولى

c) الرتبة الثانية و الدرجة الثانية

d) الرتبة الأولى و الدرجة الثانية

$$\int (2x + 1) \sin x dx = \quad (9)$$

a)  $(2x + 1) \cos x + 2 \sin x + c$

b)  $-(2x + 1) \cos x - 2 \sin x + c$

c)  $-(x + 1) \cos x - 2 \sin x + c$

d)  $-(2x + 1) \cos x + 2 \sin x + c$

10) معادلة منحنى الدالة الذي ميل العمودي عليه عند أي نقطة  $(x, y)$  هو  $-x + 3$  ويمر بالنقطة  $A(2, 3)$  هي  $y$  تساوي:

a)  $\frac{-x^2}{2} + 3x - 4$

b)  $3 - \ln|3 - x|$

c)  $\ln|3 - x| + 3$

d)  $\frac{-x^2}{2} + 3x + 4$

11) إذا كانت  $y = x^2 e^x - x e^x$  ، فإن  $\frac{dy}{dx}$  تساوي:

a)  $e^x(x^2 + x + 1)$

b)  $e^x(x^2 - x)$

c)  $e^x(x^2 + x - 1)$

d)  $2x e^x - e^x$



(12) النقطة  $A(-10, 0)$  تنتمي إلى القطع الناقص الذي معادلته :  $\frac{x^2}{100} + \frac{y^2}{64} = 1$  فإن  $AF_1 + AF_2$  حيث  $F_1, F_2$  هما البؤرتان يساوي :

- a) 10 units      b) 12 units      c) 14 units      d) 20 units

$$\int_{-\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{2}} (\sin x + \cos x) dx = \quad (13)$$

- a) 2      b) 0      c) 4      d)  $\pi$

(14) إذا كان  $Z$  يتبع التوزيع الطبيعي فإن :  $P(0 \leq Z \leq 2.35)$  يساوي :

- (a) 0.9906      (b) 0.5      (c) 0.4906      (d) 0.218

انتهت الأسئلة





جدول إجابة البنود الموضوعية

( 1 )	(a)	(b)	(c)	(d)
( 2 )	(a)	(b)	(c)	(d)
( 3 )	(a)	(b)	(c)	(d)
( 4 )	(a)	(b)	(c)	(d)
( 5 )	(a)	(b)	(c)	(d)
( 6 )	(a)	(b)	(c)	(d)
( 7 )	(a)	(b)	(c)	(d)
( 8 )	(a)	(b)	(c)	(d)
( 9 )	(a)	(b)	(c)	(d)
(10)	(a)	(b)	(c)	(d)
(11)	(a)	(b)	(c)	(d)
(12)	(a)	(b)	(c)	(d)
(13)	(a)	(b)	(c)	(d)
(14)	(a)	(b)	(c)	(d)

14

الدرجة: .....



دولة الكويت  
وزارة التربية

2019 / 2018 م  
الأسئلة في 11 صفحة

إجابة امتحان نهاية الفترة الدراسية الثانية للصف الثاني عشر علمي  
المجال الدراسي : الرياضيات الزمن : ساعتان و 45 دقيقة

القسم الأول : أسئلة المقال  
أجب عن الأسئلة التالية موضحاً خطوات الحل في كل منها:

14

السؤال الأول :  
( a ) أوجد

(6 درجات)

$$\int (x + 2)^3 \sqrt{x^2 + 4x - 1} dx$$

الحل :

$\frac{1}{2}$

$$u = x^2 + 4x - 1 \quad \text{بفرض}$$

$\frac{1}{2} + \frac{1}{2}$

$$du = (2x + 4)dx \quad , \quad \frac{1}{2} du = (x + 2)dx$$

1

$$\int (x + 2)^3 \sqrt{x^2 + 4x - 1} dx = \int u^{\frac{1}{2}} \left( \frac{1}{2} du \right)$$

$\frac{1}{2}$

$$= \frac{1}{2} \int u^{\frac{1}{2}} du$$

1+1

$$= \frac{1}{2} \left[ \frac{3}{4} u^{\frac{3}{2}} \right] + C$$

1

$$\therefore \int (x + 2)^3 \sqrt{x^2 + 4x - 1} dx = \frac{3}{8} (x^2 + 4x - 1)^{\frac{3}{2}} + C$$



تراجعى الحلول الأخرى في جميع أسئلة المقال

( 8 درجات )

تابع السؤال الأول :

( b ) أوجد طول القوس من منحنى الدالة  $f$  :

$$f(x) = \frac{1}{3}(3 + 2x)^{\frac{3}{2}} \text{ في الفترة } [0,6]$$

الحل :

$$f(x) = \frac{1}{3}(3 + 2x)^{\frac{3}{2}}$$

$$f'(x) = \frac{1}{3} \cdot \frac{3}{2} (3 + 2x)^{\frac{1}{2}} \cdot 2$$

$$= (3 + 2x)^{\frac{1}{2}}$$

$$L = \int_0^6 \sqrt{1 + (f'(x))^2} dx$$

$$L = \int_0^6 \sqrt{1 + \left( (3 + 2x)^{\frac{1}{2}} \right)^2} dx$$

$$L = \int_0^6 \sqrt{1 + 3 + 2x} dx$$

$$L = \int_0^6 \sqrt{4 + 2x} dx$$

$$g(x) = 4 + 2x \quad , \quad g'(x) = 2 \quad \text{بفرض}$$

$$L = \frac{1}{2} \int_0^6 2 (4 + 2x)^{\frac{1}{2}} dx$$

$$L = \frac{1}{2} \cdot \frac{2}{\frac{3}{2}} \left[ (4 + 2x)^{\frac{3}{2}} \right]_0^6$$

$$L = \frac{1}{3} \left[ (4 + 2(6))^{\frac{3}{2}} - (4 + 2(0))^{\frac{3}{2}} \right]$$

$$L = \frac{1}{3} [64 - 8]$$

$$L \approx 18.7 \text{ (وحدة طول)}$$



14

**السؤال الثاني :**

( a ) دون حساب قيمة التكامل أثبت أن :

( 6 درجات )

$$\int_0^2 (x^2 - 2x - 3) dx \leq 0$$

الحل :

$\frac{1}{2}$

بفرض :  $f(x) = x^2 - 2x - 3$

وهي دالة متصلة على  $[0, 2]$

$\frac{1}{2}$

نضع  $x^2 - 2x - 3 = 0$

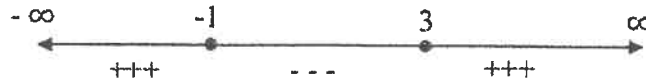
$\frac{1}{2} + \frac{1}{2}$

$(x + 1)(x - 3) = 0$

$\frac{1}{2} + \frac{1}{2}$

$x = -1$  أو  $x = 3$

1



$\frac{1}{2}$

$[0, 2] \subseteq [-1, 3]$

$\frac{1}{2}$

$f(x) \leq 0, \forall x \in [0, 2]$

$\frac{1}{2}$

$\therefore \int_0^2 f(x) dx \leq 0, \forall x \in [0, 2]$

$\frac{1}{2}$

$\therefore \int_0^2 (x^2 - 2x - 3) dx \leq 0$



( 8 درجات )

تابع السؤال الثاني:

( b ) أوجد حجم المجسم الناتج من دوران المنطقة المستوية المستوية دورة كاملة حول محور السينات والمحددة بمنحنى الدالة  $f(x) = \frac{1}{2}x^2$  والمستقيم  $y = 2$  في الفترة  $[-2,2]$

الحل :

بفرض  $g(x) = y = 2$

نأخذ قيمة اختيارية في  $[-2,2]$  ولتكن  $x = 0$

$g(0) = 2$  ,  $f(0) = 0$

$\therefore g(x) \geq f(x) \geq 0 \quad \forall x \in [-2,2]$

$\therefore$  حجم المجسم الناتج عن الدوران :

$$V = \pi \int_{-2}^2 [(g(x))^2 - (f(x))^2] dx$$

$$= \pi \int_{-2}^2 \left[ (2)^2 - \left(\frac{1}{2}x^2\right)^2 \right] dx$$

$$= \pi \int_{-2}^2 \left[ 4 - \frac{1}{4}x^4 \right] dx$$

$$= \pi \left[ 4x - \frac{1}{20}x^5 \right]_{-2}^2$$

$$= \pi \left[ \left(4(2) - \frac{1}{20}(2)^5\right) - \left(4(-2) - \frac{1}{20}(-2)^5\right) \right]$$

$$V = \frac{64}{5} \pi \text{ (وحدة مكعبة)}$$

$\frac{1}{2} + \frac{1}{2}$   
1  
1  
1  
1  
1  
 $\frac{1}{2} + \frac{1}{2}$   
1



14

السؤال الثالث:

(a) أوجد

(6 درجات)  $\int x^2 \cos x dx$

الحل:

$\frac{1}{2}$   
 $\frac{1}{2}$   
 $\frac{1}{2}$   
 $\frac{1}{2}$

$$\begin{array}{l} u = x^2 \quad \rightarrow \\ du = 2x dx \quad \leftarrow \end{array} \quad \begin{array}{l} dv = \cos x dx \\ v = \sin x \end{array}$$

$$\int u dv = uv - \int v du$$

$$\int x^2 \cos x dx = x^2 \sin x - \int 2x \sin x dx \quad \dots (1)$$

$\frac{1}{2}$   
 $\frac{1}{2}$   
 $\frac{1}{2}$

$$\begin{array}{l} u = 2x \quad \rightarrow \\ du = 2 dx \quad \leftarrow \end{array} \quad \begin{array}{l} dv = \sin x dx \\ v = -\cos x \end{array}$$

$$\int 2x \sin x dx = 2x(-\cos x) - \int 2(-\cos x) dx$$

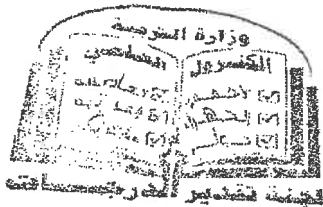
$$= -2x \cos x + 2 \int \cos x dx$$

$$= -2x \cos x + 2 \sin x + C_1 \quad \dots (2)$$

من (1) ، (2) نحصل على:

1

$$\int x^2 \cos x dx = x^2 \sin x + 2x \cos x - 2 \sin x + C$$



( 8 درجات )

تابع السؤال الثالث:

( b ) أوجد الاختلاف المركزي للقطع الذي معادلته

$$x^2 - 25y^2 = 1$$

الحل :

1

$$\frac{x^2}{1} - \frac{y^2}{25} = 1$$

$\frac{1}{2} + \frac{1}{2}$

$$\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1 \quad \text{بالمقارنة قطع زائد معادلته:}$$

$\frac{1}{2} + \frac{1}{2}$

$$a^2 = 1 \rightarrow a = 1$$

$\frac{1}{2} + \frac{1}{2}$

$$b^2 = \frac{1}{25} \rightarrow b = \frac{1}{5}$$

1

$$c^2 = a^2 + b^2$$

$\frac{1}{2}$

$$c^2 = 1 + \frac{1}{25}$$

$\frac{1}{2}$

$$c^2 = \frac{26}{25}$$

$\frac{1}{2}$

$$c = \frac{\sqrt{26}}{5}$$

$\frac{1}{2}$

$$e = \frac{c}{a}$$

الاختلاف المركزي :

$\frac{1}{2}$

$$e = \frac{\frac{\sqrt{26}}{5}}{1}$$

$\frac{1}{2}$

$$e = \frac{\sqrt{26}}{5}$$



( 7 درجات )

$$\int \frac{x^2 - 2x + 4}{x^2 - 2x} dx$$

الحل :

$\frac{1}{2}$

$$\frac{x^2 - 2x + 4}{x^2 - 2x} = \frac{x^2 - 2x}{x^2 - 2x} + \frac{4}{x^2 - 2x}$$

$$= 1 + \frac{4}{x^2 - 2x}$$

$\frac{1}{2}$

$$x^2 - 2x = x(x - 2)$$

$\frac{1}{2}$

$$\frac{4}{x(x - 2)} = \frac{A_1}{x} + \frac{A_2}{x - 2}$$

$\frac{1}{2}$

بضرب طرفي المعادلة في  $x(x - 2)$

$\frac{1}{2}$

$$4 = A_1(x - 2) + A_2x$$

$\frac{1}{2}$

بالتعويض عن  $x = 0$  :

$$4 = -2A_1 \rightarrow A_1 = -2$$

$\frac{1}{2}$

بالتعويض عن  $x = 2$  :

$$4 = 2A_2 \rightarrow A_2 = 2$$

$\frac{1}{2}$

$$\frac{4}{x(x - 2)} = \frac{-2}{x} + \frac{2}{x - 2}$$

$\frac{1}{2}$

$$\int \frac{x^2 - 2x + 4}{x^2 - 2x} dx = \int \left( 1 + \frac{-2}{x} + \frac{2}{x - 2} \right) dx$$

$\frac{1}{2}$

$$= \int 1 dx + \int \frac{-2}{x} dx + \int \frac{2}{x - 2} dx$$

2

$$= x - 2\ln|x| + 2\ln|x - 2| + C$$





(7 درجات)

تابع السؤال الرابع:

(b) في تجربة إلقاء قطعة نقود 8 مرات. أوجد التوقع والتباين والانحراف المعياري.  
إذا كان المتغير العشوائي  $X$  هو ظهور كتابة.

الحل:

$$\frac{1}{2}$$

$$n = 8$$

$$\frac{1}{2}$$

$$P = 0.5$$

$$\frac{1}{2}$$

$$1 - P = 0.5$$

$$1 + 1$$

$$\mu = nP = (8)(0.5) = 4$$

التوقع:

التباين:

$$1 + 1$$

$$\sigma^2 = nP(1 - P) = (8)(0.5)(0.5) = 2$$

الانحراف المعياري:

$$\frac{1}{2}$$

$$\sigma = \sqrt{\sigma^2}$$

$$\frac{1}{2}$$

$$= \sqrt{2}$$

$$\frac{1}{2}$$

$$\approx 1.414$$



القسم الثاني ( البنود الموضوعية ) :

أولا : في البنود (1-4) ظلل في ورقة الإجابة: (a) إذا كانت العبارة صحيحة  
(b) إذا كانت العبارة خاطئة

(1) إذا كان  $F(x) = \int (3x^2 - 5)dx$  وكان  $F(2) = 3$  فإن  $F(x) = x^3 - 5x + 3$

(2) إذا كان منحنى الدالة  $f : f(x) = x^2 - 2x - 3$  يقطع محور السينات عند  $x = -1$  ،  $x = 3$  فإن مساحة المنطقة المحددة بمنحنى الدالة  $f$  ومحور السينات

هي :  $A = \int_{-1}^3 f(x)dx$

(3) معادلة القطع المكافئ الذي بؤرته  $(-4, 0)$  ودليله  $x = 4$  هي :  $y^2 = -16x$

(4) لدالة توزيع تراكمي  $F$  للمتغير العشوائي  $X$  يكون :  $P(X < a) = 1 - F(a)$

ثانياً : في البنود ( 5 - 14 ) لكل بند أربع اختيارات واحد فقط منها صحيح ظلل في ورقة الإجابة الرمز الدال على الاختيار الصحيح

(5) المعادلة التفاضلية التالية  $\frac{(2y''+x)^3}{xy}$  من :

(a) الرتبة الثانية والدرجة الأولى

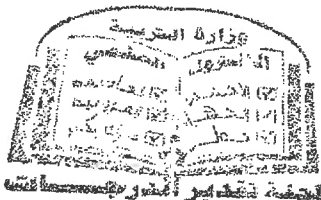
(b) الرتبة الثانية والدرجة الثانية

(c) الرتبة الثانية والدرجة الثالثة

(d) الرتبة الثالثة والدرجة الثانية

(6)  $\int \frac{1}{(x+3)^2} dx$  يساوي:

(a)  $\frac{-1}{x+3} + c$  (b)  $\frac{1}{x+3} + c$  (c)  $\frac{3}{(x+3)^3} + c$  (d)  $\frac{1}{(x+3)^3} + c$



$$\int \frac{e^x + e^{-x}}{2} dx \quad \text{يساوي:} \quad (7)$$

$$(a) \quad \frac{e^x + e^{-x}}{2} + C$$

$$(b) \quad \frac{e^x - e^{-x}}{2} + C$$

$$(c) \quad \frac{e^{-x} - e^x}{2} + C$$

$$(d) \quad \frac{e^{2x} - e^{-2x}}{2} + C$$

$$\int_2^3 f(x) dx + \int_3^2 f(x) dx - \int_5^2 f(x) dx \quad \text{يساوي:} \quad (8)$$

$$(a) \quad 0$$

$$(b) \quad 2 \int_2^3 f(x) dx$$

$$(c) \quad - \int_2^5 f(x) dx$$

$$(d) \quad \int_2^5 f(x) dx$$

$$\int \sec^5 x \tan x dx \quad \text{يساوي:} \quad (9)$$

$$(a) \quad \frac{5}{3} \sec^5 x + C$$

$$(b) \quad \frac{1}{5} \sec^6 x + C$$

$$(c) \quad \frac{1}{5} \sec^5 x + C$$

$$(d) \quad \frac{-5}{3} \sec^5 x + C$$

$$\text{حل المعادلة التفاضلية } 2y' + y = 1 \text{ الذي يحقق } y = 3, x = 5 \text{ هو:} \quad (10)$$

$$(a) \quad y = 2e^{\frac{5}{2}}$$

$$(b) \quad \frac{2}{e^{\frac{5}{2}}}$$

$$(c) \quad y = 2e^{\left(-\frac{1}{2}x - \frac{5}{2}\right)} + 1$$

$$(d) \quad y = 2e^{\left(-\frac{1}{2}x + \frac{5}{2}\right)} + 1$$

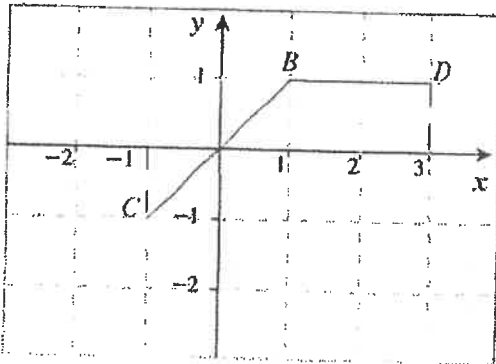


(11) إذا كانت  $y = (\ln x)^2$  فإن  $\frac{dy}{dx}$  تساوي :

- (a)  $\frac{\ln x}{x}$       (b)  $\frac{x \ln x}{2}$       (c)  $\frac{2 \ln^2 x}{x}$       (d)  $\frac{2 \ln x}{x}$

(12) المسافة بين البورتين للقطع الناقص  $15x^2 + 25y^2 - 75 = 0$  بوحدة الطول هي :

- (a)  $2\sqrt{2}$       (b)  $\sqrt{2}$       (c)  $2\sqrt{3}$       (d) 10



(13) إذا كان بيان الدالة يمثل  $\overline{CB} \cup \overline{BD}$  كما هو موضح بالشكل فإن مساحة المنطقة المحددة بمنحنى الدالة  $f$  ومحور السينات والمستقيمين  $x = -1$ ،  $x = 3$  هي :

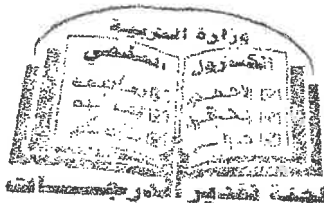
- (a)  $2 \text{ units}^2$       (b)  $3 \text{ units}^2$       (c)  $4 \text{ units}^2$       (d)  $5 \text{ units}^2$

(14) إذا كانت دالة التوزيع الاحتمالي  $f$  للمتغير العشوائي  $X$  هي :

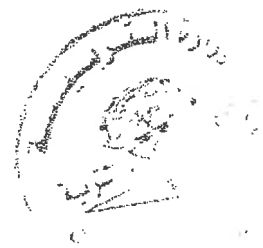
$x$	-1	0	1
$f(x)$	0.3	$2k$	0.1

فإن قيمة  $k$  هي :

- (a) 0.6      (b) 0.4      (c) 0.3      (d) 0.2



انتهت الأسئلة



جدول إجابة البنود الموضوعية

( 1 )	(a)	(b)		
( 2 )	(a)	(b)		
( 3 )	(a)	(b)		
( 4 )	(a)	(b)		
( 5 )	(a)	(b)	(c)	(d)
( 6 )	(a)	(b)	(c)	(d)
( 7 )	(a)	(b)	(c)	(d)
( 8 )	(a)	(b)	(c)	(d)
( 9 )	(a)	(b)	(c)	(d)
(10)	(a)	(b)	(c)	(d)
( 11 )	(a)	(b)	(c)	(d)
( 12 )	(a)	(b)	(c)	(d)
( 13 )	(a)	(b)	(c)	(d)
( 14 )	(a)	(b)	(c)	(d)

14

الدرجة: .....



(12)



دولة الكويت

وزارة التربية

2018 / 2017 م

الأسئلة في 11 صفحة

إجابة امتحان نهاية الفترة الدراسية الثانية للصف الثاني عشر علمي  
المجال الدراسي : الرياضيات الزمن : ساعتان و 45 دقيقة

القسم الأول : أسئلة المقال

أجب عن الأسئلة التالية موضحاً خطوات الحل في كل منها:

14

(8 درجات)

السؤال الأول :

(a) أوجد

$$\int \frac{5}{\sqrt{x} (\sqrt{x} + 2)^3} dx$$

الحل :

$$u = \sqrt{x} + 2$$

بفرض

$$\therefore du = \frac{1}{2\sqrt{x}} dx$$

$$\int \frac{5}{\sqrt{x} (\sqrt{x} + 2)^3} dx = \int \frac{5}{u^3} (2du)$$

$$= \int \frac{10du}{u^3}$$

$$= 10 \int u^{-3} du$$

$$= \underline{\underline{-5u^{-2} + C}}$$

$$= \underline{\underline{\frac{-5}{(\sqrt{x} + 2)^2} + C}}$$

تراجعى الحلول الأخرى في جميع أسئلة المقال

(6 درجات)

تابع السؤال الأول :

(b) أوجد مساحة المنطقة المحددة بمنحنى الدالة  $f(x) = x^2 - 9$  :

ومحور السينات

الحل :

لإيجاد الإحداثيات السببية لنقاط تقاطع منحنى الدالة  $f$  مع محور السينات بوضع :

$$f(x) = 0$$

$$\therefore x^2 - 9 = 0$$

$$(x - 3)(x + 3) = 0$$

$$x = 3 \quad \text{أو} \quad x = -3$$



∴ مساحة المنطقة

صل به بل  
بارشرك

أو ارسم

$$A = \int_{-3}^3 f(x) dx$$

$$= \int_{-3}^3 (x^2 - 9) dx$$

$$= \left[ \left( \frac{x^3}{3} - 9x \right) \right]_{-3}^3$$

$$= \left| \left[ \left( \frac{(3)^3}{3} - 9(3) \right) - \left( \frac{(-3)^3}{3} - 9(-3) \right) \right] \right|$$

$$= 36 \text{ (وحدة مربعة)}$$

السؤال الثاني :

(a) أوجد

$$\int x^3 \sqrt{x^2 - 2} dx$$

(6 درجات)

الحل :

$$u = x^2 - 2 \rightarrow x^2 = u + 2 \quad \text{بفرض}$$

$$\therefore du = 2x dx \rightarrow x dx = \frac{1}{2} du$$

$$\therefore \int x^3 \sqrt{x^2 - 2} dx = \int \sqrt{x^2 - 2} (x^2) dx$$

$$= \int \sqrt{u} (u + 2) \left( \frac{1}{2} du \right)$$

$$= \frac{1}{2} \int u^{\frac{1}{2}} (u + 2) du$$

$$= \frac{1}{2} \int \left( u^{\frac{3}{2}} + 2u^{\frac{1}{2}} \right) du$$

$$= \frac{1}{2} \left( \frac{2}{5} u^{\frac{5}{2}} + 2 \times \frac{2}{3} u^{\frac{3}{2}} \right) + C$$

$$= \frac{1}{5} u^{\frac{5}{2}} + \frac{2}{3} u^{\frac{3}{2}} + C$$

$$= \frac{1}{5} (x^2 - 2)^{\frac{5}{2}} + \frac{2}{3} (x^2 - 2)^{\frac{3}{2}} + C$$



( 8 درجات )

تابع السؤال الثاني:

( b ) أوجد طول القوس من منحنى الدالة  $f$  :

$$f(x) = \frac{2}{3}x^{\frac{3}{2}} + 1 \text{ في } [3, 8]$$

الحل :

1

$$f'(x) = \frac{2}{3} \times \frac{3}{2} x^{\frac{1}{2}} + 0$$

$\frac{1}{2}$

$$f'(x) = x^{\frac{1}{2}}$$

1

$$L = \int_3^8 \sqrt{1 + (f'(x))^2} dx$$

$$= \int_3^8 \sqrt{1 + (x^{\frac{1}{2}})^2} dx$$

$\frac{1}{2} + \frac{1}{2}$

$$= \int_3^8 \sqrt{1 + x} dx$$

$\frac{1}{2}$

$$= \int_3^8 (1 + x)^{\frac{1}{2}} dx$$

1

$$= \left[ \frac{2}{3} (1 + x)^{\frac{3}{2}} \right]_3^8$$

1 + 1

$$= \left[ \frac{2}{3} (9)^{\frac{3}{2}} - \frac{2}{3} (4)^{\frac{3}{2}} \right]$$

1

$$\therefore L = \frac{38}{3} \text{ (وحدة طول)}$$



السؤال الثالث:

14

(8 درجات)

(a) أوجد  $\int \frac{4x+1}{x^2+5x+4} dx$

الحل:

حلل المقام:

$$x^2 + 5x + 4 = (x + 4)(x + 1)$$

$$\frac{4x + 1}{x^2 + 5x + 4} = \frac{A_1}{x + 4} + \frac{A_2}{x + 1}$$

اضرب طرفي المعادلة في  $(x + 4)(x + 1)$  وبسط

$$4x + 1 = A_1(x + 1) + A_2(x + 4)$$

عوض عن  $x$  بـ  $-4$ :

$$4(-4) + 1 = A_1(-4 + 1) + A_2(-4 + 4) \rightarrow A_1 = 5$$

عوض عن  $x$  بـ  $-1$ :

$$4(-1) + 1 = A_1(-1 + 1) + A_2(-1 + 4) \rightarrow A_2 = -1$$

$$\frac{4x + 1}{x^2 + 5x + 4} = \frac{5}{x + 4} - \frac{1}{x + 1}$$



$$\int \frac{4x + 1}{x^2 + 5x + 4} dx = \int \left( \frac{5}{x + 4} - \frac{1}{x + 1} \right) dx$$

$$= \int \left( \frac{5}{x + 4} \right) dx - \int \left( \frac{1}{x + 1} \right) dx$$

$$\therefore \int \frac{4x + 1}{x^2 + 5x + 4} dx = 5[\ln|x + 4|] - [\ln|x + 1|] + C$$

(6 درجات)

تابع السؤال الثالث:

(b) أوجد معادلة القطع المكافئ الذي رأسه نقطة الأصل ويمر بالنقطتين

$A(-1,4)$  ,  $B(1,4)$  ثم أوجد بؤرته ومعادلة دليله

الحل :

∴ منحنى القطع المكافئ يمر بالنقطتين  $A(-1,4)$  ,  $B(1,4)$

ورأسه نقطة الأصل

∴ معادلة القطع المكافئ هي :  $x^2 = 4Py$

بالتعويض عن  $(x, y)$  بإحداثيات النقطة  $B$  نحصل على :

$$(1)^2 = 4P(4)$$

$$1 = 16P$$

$$P = \frac{1}{16}$$

∴ معادلة القطع المكافئ هي :  $x^2 = \frac{1}{4}y$

البؤرة :  $F(0, P) = F(0, \frac{1}{16})$

معادلة الدليل :  $y = -P$

$$y = -\frac{1}{16}$$



14

السؤال الرابع:

(a) لتكن الدالة  $f$  :

(8 درجات)

$$f(x) = \begin{cases} \frac{1}{3} & : 0 \leq x \leq 3 \\ 0 & : \text{فيما عدا ذلك} \end{cases}$$

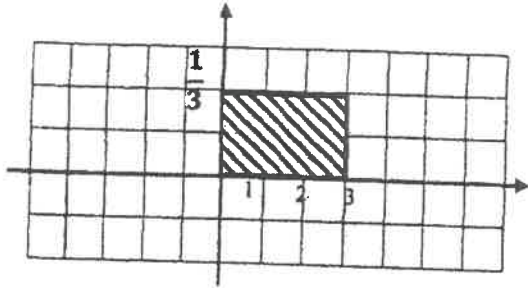
(a) اثبت أن  $f$  هي دالة كثافة احتمال

(b) اثبت أن  $f$  تتبع التوزيع الاحتمالي المنتظم

(c) أوجد التوقع والتباين للدالة  $f$

الحل :

نرسم بيان الدالة  $f$  :



(1) المساحة تحت المنحنى من الشكل هي

مساحة المنطقة المستطيلة = الطول  $\times$  العرض

$$= 3 \times \frac{1}{3} = 1$$

$\therefore$  الدالة  $f$  هي دالة كثافة احتمال

(2) لإثبات أن الدالة تتبع التوزيع الاحتمالي المنتظم يجب أن تكون الدالة على الصورة :

$$f(x) = \begin{cases} \frac{1}{b-a} & : a \leq x \leq b \\ 0 & : \text{فيما عدا ذلك} \end{cases}$$

$$\therefore a = 0, b = 3 \rightarrow b - a = 3$$

$$\therefore \frac{1}{b-a} = \frac{1}{3} \rightarrow f(x) = \begin{cases} \frac{1}{3} & : 0 \leq x \leq 3 \\ 0 & : \text{فيما عدا ذلك} \end{cases}$$

$\therefore$  الدالة  $f$  هي دالة تتبع التوزيع الاحتمالي المنتظم

$$(3) \text{ التوقع : } \mu = \frac{a+b}{2} = \frac{0+3}{2} = \frac{3}{2}$$

$$\text{التباين : } \sigma^2 = \frac{(b-a)^2}{12} = \frac{(3-0)^2}{12} = \frac{3}{4}$$

(6 درجات)

تابع السؤال الرابع:

(b) إذا كان ميل العمودي على منحنى الدالة  $f$  عند أي نقطة عليه  $(x, y)$  هو :

$2x + 5$  فأوجد معادلة منحنى الدالة  $f$  إذا كان يمر بالنقطة  $P(-2, 3)$

الحل :

ميل العمودي =  $\frac{-1}{f'(x)}$  حيث  $f'(x) \neq 0$

$$\therefore f'(x) = \frac{-1}{2x+5}$$

$$f(x) = \int f'(x) dx$$

$$\therefore f(x) = \int \frac{-1}{2x+5} dx$$

$$f(x) = \frac{-1}{2} \ln|2x+5| + C$$

لتعيين الثابت  $C$  نعوض بالنقطة  $P(-2, 3)$  في المعادلة السابقة فنحصل على :

$$3 = \frac{-1}{2} \ln|1| + C$$

$$C = 3$$

$\therefore$  معادلة المنحنى  $f$  المطلوب هي :

$$f(x) = \frac{-1}{2} \ln|2x+5| + 3$$

جدول إجابة البنود الموضوعية

( 1 )	(a)	<input checked="" type="checkbox"/>	(c)	(d)
( 2 )	<input checked="" type="checkbox"/>	(b)	(c)	(d)

الدرجة: ..... = 1 × .....

( 3 )	(a)	(b)	<input checked="" type="checkbox"/>	(d)
( 4 )	(a)	(b)	(c)	<input checked="" type="checkbox"/>
( 5 )	(a)	(b)	(c)	<input checked="" type="checkbox"/>
( 6 )	<input checked="" type="checkbox"/>	(b)	(c)	(d)
( 7 )	(a)	<input checked="" type="checkbox"/>	(c)	(d)
( 8 )	(a)	(b)	<input checked="" type="checkbox"/>	(d)
( 9 )	(a)	(b)	(c)	<input checked="" type="checkbox"/>
(10)	<input checked="" type="checkbox"/>	(b)	(c)	(d)

الدرجة: ..... = 1.5 × .....



14

الدرجة: .....

دولة الكويت

وزارة التربية

امتحان الدور الثاني ( الفترة الدراسية الثانية ) - الصف الثاني عشر العلمي  
المجال الدراسي: الرياضيات الزمن: ساعتان و 45 دقيقة الأسئلة في 11 صفحة

2018 / 2017 م

الأسئلة في 11 صفحة

القسم الأول : أسئلة المقال

اجب عن الأسئلة التالية موضحاً خطوات الحل في كل منها:

السؤال الأول :

( a ) أوجد

14

( 8 درجات )



$$\int x \cos 3x dx$$

الحل :

$$\frac{1}{2} + \frac{1}{2}$$

$$1 + 1$$

$$1$$

$$1 + 1$$

$$1 + 1$$

$$dv = \cos 3x dx$$

$$du = dx \quad \leftarrow \quad v = \frac{1}{3} \sin 3x$$

$$\int u dv = u v - \int v du$$

$$\int x \cos 3x dx = \frac{x}{3} \sin 3x - \int \frac{1}{3} \sin 3x dx$$

$$\int x \cos 3x dx = \frac{x}{3} \sin 3x + \frac{1}{9} \cos 3x + C$$

تراجعى الحلول الأخرى في جميع أسئلة المقال

(6 درجات)

تابع السؤال الأول :

( b ) أوجد حجم الجسم الناتج من دوران المنطقة المستوية دورة كاملة حول محور السينات

و المحددة بمنحني الدالتين :  $g(x) = \sqrt{x}$  ,  $f(x) = x^2$

الحل :

المنطقة المستوية محددة بمنحني الدالتين ، نجد نقط التقاطع بوضع :

$$f(x) = g(x)$$

$$x^2 = \sqrt{x} \quad : (x > 0)$$

$$x^4 = x$$

بتربيع الطرفين

$$x^4 - x = 0$$

$$x(x^3 - 1) = 0$$

$$x = 0 \quad , \quad x = 1$$

نحصل على

نأخذ قيمة اختيارية في  $(0, 1)$  ولتكن  $x = \frac{1}{4}$

$$f\left(\frac{1}{4}\right) = \frac{1}{16} \quad , \quad g\left(\frac{1}{4}\right) = \frac{1}{2}$$

$$\therefore g(x) \geq f(x) \geq 0 \quad , \quad \forall x \in [0, 1]$$

$\therefore$  حجم الجسم الناتج :

$$V = \pi \int_0^1 [(g(x))^2 - (f(x))^2] dx$$

$$= \pi \int_0^1 [x - x^4] dx$$

$$= \pi \left[ \frac{x^2}{2} - \frac{x^5}{5} \right]_0^1$$

$$\therefore V = \pi \left[ \left( \frac{1}{2} - \frac{1}{5} \right) - 0 \right] = \frac{3}{10} \pi \text{ (وحدة مكعبة)}$$



السؤال الثاني :

14

(a)

(6 درجات)

أوجد طول القوس من منحنى الدالة  $f$  :

$$f(x) = 5 + 2\sqrt{x^3} \quad \text{في الفترة } \left[0, \frac{1}{3}\right]$$

الحل :

$$f(x) = 5 + 2x^{\frac{3}{2}}$$

$$f'(x) = 3x^{\frac{1}{2}}$$

$$L = \int_0^{\frac{1}{3}} \sqrt{1 + (f'(x))^2} dx$$

$$= \int_0^{\frac{1}{3}} \sqrt{1 + 9x} dx$$

$$= \int_0^{\frac{1}{3}} (1 + 9x)^{\frac{1}{2}} dx$$

$$= \frac{1}{9} \int_0^{\frac{1}{3}} 9(1 + 9x)^{\frac{1}{2}} dx$$

$$= \frac{1}{9} \left[ \frac{2}{3} (1 + 9x)^{\frac{3}{2}} \right]_0^{\frac{1}{3}}$$

$$= \frac{1}{9} \times \frac{2}{3} \left[ (4)^{\frac{3}{2}} - (1)^{\frac{3}{2}} \right]$$

$$\therefore L = \frac{14}{27} \text{ (وحدة طول)}$$



$\frac{1}{2}$   
 $\frac{1}{2}$   
 $\frac{1}{2}$   
 $\frac{1}{2}$   
 $\frac{1}{2}$   
 $\frac{1}{2}$   
 $\frac{1}{2}$   
 $\frac{1}{2}$   
 $\frac{1}{2}$   
 $\frac{1}{2} + \frac{1}{2}$   
 $\frac{1}{2}$

( 8 درجات )

تابع السؤال الثاني:

( b ) أوجد :

$$\int x \sin x dx$$

الحل :

1+1

$$u = x$$

$$dv = \sin x dx$$

1+1

$$du = dx$$

$$v = -\cos x$$

1

$$\int u dv = uv - \int v du$$

1+1

$$\int x \sin x dx = -x \cos x + \int \cos x dx$$

1

$$= -x \cos x + \sin x + c$$



السؤال الثالث:

(a) أوجد :

14

(8 درجات)



$$\int \frac{5x - 2}{x^2 - 5x + 4} dx$$

الحل :

حلل المقام :

$$-5x + 4 = (x - 4)(x - 1)$$

$$\frac{5x - 2}{x^2 - 5x + 4} = \frac{A_1}{x - 4} + \frac{A_2}{x - 1}$$

اضرب طرفي المعادلة في  $(x - 4)(x - 1)$  وبسط

$$5x - 2 = A_1(x - 1) + A_2(x - 4)$$

عوض عن  $x$  بـ 4 :

$$5(4) - 2 = A_1(4 - 1) + A_2(4 - 4) \rightarrow A_1 = 6$$

عوض عن  $x$  بـ 1 :

$$5(1) - 2 = A_1(1 - 1) + A_2(1 - 4) \rightarrow A_2 = -1$$

$$\frac{5x - 2}{x^2 - 5x + 4} = \frac{6}{x - 4} + \frac{-1}{x - 1}$$

$$\int \frac{5x - 2}{x^2 - 5x + 4} dx = \int \left( \frac{6}{x - 4} - \frac{1}{x - 1} \right) dx$$

$$= 6 \int \frac{1}{x - 4} dx - \int \frac{1}{x - 1} dx$$

$$= 6 \ln|x - 4| - \ln|x - 1| + C$$

تابع السؤال الثالث:

(6 درجات)

(b) أوجد معادلة القطع الزائد الذي مركزه نقطة الأصل وأحد رأسيه  $A(\frac{2}{3}, 0)$

ويمر بالنقطة  $(1, 1)$  ثم أوجد معادلتا الخطين المقاربين

الحل:

أحد رأسي القطع الزائد:  $A(\frac{2}{3}, 0)$

∴ المحور القاطع ينطبق على محور السينات



ومعادلة القطع الزائد هي:  $\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1$

من المعطيات  $a = \frac{2}{3}$  فيكون:  $\frac{x^2}{\frac{4}{9}} - \frac{y^2}{b^2} = 1$

$$\frac{9x^2}{4} - \frac{y^2}{b^2} = 1$$

يمر القطع بالنقطة  $(1, 1)$  بالتعويض:

$$\frac{9}{4} - \frac{1}{b^2} = 1$$

$$\frac{1}{b^2} = \frac{9}{4} - 1$$

$$\frac{1}{b^2} = \frac{5}{4} \rightarrow b^2 = \frac{4}{5}$$

$$\frac{x^2}{\frac{4}{9}} + \frac{y^2}{\frac{4}{5}} = 1$$

معادلة القطع الزائد هي:

$$\frac{9x^2}{4} + \frac{5y^2}{4} = 1$$

$$y = \pm \frac{b}{a} x \rightarrow y = \pm \frac{3}{\sqrt{5}} x$$
 معادلتا الخطين المقاربين هما:

**السؤال الرابع:**

(a) إذا كان  $X$  متغيرًا عشوائيًا متصلًا ودالة كثافة الاحتمال له هي :

14

(8 درجات)

$$f(x) = \begin{cases} \frac{2}{9}x & : 0 \leq x \leq 3 \\ 0 & : \text{فيما عدا ذلك} \end{cases}$$

1)  $p(0 < X \leq 3)$

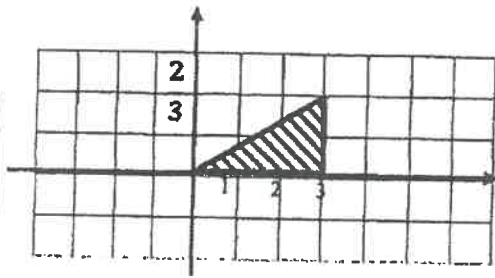
2)  $p(X \geq 2)$

3)  $P(X = 1)$

أوجد :

الحل :

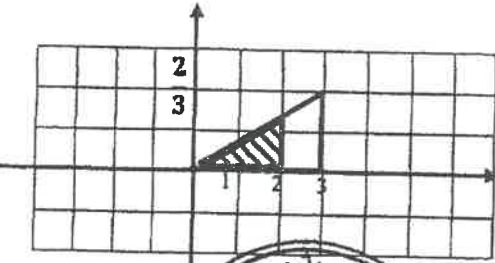
نرسم بيان الدالة  $f$  :



(1) مساحة المنطقة المظللة :

$$p(0 < X \leq 3) = \frac{1}{2} \times 3 \times \frac{2}{3}$$

$$= 1$$



(2) مساحة المنطقة غير المظللة من المثلث :

$$p(X \geq 2) = 1 - p(X < 2)$$

$$= 1 - \frac{1}{2} \times 2 \times \frac{4}{9}$$

$$= \frac{5}{9}$$

$$p(X = 2) = 0$$

(3)



(6 درجات)

تابع السؤال الرابع:

(b) أوجد معادلة منحنى الدالة  $f$  الذي ميله عند أي نقطة عليه  $(x, y)$  هو

$$4x^3 + 6x^2 - 2x + 1$$

الحل :

$$f'(x) = 4x^3 + 6x^2 - 2x + 1$$

$$\therefore f(x) = \int (4x^3 + 6x^2 - 2x + 1) dx$$

$$f(x) = 4 \frac{x^4}{4} + 6 \frac{x^3}{3} - 2 \frac{x^2}{2} + x + C$$

$$f(x) = x^4 + 2x^3 - x^2 + x + C$$

لتعيين الثابت  $C$  نعوض بالنقطة  $P(0, 1)$  في المعادلة السابقة فنحصل على :

$$1 = (0)^4 + 2(0)^3 - (0)^2 + 0 + C$$

$$C = 1$$

∴ معادلة المنحنى  $f$  المطلوب هي :

$$f(x) = x^4 + 2x^3 - x^2 + x + 1$$



القسم الثاني ( البنود الموضوعية ) :

أولاً : في البنود (1-2) ظلل في ورقة الإجابة: (a) إذا كانت العبارة صحيحة  
(b) إذا كانت العبارة خاطئة

$$\int \csc^2 x \, dx = -\cot x + c \quad (1)$$

$x$	0	1	2	3
$f(x)$	0.1	0.05	0.4	0.4

(2) التوزيع المجاور يمثل دالة التوزيع الاحتمالي  $f$  للمتغير  $X$

ثانياً : في البنود ( 3 - 10 ) لكل بند أربع اختيارات واحد فقط منها صحيح ظلل في ورقة الإجابة الرمز الدال على الاختيار الصحيح

$$\int \frac{2 + \sqrt[3]{x^2}}{\sqrt{x}} \, dx = \quad (3)$$

$$a) x^{\frac{1}{2}} + \frac{6}{7} x^{\frac{7}{6}} + c$$

$$b) 4x^{\frac{1}{2}} + \frac{6}{7} x^{\frac{7}{6}} + c$$

$$c) x^{\frac{1}{2}} + \frac{7}{6} x^{\frac{7}{6}} + c$$

$$d) 4x^{\frac{1}{2}} + \frac{7}{6} x^{\frac{7}{6}} + c$$



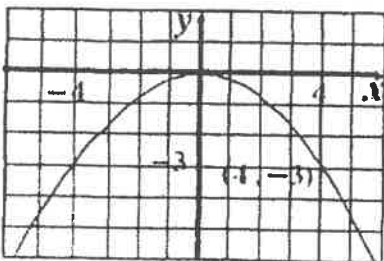
(4) مساحة المنطقة المحددة بمنحنى الدالة  $f$  :  $f(x) = \sqrt{9 - x^2}$  ومحور السينات هي:

$$a) 9 \pi \text{ units}^2$$

$$b) 6 \pi \text{ units}^2$$

$$c) 3 \pi \text{ units}^2$$

$$d) \frac{9}{2} \pi \text{ units}^2$$



(5) معادلة دليل القطع المكافئ في الشكل المقابل هي :

$$a) y = \frac{4}{3}$$

$$b) y = \frac{9}{20}$$

$$c) y = \frac{-1}{12}$$

$$d) y = \frac{-4}{3}$$

(6) إذا كان  $y_{\theta=0} = -3$  ,  $\frac{dy}{d\theta} = \sin\theta$  فإن  $y$  تساوي :

- a)  $-\cos\theta$       b)  $2 - \cos\theta$       c)  $-2 - \cos\theta$       d)  $4 - \cos\theta$

$$\int \frac{e^x + e^{-x}}{2} dx = \quad (7)$$

a)  $\frac{e^x + e^{-x}}{2} + c$

b)  $\frac{e^{-x} - e^x}{2} + c$

c)  $\frac{e^x - e^{-x}}{2} + c$

d)  $\frac{e^{-2x} - e^{2x}}{2}$

(8) طول المحور الأكبر للقطع الناقص  $\frac{x^2}{100} + \frac{y^2}{64} = 1$  يساوي :

- a) 12 units      b)  $2\sqrt{41}$  unit      c) 16 units      d) 20 units

(9) حل المعادلة التفاضلية  $y' + y = 1$  الذي يحقق  $y = 3$  عند  $x = 5$  هو :

a)  $y = 2e^{\frac{5}{2}}$

b)  $y = \frac{2}{e^{\frac{5}{2}}}$

c)  $y = 2e^{(-\frac{1}{2}x + \frac{5}{2})} + 1$

d)  $y = 2e^{(-\frac{1}{2}x - \frac{5}{2})} + 1$

(10) لتكن  $f(x) = x^2 + 1$  فإن  $\int_{-a}^a f(x) dx > 0$  لكل قيم  $a$  تنتمي إلى :

a)  $R - R^-$

b)  $R - R^+$

c)  $R^-$

d)  $R^+$

انتهت الأسئلة



جدول إجابة البنود الموضوعية

( 1 )		(b)	(c)	(d)
( 2 )	(a)		(c)	(d)

الدرجة: ..... = 1 × .....

( 3 )	(a)		(c)	(d)
( 4 )	(a)	(b)	(c)	
( 5 )		(b)	(c)	(d)
( 6 )	(a)	(b)		(d)
( 7 )	(a)	(b)		(d)
( 8 )	(a)	(b)	(c)	
( 9 )	(a)	(b)		(d)
(10)	(a)	(b)	(c)	

الدرجة: ..... = 1 × .....



14

الدرجة: .....

دولة الكويت

وزارة التربية

امتحان نهاية الفترة الدراسية الثانية للصف الثاني عشر علمي 2016 / 2017 م  
المجال الدراسي: الرياضيات الزمن: ساعتان و 45 دقيقة النموذج في 11 صفحة

القسم الأول: أسئلة المقال:

أجب عن الأسئلة التالية موضعا خطوات الحل في كل منها:

السؤال الأول:

14

(a) أوجد حجم الجسم الناتج من دوران المنطقة المستوية دورة كاملة حول

محور السينات والمحددة بمنحنى الدالة  $f(x) = x^2 + 2$  :

(8 درجات)

ومحور السينات في الفترة  $[-1, 1]$

الحل

∴ حجم الجسم الناتج عن الدوران هو:

$$\therefore V = \pi \int_{-1}^1 (f(x))^2 dx$$

$$\therefore V = \pi \int_{-1}^1 (x^2 + 2)^2 dx$$

$$= \pi \int_{-1}^1 (x^4 + 4x^2 + 4) dx$$

$$= \pi \left[ \frac{1}{5}x^5 + \frac{4}{3}x^3 + 4x \right]_{-1}^1$$

$$= \pi \left[ \left( \frac{1}{5} + \frac{4}{3} + 4 \right) - \left( \frac{-1}{5} - \frac{4}{3} - 4 \right) \right]$$

$$= \frac{166}{15} \pi \text{ units cube}$$



(تراجع جميع الإجابات الصحيحة الأخرى لجميع الأسئلة)

تابع السؤال الأول :

(b) أوجد :

(6 درجات)

$$\int (2x + 1) \ln x \, dx$$

$$u = \ln(x)$$

$$dv = (2x + 1) \, dx$$

$$du = \frac{1}{x} \, dx$$

$$v = x^2 + x$$

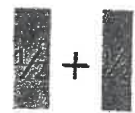
الحل



$$\int u \, dv = u \, v - \int v \, du$$



$$\int (2x + 1) \ln(x) \, dx = (x^2 + x) \ln(x) - \int \frac{x^2 + x}{x} \, dx$$



$$= (x^2 + x) \ln(x) - \int \frac{x(x + 1)}{x} \, dx$$

$$= (x^2 + x) \ln(x) - \int (x + 1) \, dx$$



$$= (x^2 + x) \ln x - \left( \frac{1}{2} x^2 + x \right) + C$$

$$= (x^2 + x) \ln x - \frac{1}{2} x^2 - x + C$$



14

السؤال الثاني  
(a) أوجد :

$$\int_0^{\frac{\pi}{4}} \tan x \sec^2 x \, dx$$

(6 درجات)

$$u = \tan x \Rightarrow du = \sec^2 x \, dx$$

$$u = \tan(0) = 0$$

عندما  $x = 0$

العل  
2

$$u = \tan\left(\frac{\pi}{4}\right) = 1$$

عندما  $x = \frac{\pi}{4}$

$\frac{1}{2}$   
 $\frac{1}{2}$

$$\int_0^{\frac{\pi}{4}} \tan x \sec^2 x \, dx = \int_0^1 u \, du$$

$$= \left[ \frac{u^2}{2} \right]_0^1 = \frac{1}{2} - 0$$

$$= \frac{1}{2}$$



$\frac{1}{2}$

تابع السؤال الثاني :

(b) إذا كان ميل العمودي لمنحنى الدالة  $f$  عند أي نقطة عليه  $(x, y)$  هو  $3x^2$   
فأوجد معادلة المنحنى عندما يمر بالنقطة  $A(1, 5)$  (8 درجات)

الحل

$$\text{ميل العمودي} = \frac{-1}{f'(x)} \quad \text{حيث } f'(x) \neq 0$$

$$\therefore 3x^2 = \frac{-1}{f'(x)}$$

$$\therefore f'(x) = \frac{-1}{3x^2}$$

معادلة المنحنى هي :  $f(x) = \int f'(x) dx$

$$\begin{aligned} f(x) &= \int \frac{-1}{3x^2} dx = \int \frac{-1}{3} x^{-2} dx \\ &= \frac{1}{3} x^{-1} + C \end{aligned}$$

$$f(x) = \frac{1}{3x} + C$$

$$f(1) = 5$$

$$5 = \frac{1}{3} + C \Rightarrow C = 5 - \frac{1}{3}$$

$$\Rightarrow C = \frac{14}{3}$$

$$\therefore f(x) = \frac{1}{3x} + \frac{14}{3}$$



14

السؤال الثالث :

(a) لتكن الدالة f :

$$f(x) = \frac{2}{x^2 - 4x + 3}$$

(8 درجات)

فأوجد :

(1) الكسور الجزئية

$$\int f(x) dx \quad (2)$$

الحل

$$(1) \quad x^2 - 4x + 3 = (x - 1)(x - 3)$$

$$\frac{2}{x^2 - 4x + 3} = \frac{A}{x - 1} + \frac{B}{x - 3}$$

$$2 = A(x - 3) + B(x - 1)$$

$$2 = A(1 - 3) + B(1 - 1) \quad : \text{ بالتعويض عن } x = 1$$

$$2 = -2A + 0 \Rightarrow A = -1$$

$$2 = A(3 - 3) + B(3 - 1) \quad : \text{ بالتعويض عن } x = 3$$

$$2 = 0 + 2B \Rightarrow B = 1$$

$$\frac{2}{x^2 - 4x + 3} = \frac{-1}{x - 1} + \frac{1}{x - 3}$$

$$(2) \quad \int f(x) dx = \int \left( \frac{2}{x^2 - 4x + 3} \right) dx$$

$$= \int \left( \frac{-1}{x - 1} + \frac{1}{x - 3} \right) dx = - \int \frac{1}{x - 1} dx + \int \frac{1}{x - 3} dx$$

$$= -\ln|x - 1| + \ln|x - 3| + C$$



تابع السؤال الثالث :  
(b) أوجد :

(6 درجات)

$$\int \frac{1}{x^2 \left(\frac{1}{x} + 2\right)^5} dx$$

$$u = \frac{1}{x} + 2, \quad du = -\frac{1}{x^2} dx \Rightarrow -du = \frac{1}{x^2} dx$$

الحل

$$\int \frac{1}{x^2 \left(\frac{1}{x} + 2\right)^5} dx = - \int \frac{\left(\frac{1}{x} + 2\right)^{-5}}{-x^2} dx$$

$$= - \int u^{-5} du$$

$$= - \left[ \frac{u^{-4}}{-4} + C_1 \right]$$

$$= \frac{1}{4} \left[ \frac{1}{u^4} + C_1 \right]$$

$$= \frac{1}{4} \left[ \frac{1}{\left(\frac{1}{x} + 2\right)^4} + C_1 \right]$$

$$= \frac{1}{4 \left(\frac{1}{x} + 2\right)^4} + C \quad : C = \frac{1}{4} C_1$$



14

السؤال الرابع

(a) أوجد معادلة القطع الناقص الذي مركزه (0, 0) واحدى بؤرتيه F(4, 0)

و يمر بالنقطة A(6, 0) ثم أوجد الاختلاف المركزي له

(7 درجات)

الحل

∴ البؤرة F(4, 0) تقع على محور السينات

فتكون معادلة القطع الناقص الذي مركزه نقطة الأصل هي :

$$\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$$

$$c = 4$$

$$a^2 = b^2 + c^2$$

$$a^2 = b^2 + 16$$

∴ القطع الناقص يمر بالنقطة A(6, 0)

$$\frac{36}{a^2} + \frac{0}{b^2} = 1$$

$$\therefore a^2 = 36$$

$$\therefore b^2 = 36 - 16 = 20$$

$$\frac{x^2}{36} + \frac{y^2}{20} = 1$$

$$e = \frac{c}{a}$$

$$e = \frac{4}{6} = \frac{2}{3}$$

∴ المعادلة هي :

الإختلاف المركزي :





(7 درجات)

تابع السؤال الرابع :

$$f(x) = \begin{cases} \frac{1}{2} & : 1 \leq x \leq 3 \\ 0 & : \text{في ما عدا ذلك} \end{cases} \quad (b) \text{ لتكن الدالة } f \text{ دالة كثافة احتمال :}$$

1) أثبت أن الدالة  $f$  تتبع التوزيع الاحتمالي المنتظم

2) أوجد :  $P(2 < X \leq 3)$

3) أوجد : التوقع والتباين للدالة  $f$

الحل

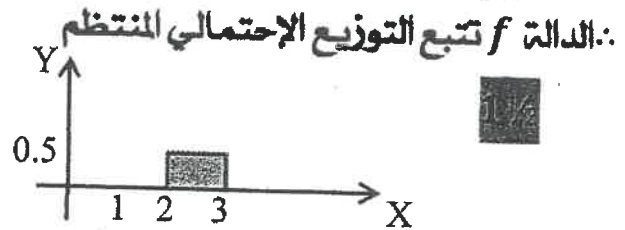
1) الدالة  $f$  تتبع دالة التوزيع الاحتمالي المنتظم يجب أن تكون على الصورة :

$$f(x) = \begin{cases} \frac{1}{b-a} & : a \leq x \leq b \\ 0 & : \text{في ما عدا ذلك} \end{cases}$$

$$\because a = 1, b = 3 \Rightarrow b - a = 3 - 1 = 2$$

$$\frac{1}{b-a} = \frac{1}{2}$$

$$2) P(2 < X \leq 3) = \frac{1}{2} \times 1 = \frac{1}{2}$$



$$\mu = \frac{a+b}{2} = \frac{1+3}{2} = 2$$

$$\sigma^2 = \frac{(b-a)^2}{12} = \frac{(3-1)^2}{12} = \frac{1}{3}$$



3) التوقع :

التباين :

القسم الثاني ( الأسئلة الموضوعية ) :

أولاً : في البنود ( 1 - 2 ) ظلل في جدول الإجابة (a) إذا كانت العبارة صحيحة و (b) إذا كانت العبارة خاطئة

(1)  $(F'(x) = \sec^2 x, F(\frac{\pi}{4}) = 1) \Rightarrow F(x) = \tan x + 2$

(2)  $\int \frac{2x+3}{\sqrt{x}} dx = \frac{4}{3}x^{\frac{3}{2}} + 6x^{\frac{1}{2}} + C$

ثانياً : في البنود ( 3 - 10 ) لكل بند أربع إختيارات واحد منها فقط صحيح اختر الإجابة الصحيحة ثم ظلل في جدول الإجابة الرمز الدال على الإجابة الصحيحة :

(3)  $\int_0^3 3x|x| dx =$

(a) - 27

(b) - 9

(c) 9

(d) 27



(4)  $\int \frac{e^x + e^{-x}}{2} dx =$

(a)  $\frac{e^x - e^{-x}}{2} + C$

(b)  $\frac{e^x + e^{-x}}{2} + C$

(c)  $\frac{e^{-x} - e^x}{2} + C$

(d)  $\frac{e^{2x} - e^{-2x}}{2} + C$

(5) طول القوس من منحنى الدالة  $f : f(x) = x - 3$  في الفترة  $[0, 2]$  هو

(a)  $\sqrt{2}$  units

(b)  $2\sqrt{2}$  units

(c)  $3\sqrt{2}$  units

(d)  $\frac{\sqrt{2}}{2}$  units

(6) مساحة المنطقه المحددة بمنحنى الدالة  $f : f(x) = \sqrt{9 - x^2}$  ومحور السينات هي :

(a)  $9\pi$  units<sup>2</sup>

(b)  $6\pi$  units<sup>2</sup>

(c)  $\frac{3}{2}\pi$  units<sup>2</sup>

(d)  $\frac{9}{2}\pi$  units<sup>2</sup>

(7) إذا كان  $y'' = 2x^2 + 3x$  فإن :

(a)  $y = \frac{2x^3}{3} + \frac{3x^2}{2} + C$

(b)  $y = \frac{2x^3}{3} + \frac{3x^2}{2}$

(c)  $y = \frac{1}{6}x^4 + \frac{1}{2}x^3 + C_1x + C_2$

(d)  $y = x^4 + x^3 + C_1x + C_2$

(8) إذا كان  $y^2 = \frac{-1}{6}x$  معادلة قطع مكافئ فإن معادلة الدليل هي :

(a)  $y = \frac{-1}{24}$

(b)  $y = \frac{1}{24}$

(c)  $x = \frac{-1}{24}$

(d)  $x = \frac{1}{24}$

(9) معادلتا الخطين المقاربتين للقطع الزائد :

هما  $\frac{x^2}{8} - \frac{y^2}{32} = 1$

(a)  $y = \pm 2x$

(b)  $y = \pm \frac{1}{2}x$

(c)  $y = \pm 4x$

(d)  $y = \pm \frac{1}{4}x$



(10) إذا كانت دالة التوزيع الاحتمالي  $f$  للمتغير العشوائي المتقطع  $X$  هي :

$x$	0	1	2
$f(x)$	$\frac{1}{3}$	$\frac{5}{9}$	$\frac{1}{9}$

فإن التوقع  $\mu$  للمتغير العشوائي المتقطع  $X$  يساوي

(a) 1

(b)  $\frac{2}{3}$

(c)  $\frac{7}{9}$

(d) 0

انتهت الأسئلة...

جدول الإجابة

( 1 )	(a)	<input checked="" type="checkbox"/>	(c)	(d)
( 2 )	<input checked="" type="checkbox"/>	(b)	(c)	(d)

الدرجة : ..... = 1 × .....

( 3 )	(a)	(b)	(c)	<input checked="" type="checkbox"/>
( 4 )	<input checked="" type="checkbox"/>	(b)	(c)	(d)
( 5 )	(a)	<input checked="" type="checkbox"/>	(c)	(d)
( 6 )	(a)	(b)	(c)	<input checked="" type="checkbox"/>
( 7 )	(a)	(b)	<input checked="" type="checkbox"/>	(d)
( 8 )	(a)	(b)	(c)	<input checked="" type="checkbox"/>
( 9 )	<input checked="" type="checkbox"/>	(b)	(c)	(d)
( 10 )	(a)	(b)	<input checked="" type="checkbox"/>	(d)



الدرجة : .....

دولة الكويت

وزارة التربية

امتحان الدور الثاني ( الفترة الدراسية الثانية ) للصف الثاني عشر علمي 2016 / 2017 م  
المجال الدراسي : الرياضيات الزمن : ساعتان و 45 دقيقة الأسئلة في 11 صفحة

القسم الأول : أسئلة المقال :

أجب عن الأسئلة التالية موضحا خطوات الحل في كل منها :

السؤال الأول :

( a ) أوجد :

14

( 6 درجات )

$$\int x e^x dx$$

الحل

$u = x$	$dv = e^x dx$	1
$du = dx$	$v = e^x$	2

$$\int u dv = uv - \int v du$$

$$\begin{aligned} \int x e^x dx &= x e^x - \int ( e^x ) dx \\ &= x e^x - e^x + C \\ &= e^x (x + 1) + C \end{aligned}$$



(تراعى جميع الإجابات الصحيحة الأخرى لجميع الأسئلة)

(8 درجات)

تابع السؤال الأول :

(b) أوجد طول القوس من منحنى الدالة  $f$  :

$$f(x) = 5 + 2\sqrt{x^3}$$

في الفترة :  $\left[0, \frac{1}{3}\right]$

الحل

$$f(x) = 5 + 2x^{\frac{3}{2}}$$

$$f'(x) = 0 + \left(\frac{3}{2}\right) 2x^{\frac{1}{2}} = 3x^{\frac{1}{2}}$$

$$[f'(x)]^2 = \left(3x^{\frac{1}{2}}\right)^2 = 9x$$

$$L = \int_a^b \sqrt{1 + (f'(x))^2} dx$$

$$L = \int_0^{\frac{1}{3}} \sqrt{1 + 9x} dx$$

$$= \frac{1}{9} \int_0^{\frac{1}{3}} 9(1 + 9x)^{\frac{1}{2}} dx$$

$$= \frac{1}{9} \left[ \frac{2}{3} (1 + 9x)^{\frac{3}{2}} \right]_0^{\frac{1}{3}}$$

$$= \frac{2}{27} \left[ \left(1 + 9\left(\frac{1}{3}\right)\right)^{\frac{3}{2}} - (1 + 9(0))^{\frac{3}{2}} \right]$$

$$= \frac{2}{27} \left[ \sqrt{4^3} - \sqrt{1^3} \right] = \frac{2}{27} [8 - 1] = \frac{14}{27} \text{ units}$$



14

السؤال الثاني  
(a) أوجد :

(6 درجات)

$$\int_1^4 |x - 2| dx$$

الحل

$$\int_1^4 |x - 2| dx = \int_1^2 |x - 2| dx + \int_2^4 |x - 2| dx$$

$$= \int_1^2 (2 - x) dx + \int_2^4 (x - 2) dx$$

$$= \left[ 2x - \frac{1}{2}x^2 \right]_1^2 + \left[ \frac{1}{2}x^2 - 2x \right]_2^4$$

$$= \left[ (4 - 2) - \left( 2 - \frac{1}{2} \right) \right] + [(8 - 8) - (2 - 4)]$$

$$= \left[ 2 - 1\frac{1}{2} \right] + [0 - (-2)]$$

$$= \frac{1}{2} + 2 = 2\frac{1}{2}$$



تابع السؤال الثاني :

(b) أوجد

(8 درجات)

$$\int \frac{12}{x^2 + 2x - 3} dx$$



الحل

$$\frac{12}{x^2 + 2x - 3} = \frac{12}{(x - 1)(x + 3)} = \frac{A}{x - 1} + \frac{B}{x + 3}$$

وبضرب طرفي المعادلة بـ  $(x - 1)(x + 3)$

$$12 = A(x + 3) + B(x - 1)$$

$$12 = -4B \Rightarrow B = -3 \quad : x = -3 \text{ بالتعويض عن}$$

$$12 = 4A \Rightarrow A = 3 \quad : x = 1 \text{ بالتعويض عن}$$

$$\frac{12}{x^2 + 2x - 3} = \frac{12}{(x - 1)(x + 3)} = \frac{3}{x - 1} - \frac{3}{x + 3}$$

$$\int f(x) dx = \int \left( \frac{3}{x - 1} - \frac{3}{x + 3} \right) dx$$

$$= 3 \int \frac{1}{x - 1} dx - 3 \int \frac{1}{x + 3} dx$$

$$= 3 \ln|x - 1| - 3 \ln|x + 3| + C$$



14

(6 درجات)

السؤال الثالث :

(a) أوجد :

$$\int \frac{dx}{(\sin^2 x) \sqrt{1 + \cot x}}$$

الحل

$$\int \frac{dx}{\sin^2 x \sqrt{1 + \cot x}} = \int \frac{\csc^2 x dx}{\sqrt{1 + \cot x}}$$

$$u = 1 + \cot x, \quad du = -\csc^2 x dx$$

$$\int \frac{\csc^2 x dx}{\sqrt{1 + \cot x}} = - \int \frac{1}{\sqrt{u}} du$$

$$= - \int u^{-\frac{1}{2}} du$$

$$= -2u^{\frac{1}{2}} + C$$

$$= -2(1 + \cot x)^{\frac{1}{2}} + C$$

$$= -2\sqrt{1 + \cot x} + C$$



تابع السؤال الثالث :

(b) أوجد حجم الجسم الناتج من دوران المنطقة دورة كاملة حول محور السينات و المحدده بمنحنيي الدالتين :

(8 درجات)

$$y_1 = x + 3 , y_2 = x^2 + 1$$

الحل

$$y_1 = y_2$$

$$x + 3 = x^2 + 1 \Rightarrow x^2 - x - 2 = 0$$

$$\Rightarrow (x - 2)(x + 1) = 0 \Rightarrow x = 2 , x = -1$$

بأخذ قيمة إختيارية  $\ni (-1, 2)$  ولتكن  $x = 0$  ، نجد أن

$$y_1 = 3 , y_2 = 1$$

$$y_1 \geq y_2 \geq 0 \quad \forall x \in [-1, 2]$$

$$\therefore V = \pi \int_{-1}^2 (y_1^2 - y_2^2) dx$$

$$\therefore V = \pi \int_{-1}^2 [(x + 3)^2 - (x^2 + 1)^2] dx$$

$$= \pi \int_{-1}^2 [x^2 + 6x + 9 - x^4 - 2x^2 - 1] dx$$

$$= \pi \int_{-1}^2 (-x^4 - x^2 + 6x + 8) dx$$

$$= \pi \left[ \frac{-x^5}{5} - \frac{x^3}{3} + 3x^2 + 8x \right]_{-1}^2$$

$$= 23 \frac{2}{5} \pi \quad \text{cube units}$$



14

السؤال الرابع

(a) أوجد معادلة القطع الناقص الذي مركزه (0, 0) وطول محوره

الأكبر 16 cm و ينطبق على المحور الصادي والمسافة بين البؤرتين 10 cm (7 درجات)

الحل

:: طول المحور الأكبر = 16 cm

$$\therefore 2a = 16$$

$$a = 8$$

:: المسافة بين البؤرتين = 10 cm

$$\therefore 2c = 10$$

$$c = 5$$

$$\therefore a^2 = b^2 + c^2$$

$$\therefore b^2 = a^2 - c^2$$

$$b^2 = (8)^2 - (5)^2 \\ = 64 - 25 = 39$$

:: المحور الأكبر ينطبق على المحور الصادي

:: معادلة القطع الناقص هي :

$$\frac{x^2}{b^2} + \frac{y^2}{a^2} = 1$$

$$\frac{x^2}{39} + \frac{y^2}{64} = 1$$

( 7 درجات )

تابع السؤال الرابع :

(b) يبين الجدول التالي دالة التوزيع الإحتمالي  $f$  للمتغير العشوائي المتقطع  $X$

$x$	1	2	3	4	5
$f(x)$	0.2	0.1	0.3	0.1	0.3

أوجد :

(1) التوقع  $\mu$

(2) التباين  $\sigma^2$

(3) الإنحراف المعياري  $\sigma$

أحل

(1) التوقع (  $\mu$  ) :

$$\mu = \sum x_i f(x_i)$$

$$\mu = (1)(0.2) + (2)(0.1) + (3)(0.3) + (4)(0.1) + (5)(0.3)$$

$$= 0.2 + 0.2 + 0.9 + 0.4 + 1.5$$

$$= 3.2$$

(2) التباين (  $\sigma^2$  ) :

$$\sigma^2 = \sum (x_i)^2 f(x_i) - \mu^2$$

$$= (1)^2(0.2) + (2)^2(0.1) + (3)^2(0.3) + (4)^2(0.1) + (5)^2(0.3)$$

$$- (3.2)^2$$

$$= 12.4 - 10.24$$

$$= 2.16$$


(3) الإنحراف المعياري (  $\sigma$  ) :

$$\sigma = \sqrt{\sigma^2}$$

$$= \sqrt{2.16} \approx 1.47$$



القسم الثاني ( الأسئلة الموضوعية ) :

<p>أولاً : في البنود (2 - 1) ظلل في جدول الإجابة (a) إذا كانت العبارة صحيحة و (b) إذا كانت العبارة خاطئة</p>	
<p>(1) مساحة المنطقة المحددة بمنحنى الدالة <math>f : f(x) = 4 - x^2</math> و محور السينات في <math>[-2, 2]</math> هي :</p> $2 \int_0^2 f(x) dx$	<p>(1)</p>
<p>(2) الخطان المقاربان للقطع الزائد الذي معادلته <math>x^2 - y^2 = 12</math> هما متعامدان</p>	
<p>ثانياً : في البنود (10 - 3) لكل بند أربع إختيارات واحد منها فقط صحيح اختر الإجابة الصحيحة ثم ظلل في جدول الإجابة الرمز الدال على الإجابة الصحيحة :</p>	
<p>(3) <math>\int \left( \frac{x^2 - 4x + 4}{x - 2} + 2 \right)^2 dx</math></p> <p>(a) <math>x^2 + C</math></p> <p>(c) <math>\frac{x^2}{2} + 2x + C</math></p>	<p>(b) <math>2x + C</math></p> <p>(d) <math>\frac{1}{3}x^3 + C</math></p>
	
<p>(4) إذا كانت <math>\frac{dy}{dx} = \sin x</math> و <math>y_{x=0} = -3</math> فإن <math>y</math> تساوي</p> <p>(a) <math>-\cos x</math></p> <p>(c) <math>-2 - \cos x</math></p>	
<p>(b) <math>2 - \cos x</math></p> <p>(d) <math>4 - \cos x</math></p>	
<p>(5) إذا كانت <math>y = \ln x^2</math> فإن <math>\frac{dy}{dx}</math> تساوي</p> <p>(a) <math>\frac{2}{x^2}</math></p> <p>(c) <math>\frac{x \ln x}{2}</math></p>	
<p>(b) <math>\frac{2}{x}</math></p> <p>(d) <math>\frac{2 \ln x^2}{x}</math></p>	
<p>(6) إذا كان <math>y = 3</math> عند <math>x = 0</math> ، فإن <math>y' + y = 2</math></p> <p>(a) <math>y = e^{-x} - 2</math></p> <p>(c) <math>y = e^{-x} + 2</math></p>	
<p>(b) <math>y = \frac{1}{2}e^{-x}</math></p> <p>(d) <math>y = 2e^{-x}</math></p>	

(7) المعادلة التي تمثل قطاعا مكافئا رأسه  $(0, 0)$  ويمر بالنقطة  $B(-5, 2)$ ، وخط تماثله هو محور السينات هي :

(a)  $y^2 = \frac{-4}{5}x$

(b)  $x^2 = \frac{-4}{5}y$

(c)  $y^2 = \frac{4}{5}x$

(d)  $x^2 = \frac{4}{5}y$

إذا كان  $\int_3^{-1} g(x) dx = 2$  ، فإن  $\int_{-1}^3 f(x) dx = 4$

تساوي  $\int_{-1}^3 (3f(x) + 2g(x) + 1) dx$

(a) 9

(b) 10

(c) 12

(d) 17

(9) لتكن  $A(1, 3)$  نقطة على منحنى الدالة  $f$  :  $f'(x) = 3x^2 - 12x + 9$  فإن  $f(x)$  تساوي

(a)  $x^3 - 6x^2 + 9x - 1$

(b)  $x^3 - 6x^2 + 9x + 1$

(c)  $x^3 - 6x^2 + 9x - 3$

(d)  $x^3 - 6x^2 + 9x + 3$

(10) إذا كان  $X$  متغيرا عشوائيا متصلا و دالة كثافة الاحتمال له هي :

$f(x) = \begin{cases} \frac{1}{5}x & : -2 \leq x \leq 3 \\ 0 & \text{في ما عدا ذلك} \end{cases}$

فإن  $P(X \leq -2.5)$  تساوي

(a) 0

(b) 1

(c)  $\frac{1}{5}$

(d)  $\frac{1}{10}$

انتهت الأسئلة...

جدول الإجابة

( 1 )	<input checked="" type="checkbox"/>	(b)	(c)	(d)
( 2 )	<input checked="" type="checkbox"/>	(b)	(c)	(d)

الدرجة : ..... = 1 × .....

( 3 )	(a)	(b)	(c)	<input checked="" type="checkbox"/>
( 4 )	(a)	(b)	<input checked="" type="checkbox"/>	(d)
( 5 )	(a)	<input checked="" type="checkbox"/>	(c)	(d)
( 6 )	(a)	(b)	<input checked="" type="checkbox"/>	(d)
( 7 )	<input checked="" type="checkbox"/>	(b)	(c)	(d)
( 8 )	(a)	(b)	<input checked="" type="checkbox"/>	(d)
( 9 )	<input checked="" type="checkbox"/>	(b)	(c)	(d)
( 10 )	<input checked="" type="checkbox"/>	(b)	(c)	(d)

الدرجة : .....



الدرجة : .....

14

القسم الأول : أسئلة المقال :  
أجب عن الأسئلة التالية موضحا خطوات الحل في كل منها :

السؤال الأول :

10

( a ) أوجد :

(5 درجات)

$$\int x^5 \sqrt{4 - x^2} dx$$

الحل

$$u = 4 - x^2 \Rightarrow x^2 = 4 - u \quad [0.5]$$

$$du = -2x dx \Rightarrow \frac{-1}{2} du = x dx \quad [0.5]$$

$$\therefore \int x^5 \sqrt{4 - x^2} dx = \int \sqrt{4 - x^2} \cdot (x^2)^2 (x dx)$$

$$= \int \sqrt{u} (4 - u)^2 \left( \frac{-1}{2} du \right) \quad [0.5]$$

$$= \int \frac{-1}{2} \sqrt{u} (16 - 8u + u^2) du \quad [0.5]$$

$$= \int \left( -8u^{\frac{1}{2}} + 4u^{\frac{3}{2}} - \frac{1}{2}u^{\frac{5}{2}} \right) du \quad [0.5]$$

$$= \frac{-8}{\frac{3}{2}} u^{\frac{3}{2}} + \frac{4u^{\frac{5}{2}}}{\frac{5}{2}} - \frac{1}{2} \frac{u^{\frac{7}{2}}}{\frac{7}{2}} + C \quad [2]$$

$$= \frac{-16}{3} u^{\frac{3}{2}} + \frac{8}{5} u^{\frac{5}{2}} - \frac{1}{7} u^{\frac{7}{2}} + C$$

$$= \frac{-16}{3} (4 - x^2)^{\frac{3}{2}} + \frac{8}{5} (4 - x^2)^{\frac{5}{2}} - \frac{1}{7} (4 - x^2)^{\frac{7}{2}} + C \quad [0.5]$$

(تراجعى الحلول الأخرى الصحيحة في جميع الأسئلة المقالية)





تابع السؤال الأول :

(b) أوجد طول القوس من منحنى الدالة  $f$  :  $f(x) = \frac{2}{9}(9 + 3x)^{\frac{3}{2}}$  في الفترة  $[2, 5]$  (5 درجات)

الحل

$$f'(x) = \left(\frac{2}{9}\right) \left(\frac{3}{2}\right) (9 + 3x)^{\frac{1}{2}}(3) \quad [1]$$

$$= (9 + 3x)^{\frac{1}{2}}$$

$$L = \int_2^5 \sqrt{1 + (f'(x))^2} dx \quad [0.5]$$

$$= \int_2^5 \sqrt{1 + 9 + 3x} dx = \int_2^5 \sqrt{10 + 3x} dx \quad [1]$$

$$= \int_2^5 (10 + 3x)^{\frac{1}{2}} dx \quad [0.5]$$

$$= \frac{1}{3} \int_2^5 3(10 + 3x)^{\frac{1}{2}} dx$$

$$= \left(\frac{1}{3}\right) \left(\frac{2}{3}\right) \left[(10 + 3x)^{\frac{3}{2}}\right]_2^5 \quad [1]$$

$$= \left(\frac{2}{9}\right) \left[(25)^{\frac{3}{2}} - (16)^{\frac{3}{2}}\right] \quad [0.5]$$

$$= \frac{122}{9} \text{ units} \quad [0.5]$$



10

السؤال الثاني

(a) أوجد :

(6 درجات)

$$\int x^2 \cos x \, dx$$

$u = x^2$	$dv = \cos x \, dx$
$du = 2x \, dx$	$v = \sin x$

[1]

الحل

$$\int u \, dv = uv - \int v \, du$$

0.5

$$\int x^2 \cos x \, dx = x^2 \sin x - 2 \int x \sin x \, dx \dots (1) \quad [0.5 + 0.5]$$

نستخدم القاعدة مرة ثانية لإيجاد :  $\int x \sin x \, dx$

$u = x$	$dv = \sin x \, dx$
$du = dx$	$v = -\cos x$

[1]

$$\therefore \int x \sin x \, dx = -x \cos x - \int -\cos x \, dx \quad [0.5 + 0.5]$$

$$= -x \cos x + \sin x + C_1 \dots (2) \quad [0.5 + 0.5]$$

من (1)، (2) نحصل على :

$$\int x^2 \cos x \, dx = x^2 \sin x - 2(-x \cos x + \sin x + C_1)$$

0.5

$$= x^2 \sin x + 2x \cos x - 2 \sin x + C$$



تابع السؤال الثاني :

(b) أوجد :

$$(4 \text{ درجات}) \quad \int_{-2}^0 \frac{5x - 1}{x^2 + 2x - 3} dx$$

الحل

$$x^2 + 2x - 3 = (x + 3)(x - 1)$$

$$\frac{5x - 1}{x^2 + 2x - 3} = \frac{5x - 1}{(x + 3)(x - 1)} = \frac{A_1}{x + 3} + \frac{A_2}{x - 1} \quad [0.5]$$

$$\Rightarrow 5x - 1 = A_1(x - 1) + A_2(x + 3)$$

$$4 = 4A_2 \Rightarrow A_2 = 1 \quad : x = 1 \text{ بالتعويض عن } [0.5]$$

$$-16 = -4A_1 \Rightarrow A_1 = 4 \quad : x = -3 \text{ بالتعويض عن } [0.5]$$

$$\frac{5x - 1}{x^2 + 2x - 3} = \frac{4}{x + 3} + \frac{1}{x - 1} \quad [0.5]$$

$$\int_{-2}^0 \left( \frac{5x - 1}{x^2 + 2x - 3} \right) dx = \int_{-2}^0 \left( \frac{4}{x + 3} + \frac{1}{x - 1} \right) dx \quad [0.5]$$

$$= 4[\ln |x + 3|]_{-2}^0 + [\ln |x - 1|]_{-2}^0 \quad [1]$$

$$= 4[\ln 3 - \ln 1] + [\ln 1 - \ln 3]$$

$$= 3 \ln 3 \quad [0.5]$$



10.

السؤال الثالث :

(a) أوجد :

(4 درجات)

$$\int (x + 1) e^{x^2+2x+3} dx$$

الحل

$$u = x^2 + 2x + 3 \quad [0.5]$$

$$du = (2x + 2) dx \Rightarrow du = 2(x + 1) dx \quad [0.5]$$

$$\Rightarrow \frac{1}{2} du = (x + 1) dx \quad [0.5]$$

$$\therefore \int (x + 1) e^{x^2+2x+3} dx = \frac{1}{2} \int e^u du \quad [0.5]$$

$$= \frac{1}{2} e^u + C \quad [1] + [0.5]$$

$$= \frac{1}{2} e^{x^2+2x+3} + C \quad [0.5]$$



تابع السؤال الثالث :

(b) أوجد مساحة المنطقة المحددة بمنحنى الدالة  $f(x) = 4x - x^2$  :

و منحنى الدالة  $g(x) = 5 + x^2$  : والمستقيمين  $x = 0$  ,  $x = 2$

علما بأن منحنىي الدالتين  $f, g$  غير متقاطعين (6 درجات)

الحل

∴ المنحنيين غير متقاطعين

∴ نأخذ قيمة إختيارية تنتمي للفترة (0,2) و لتكن  $x = 1$

$$f(1) = 3 \quad , \quad g(1) = 6 \quad [0.5 + 0.5]$$

$$\therefore g(x) > f(x) \quad \forall x \in [0,2] \quad [0.5]$$

$$A = \int_0^2 (g(x) - f(x)) dx \quad [0.5] + [0.5]$$

$$= \int_0^2 ((5 + x^2) - (4x - x^2)) dx \quad [0.5]$$

$$= \int_0^2 (2x^2 - 4x + 5) dx \quad [0.5]$$

$$= \left[ \frac{2}{3}x^3 - 2x^2 + 5x \right]_0^2 \quad [1.5]$$

$$= \left[ \frac{16}{3} - 8 + 10 \right] - 0 \quad [0.5]$$

$$= \frac{22}{3} \quad (\text{وحدة مربعة}) \quad [0.5]$$



10

السؤال الرابع

(a) للقطع الزائد الذي معادلته :

$$\frac{x^2}{7} - \frac{y^2}{16} = 1$$

أوجد كلا من :

(1) الرأسين (2) البؤرتين (3) الإختلاف المركزي (6 درجات)

الحل

(1)  $a^2 = 7 \Rightarrow a = \sqrt{7}$  [0.5]

$b^2 = 16 \Rightarrow b = 4$  [0.5]

رأسا القطع الزائد هما  $A_1(-\sqrt{7}, 0)$  ,  $A_2(\sqrt{7}, 0)$  [1]

(2)  $c^2 = a^2 + b^2$  [0.5]

$c^2 = 7 + 16$  [0.5]

$c = \sqrt{23}$  [0.5]

البؤرتان هما  $F_1(-\sqrt{23}, 0)$  ,  $F_2(\sqrt{23}, 0)$  [1]

(3)  $e = \frac{c}{a}$  [0.5]

$= \frac{\sqrt{23}}{\sqrt{7}} = \sqrt{\frac{23}{7}}$  [1]



تابع السؤال الرابع :

(b) لتكن الدالة  $f$  :  $f(x) = \begin{cases} \frac{1}{2} & , 1 \leq x \leq 3 \\ 0 & , \text{في ما عدا ذلك} \end{cases}$  دالة كثافة احتمال

- (1) أثبت أن الدالة  $f$  تتبع التوزيع الإحتمالي المنتظم  
(2) أوجد التوقع و التباين للدالة  $f$

(4 درجات)

الحل

1)  $\therefore a = 1 , b = 3$  [0.5]

$\therefore \frac{1}{b-a} = \frac{1}{3-1} = \frac{1}{2}$  [1]

$f$  دالة تتبع التوزيع الإحتمالي المنتظم  $\therefore$  [0.5]

2)  $\mu = \frac{a+b}{2}$  : التوقع [0.5]

$= \frac{1+3}{2} = 2$  [0.5]

$\sigma^2 = \frac{(b-a)^2}{12}$  : التباين [0.5]

$= \frac{(3-1)^2}{12} = \frac{4}{12} = \frac{1}{3}$  [0.5]



القسم الثاني ( الأسئلة الموضوعية ) :

أولاً : في البنود (3 - 1) ظلل في جدول الإجابة (a) إذا كانت العبارة صحيحة  
و (b) إذا كانت العبارة خاطئة

(1) إذا كانت  $y = x \ln x - x$  فإن  $y' = \ln x$

(2) حل المعادلة التفاضلية :  $2y' + y = 1$  الذي يحقق  $y = 2$  عند  $x = -1$   
هو :  $y = e^{-\frac{1}{2}x - \frac{1}{2}} + 1$

(3)  $y^2 = \frac{1}{2}x$  هي معادلة قطع مكافئ بؤرته  $F(0, \frac{-3}{2})$

ثانياً : في البنود (10 - 4) لكل بند أربع إختيارات واحد منها فقط صحيح اختر الإجابة الصحيحة  
ثم ظلل في جدول الإجابة الرمز الدال على الإجابة الصحيحة :

(4) الصورة العامة للمشتقة العكسية للدالة  $f : f(x) = 8 + \csc x \cot x$  هي :

(a)  $F(x) = 8x + \csc x + C$  (b)  $F(x) = 8x - \cot x + C$

(c)  $F(x) = 8x - \csc x + C$  (d)  $F(x) = 8x + \cot x + C$

(5) لتكن  $f : f(x) = x^2 + 1$  فإن  $\int_{-a}^a f(x) dx > 0$  لكل قيم  $a$  تنتمي إلى :

(a)  $\mathbb{R} - \mathbb{R}^-$  (b)  $\mathbb{R} - \mathbb{R}^+$

(c)  $\mathbb{R}^-$  (d)  $\mathbb{R}^+$

(6) حجم الجسم الناتج من دوران دورة كاملة حول محور السينات للمنطقة المحددة بمنحنى  
الدالة :  $y = -\sqrt{4 - x^2}$  بالوحدات المكعبة هو :

(a)  $4\pi$

(b)  $\frac{16}{3}\pi$

(c)  $6\pi$

(d)  $\frac{32}{3}\pi$







جدول الإجابة

( 1 )		(b)	(c)	(d)
( 2 )		(b)	(c)	(d)
( 3 )	(a)		(c)	(d)
( 4 )	(a)	(b)		(d)
( 5 )	(a)	(b)	(c)	
( 6 )	(a)	(b)	(c)	
( 7 )	(a)	(b)		(d)
( 8 )	(a)		(c)	(d)
( 9 )		(b)	(c)	(d)
( 10 )	(a)		(c)	(d)

10

الدرجة : .....



(الصفحة الأولى)

امتحان نهاية الفترة الدراسية الرابعة للصف الثاني عشر علمي للعام الدراسي : 2015 / 2014 م

المجال الدراسي : الرياضيات للقسم العلمي الزمن : ساعتان وخمس وأربعون دقيقة

عدد صفحات الإمتحان (11) صفحة مختلفة

القسم الأول - أسئلة المقال  
أجب عن الأسئلة التالية (موضحا خطوات الحل في كل منها)

السؤال الأول :

(10 درجات)

(4 درجات)

$$\int x \ln x dx$$

الإجابة

(a) أوجد

$$\frac{1}{2} + \frac{1}{2}$$

$$u = \ln x$$

$$dv = x dx$$

$$\frac{1}{2} + \frac{1}{2}$$

$$du = \frac{1}{x} dx$$

$$v = \frac{1}{2} x^2$$

$$\frac{1}{2}$$

$$\therefore \int u dv = u \cdot v - \int v \cdot du$$

$$\frac{1}{2} + \frac{1}{2}$$

$$\therefore \int x \ln x dx = \frac{1}{2} x^2 \ln x - \frac{1}{2} \int x dx$$

$$\frac{1}{2}$$

$$= \frac{1}{2} x^2 \ln x - \frac{1}{4} x^2 + C$$

تدريج الحل الاخرى في جميع الاسئلة

( الصفحة الرابعة )

امتحان نهاية الفترة الدراسية الرابعة للصف الثاني عشر علمي - الرياضيات - العام الدراسي : 2014 / 2015 م

( 4 درجات )

تابع السؤال الثاني :-

( b ) أوجد معادلة منحنى الدالة  $f$  الذي ميله عند أي نقطة عليه  $p(x, y)$  يساوي :

$$3x^2 - 4x + 1 \text{ ويمر بالنقطة } A(1, 2)$$

الإجابة

نموذج الإجابة

$\frac{1}{2}$

$$\therefore f'(x) = 3x^2 - 4x + 1$$

$\frac{1}{2}$

$$\therefore f(x) = \int (3x^2 - 4x + 1) dx$$

2



$$f(x) = x^3 - 2x^2 + x + C$$

$$\therefore f(1) = 2$$

$$\therefore (1)^3 - 2(1)^2 + 1 + C = 2$$

$\frac{1}{2}$

$$\therefore C = 2$$

$\therefore$  معادلة المنحنى  $f$  هي :

$\frac{1}{2}$

$$f(x) = x^3 - 2x^2 + x + 2$$

تراجع الحلولا الاخرى في جميع الاسئلة

تابع السؤال الأول -

(6 درجات) : لتكن الدالة  $f : f(x) = \frac{5x - 1}{x^2 - 2x - 15}$

نحوذج (الرجاء)



أوجد (1) الكسور الجزئية.

(2)  $\int f(x) dx$

المقام :  $x^2 - 2x - 15 = (x + 3)(x - 5)$

$\frac{1}{2} \therefore \frac{5x - 1}{x^2 - 2x - 15} = \frac{A_1}{(x + 3)} + \frac{A_2}{(x - 5)}$

$\frac{1}{2} 5x - 1 = A_1(x - 5) + A_2(x + 3)$

نحوذج عند  $x = 5$  :

$\frac{1}{2} \therefore 24 = 8A_2 \rightarrow A_2 = 3$

$\frac{1}{2} \therefore -16 = -8A_1 \rightarrow A_1 = 2$  : نحوذج عند  $x = -3$

1  $\therefore \frac{5x - 1}{x^2 - 2x - 15} = \frac{2}{(x + 3)} + \frac{3}{(x - 5)}$

$\therefore \int f(x) dx = \int \frac{5x - 1}{x^2 - 2x - 15} dx = \int \left( \frac{2}{(x + 3)} + \frac{3}{(x - 5)} \right) dx$

$\frac{1}{2} = 2 \int \frac{1}{x + 3} dx + 3 \int \frac{1}{x - 5} dx$

$1 + \frac{1}{2} = 2 \ln|x + 3| + 3 \ln|x - 5| + C$

تراجعى الحلول الاخرى في جميع الاسئلة.

( الصفحة الثالثة )

امتحان نهاية الفترة الدراسية الرابعة للصف الثاني عشر علمي - الرياضيات - العام الدراسي : 2014 / 2015 م

السؤال الثاني :- ( 10 درجات )

( 6 درجات )

( a ) أوجد :

محوذنا الإجابة

$$\int_0^{\frac{\pi}{4}} \tan x \sec^2 x dx$$

الإجابة



$$u = \tan x$$

$$du = \sec^2 x dx$$

$$u = \tan 0 = 0 \quad \text{عندما } x = 0 \quad \text{حان}$$

$$u = \tan \frac{\pi}{4} = 1 \quad \text{عندما } x = \frac{\pi}{4} \quad \text{حان}$$

$$\therefore \int_0^{\frac{\pi}{4}} \tan x \sec^2 x dx = \int_0^1 u du$$

$$= \left[ \frac{1}{2} u^2 \right]_0^1$$

$$= \frac{1}{2} - 0 = \frac{1}{2}$$

تراجعى الحلول الاخرى فى جميع الاسئلة

السؤال الثالث :- ( 10 درجات )

حل المعادلة التفاضلية :  $3y' - 2y = 4$  ( 4 درجات )  
ثم أوجد الحل الذي يحقق  $y = 3$  عندما  $x = 0$   
الإجابة

$\frac{1}{2}$

$$3y' = 2y + 4$$

$\frac{1}{2}$

$$y' = \frac{2}{3}y + \frac{4}{3}$$

$\frac{1}{2}$

$$y = Ke^{ax} - \frac{b}{a}$$

$$a = \frac{2}{3}, b = \frac{4}{3}$$

$\frac{1}{2} + \frac{1}{2}$

$$\therefore y = Ke^{\frac{2}{3}x} - 2$$

$$\text{عندما } x=0, y=3$$

$\frac{1}{2}$

$$\therefore 3 = K - 2$$

$\frac{1}{2}$

$$\therefore K = 5$$

$\frac{1}{2}$

$$\therefore y = 5e^{\frac{2}{3}x} - 2$$

تراجعى الحلول الاخرى في جميع الاسئلة

(الموضوع السادس)

امتحان نهاية الفترة الدراسية الرابعة للصف الثاني عشر علمي - الرياضيات - العام الدراسي : 2014 / 2015 م

تابع السؤال الثالث :-

(6 درجات)

(b) أوجد معادلة القطع الزائد الذي بؤرتاه  $F_1(-4, 0), F_2(4, 0)$  ورأساه  $A_1(-2, 0), A_2(2, 0)$  ثم أوجد معادلة كل من خطيه المقاربتين

الإجابة

بؤرتين على محور السينات

$$\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1$$

بؤرتين  $F_2(4, 0)$

$$c = 4$$

أسين  $A_2(2, 0)$

$$a = 2$$

$$c^2 = a^2 + b^2$$

$$16 = 4 + b^2$$

$$b^2 = 12 \quad b = 2\sqrt{3}$$

$$\frac{x^2}{4} - \frac{y^2}{12} = 1$$

معادلتا الخطين المقاربتين هما :

$$y = \pm \frac{b}{a} x$$

$$y = \pm \frac{2\sqrt{3}}{2} x = \pm \sqrt{3} x$$

تراجع الحل الأخير في جميع الأسئلة

(الصفحة السابعة)





# المصحح السابع

امتحان نهاية الفترة الدراسية الرابعة للصف الثاني عشر علمي - الرياضيات - العام الدراسي : 2014 / 2015 م

السؤال الرابع :- ( 10 درجات )

نوع الإجابة ( 5 درجات )

(a) أوجد مساحة المنطقة المحددة بمنحنيي :

$$f(x) = x^2 + 1, g(x) = -x^2 + 9$$

الإجابة

$$f(x) = g(x) \quad \text{نضع}$$

$$\therefore x^2 + 1 = -x^2 + 9$$

$$2x^2 = 8$$

$$x^2 = 4 \quad \therefore x = +2$$

نأخذ قيمة اختيارية تنتمي إلى الفترة  $(-2, 2)$  وليكن  $x = 0$

$$f(0) = 1 \quad \text{و} \quad g(0) = 9$$

$$\therefore g(x) \geq f(x) \quad \forall x \in [-2, 2]$$

$$\therefore A = \int_{-2}^2 [g(x) - f(x)] dx$$

$$= \int_{-2}^2 [-x^2 + 9 - x^2 - 1] dx$$

$$= \int_{-2}^2 [-2x^2 + 8] dx$$

$$= \left[ \frac{-2x^3}{3} + 8x \right]_{-2}^2$$

$$= \left[ \frac{-2(2)^3}{3} + 8(2) \right] - \left[ \frac{-2(-2)^3}{3} + 8(-2) \right] = \frac{64}{3} \quad (\text{وحدة مربعة})$$

تراجعى الكلول الاخرى فى جميع الاسئلة



تابع السؤال الرابع :-

(5 درجات)

(b) إذا كان  $X$  متغير عشوائياً ذو حدين ومعلمته هما :  $P = 0.1$  ,  $n = 7$

فأوجد :

a)  $P(X = 0)$

b)  $P(1 < X \leq 3)$

الإجابة  
a)  $\therefore P(X=x) = P(x) = {}_n C_x P^x (1-P)^{n-x}$   
 ,  $n=7$  ,  $P=0.1$

$\therefore P(X=0) = P(0) = {}_7 C_0 (0.1)^0 \cdot (0.9)^7$   
 $\approx 0.4783$



b)  $P(1 < X \leq 3) = P(X=2) + P(X=3)$   
 $= P(2) + P(3)$

$P(2) = {}_7 C_2 (0.1)^2 \cdot (0.9)^5 \approx 0.1240$  ،

$P(3) = {}_7 C_3 (0.1)^3 \cdot (0.9)^4 \approx 0.0230$

$\therefore P(1 < X \leq 3) \approx 0.1240 + 0.0230 = 0.1470$

تراجع الكل الأخرى في جميع الأسئلة

القسم الثاني : البنود الموضوعية

أولاً :- في البنود (1-3) ظلل في ورقة الإجابة (a) إذا كانت العبارة صحيحة  
وظلل (b) إذا كانت العبارة غير صحيحة

(a) (b)  $F(x) = x^{-3}$  هي مشتقة عكسية للدالة :  $f(x) = -3x^{-4}$  (1)

(a) (b) (2) عدد أحرف كلمات كتاب هو متغير عشوائي متصل

(a) (b) (3) بؤرتا القطع الناقص الذي معادلته :  $\frac{x^2}{16} + \frac{y^2}{36} = 1$  هما  $(\pm 3, 0)$

ثانياً :- في البنود (4-10) لكل بند أربع إختيارات إحداها فقط صحيح ظلل في ورقة الإجابة  
الدائرة الدالة على الاختيار الصحيح :



(4) إذا كانت  $y = \ln\left(\frac{10}{x}\right)$  فإن  $\frac{dy}{dx}$  تساوي :

(a)  $-\frac{10}{x}$  (b)  $\frac{10}{x}$  (c)  $\frac{1}{x}$  (d)  $-\frac{1}{x}$

(5)  $\int x(x^2 + 2)^7 dx =$

(a)  $\frac{1}{16}(x^2 + 2)^8 + c$

(b)  $\frac{1}{4}(x^2 + 2)^8 + c$

(c)  $\frac{1}{12}(x^2 + 2)^6 + c$

(d)  $\frac{1}{3}(x^2 + 2)^6 + c$

(6) لتكن  $f(x) = x^2 + 5$  فإن  $\int_{-a}^a f(x)dx > 0$  لكل قيم  $a$  تنتمي إلى :

- (a)  $R - R^-$  (b)  $R - R^+$  (c)  $R^-$  (d)  $R^+$

(7) حجم المجسم الناتج من دوران دورة كاملة حول محور السينات للمنطقة المحددة بمنحنى

الدالة :  $y = -\sqrt{4 - x^2}$  بالوحدات المكعبة يساوي :

- (a)  $4\pi$  (b)  $6\pi$  (c)  $\frac{16}{3}\pi$  (d)  $\frac{32}{3}\pi$

(8) طول القوس من منحنى الدالة  $f(x) = \frac{1}{3}$  في الفترة  $[-2, 3]$  هو :

- (a) 7 units (b) 6 units (c) 5 units (d) 1 unit

(9) النقطة المشتركة بين كل القطوع المكافئة التي هي على الصورة  $x^2 = 4py$  هي :

- (a) (1, 1) (b) (1, 0) (c) (0, 0) (d) (0, 1)

(10) الإختلاف المركزي للقطع الناقص الذي معادلته :  $\frac{x^2}{36} + \frac{y^2}{25} = 1$  هو :









































- (a)  $\frac{\sqrt{11}}{6}$  (b)  $\frac{36}{25}$  (c)  $\frac{36}{25}$  (d)  $\frac{25}{36}$

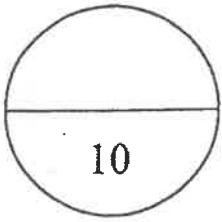


(الصفحة الحادية عشرة)

امتحان نهاية الفترة الدراسية الرابعة للصف الثاني عشر علمي - الرياضيات - العام الدراسي : 2014 / 2015 م

إجابة البنود الموضوعية

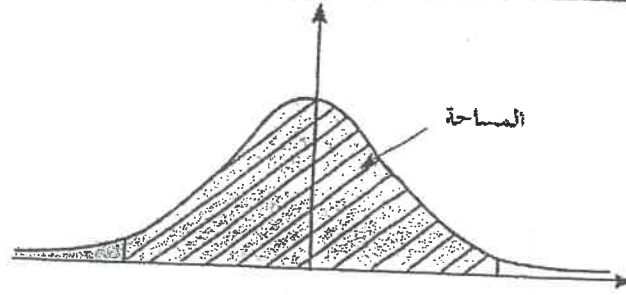
1				
2				
3				
4				
5				
6				
7				
8				
9				
10				



المصحح :

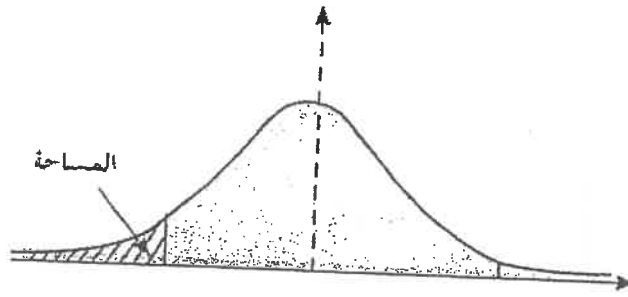
المراجع :

تمنياتنا لكم بالتوفيق،،،



جدول التوزيع الطبيعي المعياري (z) لحساب قيم المساحات من اليسار

z	0.00	0.01	0.02	0.03	0.04	0.05	0.06	0.07	0.08	0.09
0.0	0.50000	0.50399	0.50798	0.51197	0.51595	0.51994	0.52392	0.52790	0.53188	0.53586
0.1	0.53983	0.54380	0.54776	0.55172	0.55567	0.55962	0.56356	0.56749	0.57142	0.57535
0.2	0.57926	0.58317	0.58706	0.59095	0.59483	0.59871	0.60257	0.60642	0.61026	0.61409
0.3	0.61791	0.62172	0.62552	0.62930	0.63307	0.63683	0.64058	0.64431	0.64803	0.65173
0.4	0.65542	0.65910	0.66276	0.66640	0.67003	0.67364	0.67724	0.68082	0.68439	0.68793
0.5	0.69146	0.69497	0.69847	0.70194	0.70540	0.70884	0.71226	0.71566	0.71904	0.72240
0.6	0.72575	0.72907	0.73237	0.73565	0.73891	0.74215	0.74537	0.74857	0.75175	0.75490
0.7	0.75804	0.76115	0.76424	0.76730	0.77035	0.77337	0.77637	0.77935	0.78230	0.78524
0.8	0.78814	0.79103	0.79389	0.79673	0.79955	0.80234	0.80511	0.80785	0.81057	0.81327
0.9	0.81594	0.81859	0.82121	0.82381	0.82639	0.82894	0.83147	0.83398	0.83646	0.83891
1.0	0.84134	0.84375	0.84614	0.84849	0.85083	0.85314	0.85543	0.85769	0.85993	0.86214
1.1	0.86433	0.86650	0.86864	0.87076	0.87286	0.87493	0.87698	0.87900	0.88100	0.88298
1.2	0.88493	0.88686	0.88877	0.89065	0.89251	0.89435	0.89617	0.89796	0.89973	0.90147
1.3	0.90320	0.90490	0.90658	0.90824	0.90988	0.91149	0.91309	0.91466	0.91621	0.91774
1.4	0.91924	0.92073	0.92220	0.92364	0.92507	0.92647	0.92785	0.92922	0.93056	0.93189
1.5	0.93319	0.93448	0.93574	0.93699	0.93822	0.93943	0.94062	0.94179	0.94295	0.94408
1.6	0.94520	0.94630	0.94738	0.94845	0.94950	0.95053	0.95154	0.95254	0.95352	0.95449
1.7	0.95543	0.95637	0.95728	0.95818	0.95907	0.95994	0.96080	0.96164	0.96246	0.96327
1.8	0.96407	0.96485	0.96562	0.96638	0.96712	0.96784	0.96856	0.96926	0.96995	0.97062
1.9	0.97128	0.97193	0.97257	0.97320	0.97381	0.97441	0.97500	0.97558	0.97615	0.97670
2.0	0.97725	0.97778	0.97831	0.97882	0.97932	0.97982	0.98030	0.98077	0.98124	0.98169
2.1	0.98214	0.98257	0.98300	0.98341	0.98382	0.98422	0.98461	0.98500	0.98537	0.98574
2.2	0.98610	0.98645	0.98679	0.98713	0.98745	0.98778	0.98809	0.98840	0.98870	0.98899
2.3	0.98928	0.98956	0.98983	0.99010	0.99036	0.99061	0.99086	0.99111	0.99134	0.99158
2.4	0.99180	0.99202	0.99224	0.99245	0.99266	0.99286	0.99305	0.99324	0.99343	0.99361
2.5	0.99379	0.99396	0.99413	0.99430	0.99446	0.99461	0.99477	0.99492	0.99506	0.99520
2.6	0.99534	0.99547	0.99560	0.99573	0.99585	0.99598	0.99609	0.99621	0.99632	0.99643
2.7	0.99653	0.99664	0.99674	0.99683	0.99693	0.99702	0.99711	0.99720	0.99728	0.99736
2.8	0.99744	0.99752	0.99760	0.99767	0.99774	0.99781	0.99788	0.99795	0.99801	0.99807
2.9	0.99813	0.99819	0.99825	0.99831	0.99836	0.99841	0.99846	0.99851	0.99856	0.99861
3.0	0.99865	0.99869	0.99874	0.99878	0.99882	0.99886	0.99889	0.99893	0.99896	0.99900
3.1	0.99903	0.99906	0.99910	0.99913	0.99916	0.99918	0.99921	0.99924	0.99926	0.99929
3.2	0.99931	0.99934	0.99936	0.99938	0.99940	0.99942	0.99944	0.99946	0.99948	0.99950
3.3	0.99952	0.99953	0.99955	0.99957	0.99958	0.99960	0.99961	0.99962	0.99964	0.99965
3.4	0.99966	0.99968	0.99969	0.99970	0.99971	0.99972	0.99973	0.99974	0.99975	0.99976
3.5	0.99977	0.99978	0.99978	0.99979	0.99980	0.99981	0.99981	0.99982	0.99983	0.99983
3.6	0.99984	0.99985	0.99985	0.99986	0.99986	0.99987	0.99987	0.99988	0.99988	0.99989
3.7	0.99989	0.99990	0.99990	0.99990	0.99991	0.99991	0.99992	0.99992	0.99992	0.99992
3.8	0.99993	0.99993	0.99993	0.99994	0.99994	0.99994	0.99994	0.99995	0.99995	0.99995
3.9	0.99995	0.99995	0.99996	0.99996	0.99996	0.99996	0.99996	0.99996	0.99997	0.99997



جدول التوزيع الطبيعي المعياري (Z) لحساب قيم المساحات من اليسار

Z	0.00	0.01	0.02	0.03	0.04	0.05	0.06	0.07	0.08	0.09
-3.9	0.00005	0.00005	0.00004	0.00004	0.00004	0.00004	0.00004	0.00004	0.00003	0.00003
-3.8	0.00007	0.00007	0.00007	0.00006	0.00006	0.00006	0.00006	0.00005	0.00005	0.00005
-3.7	0.00011	0.00010	0.00010	0.00010	0.00009	0.00009	0.00008	0.00008	0.00008	0.00008
-3.6	0.00016	0.00015	0.00015	0.00014	0.00014	0.00013	0.00013	0.00012	0.00012	0.00011
-3.5	0.00023	0.00022	0.00022	0.00021	0.00020	0.00019	0.00019	0.00018	0.00017	0.00017
-3.4	0.00034	0.00032	0.00031	0.00030	0.00029	0.00028	0.00027	0.00026	0.00025	0.00024
-3.3	0.00048	0.00047	0.00045	0.00043	0.00042	0.00040	0.00039	0.00038	0.00036	0.00035
-3.2	0.00069	0.00066	0.00064	0.00062	0.00060	0.00058	0.00056	0.00054	0.00052	0.00050
-3.1	0.00097	0.00094	0.00090	0.00087	0.00084	0.00082	0.00079	0.00076	0.00074	0.00071
-3.0	0.00135	0.00131	0.00126	0.00122	0.00118	0.00114	0.00111	0.00107	0.00104	0.00100
-2.9	0.00187	0.00181	0.00175	0.00169	0.00164	0.00159	0.00154	0.00149	0.00144	0.00139
-2.8	0.00256	0.00248	0.00240	0.00233	0.00226	0.00219	0.00212	0.00205	0.00199	0.00193
-2.7	0.00347	0.00336	0.00326	0.00317	0.00307	0.00298	0.00289	0.00280	0.00272	0.00264
-2.6	0.00466	0.00453	0.00440	0.00427	0.00415	0.00402	0.00391	0.00379	0.00368	0.00357
-2.5	0.00621	0.00604	0.00587	0.00570	0.00554	0.00539	0.00523	0.00508	0.00494	0.00480
-2.4	0.00820	0.00798	0.00776	0.00755	0.00734	0.00714	0.00695	0.00676	0.00657	0.00639
-2.3	0.01072	0.01044	0.01017	0.00990	0.00964	0.00939	0.00914	0.00889	0.00866	0.00842
-2.2	0.01390	0.01355	0.01321	0.01287	0.01255	0.01222	0.01191	0.01160	0.01130	0.01101
-2.1	0.01786	0.01743	0.01700	0.01659	0.01618	0.01578	0.01539	0.01500	0.01463	0.01426
-2.0	0.02275	0.02222	0.02169	0.02118	0.02068	0.02018	0.01970	0.01923	0.01876	0.01831
-1.9	0.02872	0.02807	0.02743	0.02680	0.02619	0.02559	0.02500	0.02442	0.02385	0.02330
-1.8	0.03593	0.03515	0.03438	0.03362	0.03288	0.03216	0.03144	0.03074	0.03005	0.02938
-1.7	0.04457	0.04363	0.04272	0.04182	0.04093	0.04006	0.03920	0.03836	0.03754	0.03673
-1.6	0.05480	0.05370	0.05262	0.05155	0.05050	0.04947	0.04846	0.04746	0.04648	0.04551
-1.5	0.06681	0.06552	0.06426	0.06301	0.06178	0.06057	0.05938	0.05821	0.05705	0.05592
-1.4	0.08076	0.07927	0.07780	0.07636	0.07493	0.07353	0.07215	0.07078	0.06944	0.06811
-1.3	0.09680	0.09510	0.09342	0.09176	0.09012	0.08851	0.08691	0.08534	0.08379	0.08226
-1.2	0.11507	0.11314	0.11123	0.10935	0.10749	0.10565	0.10383	0.10204	0.10027	0.09853
-1.1	0.13567	0.13350	0.13136	0.12924	0.12714	0.12507	0.12302	0.12100	0.11900	0.11702
-1.0	0.15866	0.15625	0.15386	0.15151	0.14917	0.14686	0.14457	0.14231	0.14007	0.13786
-0.9	0.18406	0.18141	0.17879	0.17619	0.17361	0.17106	0.16853	0.16602	0.16354	0.16109
-0.8	0.21186	0.20897	0.20611	0.20327	0.20045	0.19766	0.19489	0.19215	0.18943	0.18673
-0.7	0.24196	0.23885	0.23576	0.23270	0.22965	0.22663	0.22363	0.22065	0.21770	0.21476
-0.6	0.27425	0.27093	0.26763	0.26435	0.26109	0.25785	0.25463	0.25143	0.24825	0.24510
-0.5	0.30854	0.30503	0.30153	0.29806	0.29460	0.29116	0.28774	0.28434	0.28096	0.27760
-0.4	0.34458	0.34090	0.33724	0.33360	0.32997	0.32636	0.32276	0.31918	0.31561	0.31207
-0.3	0.38209	0.37828	0.37448	0.37070	0.36693	0.36317	0.35942	0.35569	0.35197	0.34827
-0.2	0.42074	0.41683	0.41294	0.40905	0.40517	0.40129	0.39743	0.39358	0.38974	0.38591
-0.1	0.46017	0.45620	0.45224	0.44828	0.44433	0.44038	0.43644	0.43251	0.42858	0.42465
-0.0	0.50000	0.49601	0.49202	0.48803	0.48405	0.48006	0.47608	0.47210	0.46812	0.46414

## القوانين

إذا كان  $X$  متغيراً عشوائياً منقطعاً له دالة التوزيع الاحتمالي  $f$  فإن التوقع و التباين للمتغير العشوائي يعطى بالصيغة:

$$\begin{aligned}\mu &= \sum(x_i f(x_i)) && \text{التوقع :} \\ \sigma^2 &= \sum((x_i)^2 f(x_i)) - \mu^2 && \text{التباين :} \\ \sigma &= \sqrt{\sigma^2} && \text{الانحراف المعياري :}\end{aligned}$$

خواص دالة التوزيع التراكمي للمتغير العشوائي  $X$

$$\begin{aligned}(1) \quad & P(X > a) = 1 - P(X \leq a) = 1 - F(a) \\ (2) \quad & P(a < X \leq b) = F(b) - F(a)\end{aligned}$$

دالة كثافة الاحتمال للتوزيع الاحتمالي المنتظم على  $[a, b]$  هي:

$$f(x) = \begin{cases} \frac{1}{b-a} & : a \leq x \leq b \\ 0 & : \text{فيما عدا ذلك} \end{cases}$$

$$\begin{aligned}\mu &= \frac{a+b}{2} \\ \sigma^2 &= \frac{(b-a)^2}{12}\end{aligned}$$

التوقع ( الوسط ) للتوزيع الاحتمالي المنتظم هو:

التباين للتوزيع الاحتمالي المنتظم هو: