سما- المعلم الذكي

i teacher المعلم الذكي

نماذج اختبار نهاية الفصل (الأول)

الرياضيات

الصف

12

2024 - 2025

دولة الكويت
وزارة التربية
التوجيه الفني العام للرياضيات

المجال الدراسي : الرياضيات
الزمن : ساعتان و45 دقيقة
عدد الصفحات : 11

امتحان الفترة الدراسية الأولى للصف الثاني عشر علمي للعام الدراسي 2022/ 2023 م

القسم الأول : أسئلة المقال.

أجب عن جميع أسئلة المقال موضحاً خطوات الحل

15

السـؤال الأول :

(a) أوجد : $\frac{dy}{dx}$ حيث : $y = x + x^2y^5$

(7 درجات)

الحل :

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

تابـع / السؤال الأول :

(b) أوجد :

$$\lim_{x\to 0} \frac{x^2}{1-cosx}$$

(8 درجات)

الحـل :

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

السؤال الثاني :

15

(a) لتكن الدالة f : $f(x) = x^3 - 12x - 4$. أوجد كلاً مما يلي :

(a) النقاط الحرجة للدالة.

(b) الفترات التي تكون الدالة f متزايدة أو متناقصة عليها.

(c) القيم القصوى المحلية.

(8 درجات)

الحل :

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

تابع : السؤال الثاني :

(b) لتكن : $f(x) = x^2 + 5$, $g(x) = \sqrt{x}$

ابحث اتصال الدالة gof عند $x = -2$ (7 درجات)

الحـــل :

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

السؤال الثالث :

15

(a) أوجد فترات التقعر ونقطة الانعطاف لمنحنى الدالة f :

$$f(x) = 2x^3 + 3x^2 - 1$$

الحل : (7 درجات)

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

تابع :السؤال الثالث :

(b) لتكن الدالة f :

$$f(x) = \begin{cases} x+3 & : x \le -1 \\ \dfrac{4}{x+3} & : x > -1 \end{cases}$$

ادرس اتصال الدالة f على مجالها

(8 درجات)

الحل :

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

السـؤال الرابع :

15

(a) أوجد معادلة المماس لمنحنى الدالة $y = \dfrac{8}{4 + x^2}$

عند النقطة $(2\,,1)$

الحل : (8 درجات)

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

تـابــع / السـؤال الرابـع :

b) عينة عشوائية حجمها 36 ، فإذا كان المتوسط الحسابي للعينة 60 وتباينها 16
باستخدام مستوى ثقة 95%

(1) أوجد هامش الخطأ .

(2) أوجد فترة الثقة للمتوسط الحسابي للمجتمع الإحصائي μ.

(3) فسر فترة الثقة .

(7 درجات)

الـحل :

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

القسم الثاني (البنود الموضوعية)

أولا : في البنود من(1) إلى (3) عبارات ظلل في ورقة الإجابة: (a) إذا كانت العبارة صحيحة (b) إذا كانت العبارة خاطئة

---

(1) $\lim\limits_{x\to 0^-} \dfrac{\sqrt{x^2}-x}{x} = -2$

---

(2) الدالة f : $f(x) = x|x|$ غير قابلة للإشتقاق $\forall x \in R$.

---

(3) إذا كانت $f''(c) = 0$ فإن لمنحنى الدالة f نقطة انعطاف هي $\left(c\,,f(c)\right)$

ثانياً : في البنود من (4) إلى (10) لكل بند أربع اختيارات واحد فقط منها صحيح ظلل في ورقة الإجابة الرمز الدال على الاختيار الصحيح

---

(4) $\lim\limits_{x\to 0} \dfrac{\tan 2x}{\sin x}$ يساوي :

(a) 0 (b) ∞ (c) -2 (d) 2

---

(5) لتكن الدالة g : $g(x) = \begin{cases} x+1 & : x > a \\ 3-x & : x \le a \end{cases}$ متصلة عند $x = a$,

$a \in Z$ فإن a تساوي :

(a) 0 (b) 1 (c) 2 (d) -1

---

(6) إذا كانت الدالة f متصلة عند $x = -2$ وكانت $\lim\limits_{x\to -2}(x^2 + f(x)) = 7$

فإن $f(-2)$ تساوي :

(a) 3 (b) 5 (c) 9 (d) 11

(7) إذا كانت $f(x) = (1+6x)^{\frac{2}{3}}$ فإن $f''(x)$ تساوي :

(a) $\frac{8}{27}(1+6x)^{\frac{-4}{3}}$ (b) $8(1+6x)^{\frac{-4}{3}}$

(c) $-8\,(1+6x)^{\frac{-4}{3}}$ (d) $-64\,(1+6x)^{\frac{-4}{3}}$

---

(8) إذا كانت $y = \frac{1}{x} + 5sinx$ فإن y' تساوي :

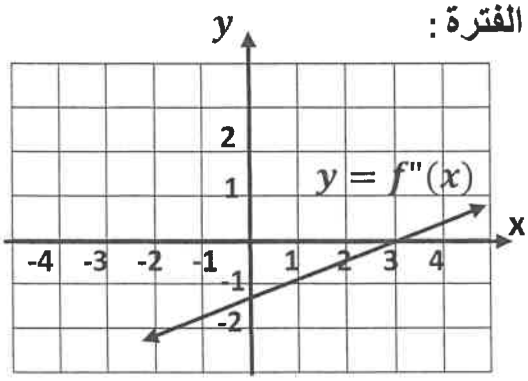
(a) $\frac{1}{x^2} + 5cosx$ (b) $-\frac{1}{x^2} - 5cosx$

(c) $\frac{1}{x^2} - 5cosx$ (d) $-\frac{1}{x^2} + 5cosx$

---

(9) إذا كانت f دالة كثيرة حدود من الدرجة الثالثة والشكل المقابل

يوضح بيان f'' فإن منحنى الدالة f مقعراً للأسفل في الفترة :



(a) $(-1, 4]$ (b) $(3, \infty)$

(c) $(-\infty, 3)$ (d) $(3, 5)$

---

(10) مستطيل مساحته $36\ cm^2$ فإن أبعاده التي تعطي أصغر محيط هي :

(a) 6 cm , 6 cm (b) 12 cm , 3 cm

(c) 9 cm , 4 cm (d) 18 cm , 2 cm

انتهت الأسئلة

جدول إجابة البنود الموضوعية

(1)	(a)	(b)	(c)	(d)
(2)	(a)	(b)	(c)	(d)
(3)	(a)	(b)	(c)	(d)
(4)	(a)	(b)	(c)	(d)
(5)	(a)	(b)	(c)	(d)
(6)	(a)	(b)	(c)	(d)
(7)	(a)	(b)	(c)	(d)
(8)	(a)	(b)	(c)	(d)
(9)	(a)	(b)	(c)	(d)
(10)	(a)	(b)	(c)	(d)

لكل بند درجة واحدة

10

الدرجة: ....

دولة الكويت
وزارة التربية
التوجيه الفني العام للرياضيات

المجال الدراسي : الرياضيات
الزمن : ساعتان و45 دقيقة
عدد الصفحات : 11

امتحان الفترة الدراسية الأولى للصف الثاني عشر علمي
للعام الدراسي :-2022/2021 م

القسم الأول – أسئلة المقال

أجب عن جميع أسئلة المقال موضحا خطوات الحل في كل منها

السؤال الأول : (15 درجة)

(a) أوجد

$$\lim_{x \to 2} \frac{\sqrt{2x-3}-1}{x-2}$$

(8 درجات)

الحل :

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

تابع السؤال الأول:

(b) أوجد معادلة المماس عند النقطة $\left(1,\frac{2}{3}\right)$ لمنحنى الدالة f

حيث $f(x)=\dfrac{x^3+1}{x^2+2}$ **(7 درجات)**

الحل :

....
....
....
....
....
....
....
....
....
....
....
....
....
....
....
....
....
....
....
....
....
....
....
....
....
....

السؤال الثاني : (15 درجة)

(a)   ادرس اتصـال الدالة f على مجالها حيث :

$$f(x) = \begin{cases} x+3 & : x \leq -1 \\ \dfrac{4}{x+3} & : x > -1 \end{cases}$$

(8 درجات)

الحل :

....
....
....
....
....
....
....
....
....
....
....
....
....
....
....
....
....
....
....
....
....
....
....
....
....

تابع السؤال الثاني :

(b) لتكن : $g(x) = x^2 + 1$, $(x \neq 0)$ $f(x) = \frac{2x+1}{x}$

أوجد **1)** باستخدام قاعدة السلسلة $(f \circ g)'(x)$

2) $(f \circ g)'(1)$ **(7 درجات)**

الحل:

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

السؤال الثالث : (15 درجة)

(a) أوجد $$\lim_{x\to 0} \frac{x^2}{1-cosx}$$

(7 درجات)

الحل :

....

تابع السؤال الثالث :

(b) للمنحنى الذي معادلته $x^2 - y^2 + yx - 1 = 0$

أوجد y' ثم أوجد ميل المماس لهذا المنحنى عند النقطة $(1 , 1)$

(8 درجات)

الحل :

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

السؤال الرابع : (15 درجة)

(a) لتكن f :

$$f(x) = \begin{cases} \dfrac{x^2 - 9}{x - 3} & : x > 3 \\ 7 & : x \leq 3 \end{cases}$$

(6 درجات)

ابحث اتصال الدالة f عند $x = 3$

الحل :

....
....
....
....
....
....
....
....
....
....
....
....
....
....
....
....
....
....
....
....
....
....
....
....
....
....

تابع السؤال الرابع:

(b) لتكن الدالة f : $f(x) = x^3 - 12x - 5$

أوجد كلا مما يلي : (9 درجات)

(1) النقاط الحرجة للدالة

(2) الفترات التي تكون الدالة f متزايدة أو متناقصة عليها

(3) القيم القصوى المحلية

الحل :

القسم الثاني: البنود الموضوعية

أولا: في البنود من (1) إلى (3) عبارات ظلل في ورقة الاجابة ⓐ إذا كانت العبارة صحيحة ⓑ إذا كانت العبارة خاطئة

(1) $\lim\limits_{x\to-\infty} \dfrac{3x-7}{\sqrt{4x^2-8x+5}} = \dfrac{3}{2}$

(2) الدالة f : $f(x) = \dfrac{\sqrt[3]{3x-1}}{x^2}$ متصلة عند $x = 3$

(3) أصغر محيط ممكن لمستطيل مساحته $16\,cm^2$ هو $16\,cm$

ثانيا : في البنود من (4) إلى (10) لكل بند أربعة اختيارات واحد فقط منها صحيح ظلل في ورقة الإجابة الرمز الدال على الإجابة الصحيحة .

(4) $\lim\limits_{x\to\infty} \dfrac{x}{x+3}$ يساوي :

ⓐ ∞ ⓑ $-\infty$ ⓒ 1 ⓓ 0

(5) لتكن الدالة f : $f(x) = \sqrt{x^2+7}$ ، g : $g(x) = x^2 - 3$ فإن $(f \circ g)(0)$ يساوي

ⓐ -1 ⓑ -4

ⓒ 1 ⓓ 4

(6) الدالة f : $f(x) = \dfrac{2x-1}{\sqrt{x^2-25}}$ متصلة على :

ⓐ $\left(-\infty, \dfrac{1}{2}\right)$ ⓑ $(5, \infty)$ ⓒ R ⓓ $(-5, 5)$

(7) إذا كانت الدالة $y = \frac{1}{x} + 5\,sinx$ فإن $\frac{dy}{dx}$ تساوي :

ⓐ $-\frac{1}{x^2} - 5\,cosx$ ⓑ $\frac{1}{x^2} + 5\,cosx$

ⓒ $-\frac{1}{x^2} + 5\,cosx$ ⓓ $\frac{1}{x^2} - 5\,cosx$

---

(8) إذا كانت f' : $f'(x) = -x^2$ ، فإن الدالة f :

ⓐ متزايدة على مجال تعريفها

ⓑ متناقصة على مجال تعريفها

ⓒ متزايدة على الفترة $(-\infty, 0)$ فقط

ⓓ متناقصة على الفترة $(0, \infty)$ فقط

---

(9) عدد النقاط الحرجة للدالة : $y = 3x^3 - 9x - 4$ على الفترة $(0, 2)$ هو

ⓐ 3 ⓑ 0 ⓒ 1 ⓓ 2

---

(10) إذا كانت f دالة كثيرة حدود ، : $(c, f(c))$ نقطة انعطاف لها فإن:

ⓐ $f''(c) = 0$ ⓑ $f'(c) = 0$

ⓒ $f(c) = 0$ ⓓ $f''(c)$ غير موجودة

انتهت الأسئلة

إجابة البنود الموضوعية

السؤال	الاجابـــــة			
(1)	ⓐ	ⓑ		
(2)	ⓐ	ⓑ		
(3)	ⓐ	ⓑ		
(4)	ⓐ	ⓑ	ⓒ	ⓓ
(5)	ⓐ	ⓑ	ⓒ	ⓓ
(6)	ⓐ	ⓑ	ⓒ	ⓓ
(7)	ⓐ	ⓑ	ⓒ	ⓓ
(8)	ⓐ	ⓑ	ⓒ	ⓓ
(9)	ⓐ	ⓑ	ⓒ	ⓓ
(10)	ⓐ	ⓑ	ⓒ	ⓓ

لكل بند درجة واحدة فقط

10

دولة الكويت

وزارة التربية
التوجيه الفني العام للرياضيات
المجال الدراسي الرياضيات

(عدد صفحات الامتحان:11 صفحة)
الزمن : ساعتان و45 دقيقة
العام الدراسي 2019/ 2020 م

امتحان نهاية الفترة الدراسية الأولى للصف الثاني عشر علمي

القسم الأول – أسئلة المقال

أجب عن جميع أسئلة المقال موضحا خطوات الحل في كل منها

السؤال الأول : (14 درجة)

(a) أوجد (7 درجات)

$$\lim_{x\to 0} \frac{x^2}{1-\cos x}$$

الحل :

تابع السؤال الأول : (7 درجات)

(b) ابحث اتصال الدالة f عند $x = 0$ حيث :

$$f(x) = \begin{cases} \dfrac{x^2 - 3x}{|x|} & : x \neq 0 \\ -3 & : x = 0 \end{cases}$$

الحل :

....

السؤال الثاني : (14 درجة)

(a) أوجد

$$\lim_{x\to\infty} \frac{x-2}{\sqrt{x^2+2x-4}}$$

(7 درجات)

الحل:

....

تابع السؤال الثاني :

(b) أوجد معادلة المماس لمنحنى الدالة $y = \frac{8}{4+x^2}$ عند $x = 2$

(7 درجات)

الحل :

....

السؤال الثالث : (14 درجة)

(a) لتكن الدالة f : $f(x) = x^3 - 12x - 5$ (7 درجات)

أوجد كلا مما يلي :-

(1) النقاط الحرجة للدالة

(2) الفترات التي تكون الدالة f متزايدة أو متناقصة عليها

(3) القيم القصوى المحلية

الحل :

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

تابع السؤال الثالث :

(b) بين أن الدالة f : $f(x) = x + \frac{1}{x}$ تحقق شروط نظرية القيمة المتوسطة على الفترة $\left[\frac{1}{2}, 2\right]$ ثم أوجد قيمة c التي تتنبأ به النظرية ، فسر اجابتك

الحل : (7 درجات)

السؤال الرابع : (14 درجة)

(a) لتكن الدالة f : $f(x) = \begin{cases} x^2+1 & : \quad x \le 2 \\ 4x-3 & : \quad x > 2 \end{cases}$ دالة متصلة على مجالها

أوجد $f'(x)$ إن أمكن (8 درجات)

الحل :

تابع السؤال الرابع:

(b) إذا كانت : $n = 20 \ , \ \bar{x} = 40 \ , \ S = 7$ (6 درجات)

اختبر الفرض بأن $\mu = 35$ عند مستوى معنوية $\alpha = 0.05$

الحل :

القسم الثاني: البنود الموضوعية

أولا: في البنود من (1) إلى (4) عبارات ظلل في ورقة الاجابة (a) إذا كانت العبارة صحيحة
(b) إذا كانت العبارة خاطئة

(1) $\lim_{x\to-\infty} \dfrac{x}{|2x-3|} = \dfrac{1}{2}$

(2) إذا كانت $y = 5\cot\left(\dfrac{2}{x}\right)$ فإن $\dfrac{dy}{dx} = \dfrac{10}{x^2}\csc^2\left(\dfrac{2}{x}\right)$

(3) أكبر مساحة لمستطيل قاعدته على محور السينات و رأساه العلويان على القطع المكافئ الذي معادلته $y = 12 - x^2$ ، هي $24\ \text{units}^2$

معلق

(4) إن القيمة الحرجة $Z_{\frac{\alpha}{2}}$ لدرجة الثقة 96% هي 2.055

ثانيا : في البنود من (5) إلى (14) لكل بند أربعة اختيارات واحد فقط منها صحيح ظلل في ورقة الإجابة الرمز الدال على الإجابة الصحيحة .

(5) $\lim_{x\to-3} \dfrac{2x^3+9x^2+9x}{x+3}$ يساوي

$(a)\ -9$ $(b)\ -3$ $(c)\ 0$ $(d)\ 9$

(6) لتكن الدالة f : $g(x) = x^2-3, f(x) = \sqrt{x^2+7}$ فإن $(f\circ g)(0)$ يساوي

$(a)\ 1$ $(b)\ -1$ $(c)\ 4$ $(d)\ -4$

(7) إذا كان $\lim_{x\to\infty} \dfrac{ax^2+bx+3}{2x+5} = 3$ فإن قيم $a\ ,\ b$ هي

$(a)\ a=0, b=6$ $(b)\ a=0, b=-6$

$(c)\ a=6, b=0$ $(d)\ a=-6, b=0$

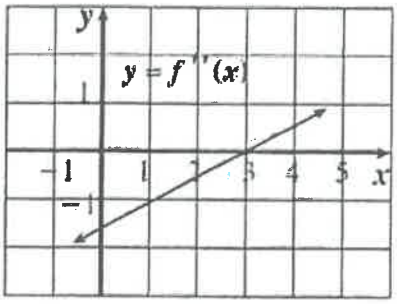
(8) الدالة f : $f(x) = \dfrac{2x-1}{\sqrt{x^2-25}}$ متصلة على

$(a)\ \left(-\infty, \dfrac{1}{2}\right)$ $(b)\ (5, \infty)$ $(c)\ R$ $(d)\ (-5,5)$

(9) أي من الدوال التالية ليس لها نقطة انعطاف

(a) $f(x) = x^3 + 5x$ (b) $f(x) = 4x^2 - 2x^4$

(c) $f(x) = x^3$ (d) $f(x) = (x-2)^4$



(10) إذا كانت f دالة كثيرة حدود من الدرجة الثالثة والشكل المقابل يوضح بيان f'' فإن منحنى f مقعرا للاسفل في الفترة

(a) $(-\infty, 3)$ (b) $(3, \infty)$

(c) $(-1,4)$ (d) $(3,5)$

---

(11) الدالة k : $k(x) = -|x^2 - 4|$ لها

(a) نقطتان حرجتان فقط (b) قيمة صغرى مطلقة

(c) قيمة عظمى مطلقة (d) ليس أيا مما سبق

ملغي

---

(12) إن الدالة f : $f(x) = x + \sqrt{x^2} + 2$ ليست قابلة للاشتقاق عند $x = 0$ و السبب هو

(a) ناب (b) ركن

(c) مماس عمودي (d) غير متصلة

---

(13) ميل الخط العمودي على المماس (الناظم) عند النقطة $A(3,2)$ على منحنى : $x^2 - y^2 - 2xy = -7$ هو

(a) -5 (b) $\frac{-1}{5}$ (c) $\frac{1}{5}$ (d) 5

---

(14) لتكن الدالة f: $f(x) = \begin{cases} x^2 + 2x & : x \geq 1 \\ 4x - 1 & : x < 1 \end{cases}$ فإن مجال f' هو

(a) $\{1\}$ (b) $[1, \infty)$ (c) $\mathbb{R}$ (d) $\mathbb{R} - \{1\}$

انتهت الأسئلة

ورقة إجابة البنود الموضوعية-

(1)	(a)	(b)	(c)	(d)
(2)	(a)	(b)	(c)	(d)
(3)	(a)	(b)	(c)	(d)
(4)	(a)	(b)	(c)	(d)
(5)	(a)	(b)	(c)	(d)
(6)	(a)	(b)	(c)	(d)
(7)	(a)	(b)	(c)	(d)
(8)	(a)	(b)	(c)	(d)
(9)	(a)	(b)	(c)	(d)
(10)	(a)	(b)	(c)	(d)
(11)	(a)	(b)	(c)	(d)
(12)	(a)	(b)	(c)	(d)
(13)	(a)	(b)	(c)	(d)
(14)	(a)	(b)	(c)	(d)

14

دولة الكويت

وزارة التربية

امتحان نهاية الفترة الدراسية الأولى للصف الثاني عشر علمي 2018 / 2019 م

المجال الدراسي : الرياضيات الزمن : ساعتان و45 دقيقة الأسئلة في 13 صفحة

القسم الأول : أسئلة المقال

أجب عن الأسئلة التالية موضحاً خطوات الحل في كل منها:

14

السؤال الأول :

(a) أوجد (6 درجات)

$$\lim_{x\to 2} \frac{(x+1)^2 - 9}{x^2 - 2x}$$

تابع السؤال الأول : **(8 درجات)**

(b) إذا كانت : $f(x) = 2x + 1 \ , \quad g(x) = x^3$

(1) أوجد $(g \circ f)'(x)$

(2) أوجد معادلة المماس للدالة $(g \circ f)(x)$ عند النقطة $A(0, 1)$

14

السؤال الثاني :

(a) لتكن f : $f(x) = \sqrt{x^2 - 7x + 10}$

(7 درجات)

أوجد مجال الدالة f ثم ادرس اتصال الدالة f على $[-1\ ,\ 1]$

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

تابع السؤال الثاني: **(7 درجات)**

(b) إذا كانت:

$$y = \frac{\sin x}{\sin x + \cos x}$$

أثبت أن $y' = (y \,.\, cscx)^2$

14

السؤال الثالث:

(a) أوجد

(8 درجات)

$$\lim_{x\to\infty} \frac{x-5}{\sqrt{x^2-2x-3}}$$

تابع السؤال الثالث: **(6 درجات)**

(b) أثبت أن من بين المستطيلات التي محيطها $8\ cm$ واحداً منها يعطي أكبر مساحة ويكون مربعاً ؟

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

14

السؤال الرابع:

(a) ادرس تغير الدالة f : $f(x) = 2x^3 + 3x^2 - 1$

ثم ارسم بيانها

(9 درجات)

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

تابع السؤال الرابع: **(5 درجات)**

(b) أجريت دراسة لعينة من الإناث حول معدل النبض لديهن فإذا كان حجم عينة الإناث $n = 40$ والانحراف المعياري لمجتمع الإناث $\sigma = 12.5$ ، والمتوسط الحسابي للعينة $\bar{x} = 76.3$.

استخدم مستوى ثقة 95% لإيجاد:

1) هامش الخطأ

2) فترة الثقة للمتوسط الحسابي للمجتمع الإحصائي μ

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

القسم الثاني (البنود الموضوعية) :

أولا : في البنود (1-4) ظلل في ورقة الإجابة: (a) إذا كانت العبارة صحيحة (b) إذا كانت العبارة خـاطئـة

---

(1) $\lim_{x\to 0}\dfrac{4x^2+5\sin^2 x}{3x^2}=3$

---

(2) إذا كانت $\lim_{x\to -\infty}\dfrac{ax^3+bx^2+4}{3x^2-2x+1}=-1$ فإن $a=-3\,,\ b=-2$

---

(3) الدالة f : $f(x)=x\,|x|$ قابلة للإشتقاق $\forall\, x\in\mathbb{R}$

---

(4) الدالة f: $f(x)=\sqrt[3]{x-1}$ تحقق شروط نظرية القيمة المتوسطة في الفترة $[-1\,,2]$

ثانياً : في البنود (5 -14) لكل بند أربع اختيارات واحد فقط منها صحيح ظلل في ورقة الإجابة الرمز الدال على الاختيار الصحيح

---

(5) إذا كانت الدالة f : $f(x)=\dfrac{3}{\sqrt{2x-1}}$ فإن $f'(1)$ تساوي

$(a)\ -\dfrac{3}{2}$ $\quad(b)\ \dfrac{3}{2}$ $\quad(c)\ -3$ $\quad(d)\ 3$

---

(6) ميل الناظم لمنحنى الدالة f : $f(x)=\dfrac{2}{x}$ عند $x=-2$ هي :

$(a)\ -2$ $\quad(b)\ \dfrac{-1}{2}$ $\quad(c)\ \dfrac{1}{2}$ $\quad(d)\ 2$

---

(7) للدالة f : $f(x) = -3x + 1$ قيمة عظمى مطلقة في $[0, 3]$ عند

(a) $x = 3$ (b) $x = 1$ (c) $x = 0$ (d) $x = -8$

---

(8) الدالة f : $f(x) = \dfrac{x+1}{25-x^2}$ متصلة على :

(a) $\mathbb{R}$ (b) $[-5, 5]$

(c) $\mathbb{R} \setminus \{-5, 5\}$ (d) $(-\infty, 25)$

---

(9) إذا كانت الدالة f متصلة عند $x = -2$ وكانت $\lim_{x \to -2} (x^2 + f(x)) = 7$ ،

فإن $f(-2)$ تساوي :

(a) 3 (b) 5 (c) 9 (d) 11

---

(10) إذا كان $x^2 + y^2 = 25$ ، فإن $\dfrac{dy}{dx}$ تساوي

(a) $\dfrac{x}{y}$ (b) $\dfrac{-x}{y}$ (c) $2x + 2y$ (d) $-x$

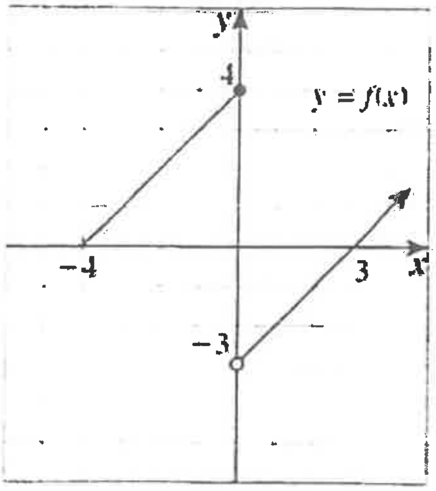
---

(11) عدد النقاط الحرجة للدالة : $y = 3x^2 - 9x - 4$ على الفترة $(-2, 0)$ هو :

(a) 3 (b) 2 (c) 1 (d) 0

---

(12) إذا كان الشكل المقابل هو بيان دالة f فإن العبارة الصحيحة في ما يلي هي :



(a) $\lim_{x\to 0^+} f(x) = 4$

(b) $\lim_{x\to 0^-} f(x) = 4$

(c) $\lim_{x\to 0^-} f(x) = -3$

(d) $\lim_{x\to 0} f(x) = -3$

---

(13) أي منحنيات الدوال التالية يكون مقعراً للأسفل في $(-1\,,1)$:

(a) $f(x) = x^3$ (b) $f(x) = -x^3$

(c) $f(x) = x^2$ (d) $f(x) = -x^2$

---

(14) إذا كان القرار قبول فرض العدم ، وفترة الثقة $(-1.96\,, 1.96)$ فإن قيمة الإختبار Z يمكن أن تكون :

(a) -2.5 (b) -2 (c) 1.5 (d) 1.99

انتهت الأسئلة

دولة الكويت
وزارة التربية
امتحان نهاية الفترة الدراسية الأولى للصف الثاني عشر علمي 2017 / 2018 م
المجال الدراسي : الرياضيات   الزمن : ساعتان و 45 دقيقة   الأسئلة في 12 صفحة

القسم الأول : أسئـلـة المقال

أجب عن الأسئلة التالية موضحاً خطوات الحل في كل منها:

14

السؤال الأول :

(a) أوجد   (7 درجات)

$$\lim_{x\to 0} \frac{x^2}{1-cosx}$$

الحل :

(7 درجات)

تابع السؤال الأول :

(b) للمنحنى الذي معادلته $2\sqrt{y} + y = x$ أوجد:

1) y'

2) ميل المماس لهذا المنحنى عند النقطة (3 ، 1)

الحل :

14

السؤال الثانى :

(a) أوجد

(7 درجات)

$$\lim_{x\to\infty} \frac{\sqrt{2x^2 - x}}{x+1}$$

الحل :

تابع السؤال الثاني: **(7 درجات)**

(b) أوجد عددين موجبين مجموعهما 20 وناتج ضربهما أكبر ما يمكن

الحل :

14

السؤال الثالث:

(a) ادرس تغير الدالة f : $f(x) = 1 - x^3$

ثم ارسم بيانها (9 درجات)

الحل :

تابع السؤال الثالث: (5 درجات)

(b) أخذت عينة عشوائية من مجتمع طبيعي حجمها $n = 25$ ، فإذا كان الانحراف المعياري للعينة (s) يساوي 10 ، ومتوسطها الحسابي $(\bar{x})$ يساوي 15 ،
استخدم مستوى ثقة 95% لإيجاد:

1) هامش الخطأ

2) فترة الثقة للمتوسط الحسابي للمجتمع الإحصائي μ

الحل :

14

السؤال الرابع:

(a) لتكن f : $f(x) = \sqrt{4 - x^2}$

أدرس اتصال الدالة f على $[-2, 2]$ (7 درجات)

الحل :

تابع السؤال الرابع: **(7 درجات)**

(b) لتكن الدالة f :

$$f(x) = \begin{cases} x - \frac{4}{x} & : x \geq 2 \\ x^2 - 4 & : x < 2 \end{cases}$$

أوجد $f'(x)$ وعيّن مجالها

الحل :

ملغى

القسم الثاني (البنود الموضوعية) :

أولا : في البنود (1-2) ظلل في ورقة الإجابة: (a) إذا كانت العبارة صحيحة (b) إذا كانت العبارة خاطئة

(1) $$\lim_{x \to 0^-} \frac{\sqrt{x^2} - x}{x} = -2$$

(2) متوسط عمر الإطارات في أحد المصانع $\mu = 25000$. من خلال دراسة لعينة عشوائية تبيّن أن المتوسط الحسابي هو $\overline{x} = 27000$ مع انحراف معياري $S = 5000$ إذا كان المقياس الإحصائي $Z = 2$ فإن حجم العينة : $n = 20$

ثانياً : في البنود (3 -10) لكل بند أربع اختيارات واحد فقط منها صحيح ظلل في ورقة الإجابة الرمز الدال على الاختيار الصحيح

(3) $$\lim_{x \to 2^-} \left(\frac{3}{x-2}\right)^5 =$$

(a) 0 معلق (b) 2 (c) $-\infty$ (d) ∞

(4) لتكن $y = |x|$ فإن الدالة y

معلق

(a) لها قيمة صغرى مطلقة فقط
(b) لها قيمة عظمى مطلقة فقط
(c) لها قيمة عظمى مطلقة و قيمة صغرى مطلقة
(d) ليس لها قيمة صغرى مطلقة وليس لها قيمة عظمى مطلقة

(5) ليكن منحنى الدالة f : $f(x) = x^2 - 4x + 3$ فإن النقطة التي يكون مماس المنحنى عندها أفقياً هي :

(a) $(3, 0)$ (b) $(1, 0)$ (c) $(2, -1)$ (d) $(2, 1)$

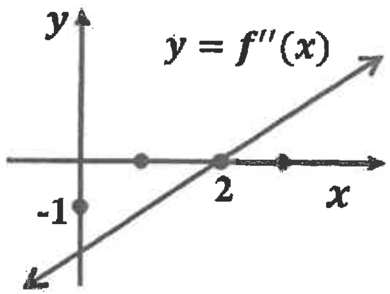
(6) إذا كانت الدالة f : $f(x) = \begin{cases} x^2+1 & : x \geq 2 \\ \frac{x^2-4}{x-2} & : x < 2 \end{cases}$ فإن

(a) $\lim_{x\to2^+} f(x) = 4$ (b) $\lim_{x\to2^-} f(x) = 4$ (c) $\lim_{x\to2} f(x)$ موجودة (d) f متصلة عند $x = 2$

---

(7) إذا كانت g دالة متصلة عند $x = 1$ فإن الدالة المتصلة عند $x = 1$ فيما يلي هي $f(x)$ تساوي

(a) $\sqrt{g(x)}$ (b) $\frac{1}{g(x)}$ (c) $\frac{g(x)}{x-1}$ (d) $|g(x)|$



(8) إذا كانت f دالة كثيرة حدود من الدرجة الثالثة والشكل المقابل يوضح بيان f'' فإن منحنى f مقعراً لأسفل في الفترة

(a) $(-\infty, 2)$ (b) $(0, \infty)$ (c) $(0, 2)$ (d) $(2, \infty)$

---

(9) للدالة f : $f(x) = \sqrt[3]{x-1}$ مماس رأسي معادلته

(a) $x = 0$ (b) $y = 0$ (c) $x = 1$ (d) $y = 1$

---

(10) إذا كانت $y = \sin^{-5}x - \cos^3 x$ فإن $\frac{dy}{dx}$ تساوي

(a) $5\sin^{-6}x \cos x - 3\cos^2 x \sin x$ (b) $5\sin^{-6}x \cos x + 3\cos^2 x \sin x$

(c) $-5\sin^{-6}x \cos x + 3\cos^2 x \sin x$ (d) $-5\sin^{-6}x \cos x - 3\cos^2 x \sin x$

انتهت الأسئلة

دولــة الكويت
وزارة الـتربيـة
إمتحان نهاية الفترة الدراسية الأولى للصف الثاني عشر علمي 2016 / 2017 م
المجال الدراسي : الرياضيات الزمن : ساعتان و 45 دقيقة الأسئلة في 12 صفحه

القسم الأول : أسئلـة المقال :
أجب عن الأسئلة التالية موضحا خطوات الحل في كل منها :

14

السؤال الأول :

(a) أوجد : (6 درجات)

$$\lim_{x \to 0} \frac{\tan 2x + 3x \cdot \cos 4x}{5x}$$

الحل:

تابع السؤال الأول :

(b) أوجد : (8 درجات)

$$\lim_{x\to-\infty} \frac{\sqrt{3x^2-5x+1}}{3x-5}$$

الحل:

14

السؤال الثاني

(a) إدرس إتصال الدالة f على $[1,3]$ حيث :

(7 درجات)

$$f(x)=\begin{cases} -2 & : x=1 \\ x^2-3 & : 1<x<3 \\ 5 & : x=3 \end{cases}$$

الحل:

تابع السؤال الثاني :

(b) إذا كان : $y = x \sin x$

فأثبت أن : $y'' + y - 2\cos x = 0$ (7 درجات)

الحل:

إمتحان نهاية الفترة الدراسية الأولى للصف الثاني عشر علمي 2016 / 2017 م
المجال الدراسي / الرياضيات

14

السؤال الثالث :

(a) بين أن الدالة f : $f(x) = x^3 - 3x + 2$

تحقق شروط نظرية القيمة المتوسطة على الفترة $[0, 4]$

ثم أوجد قيمة c التي تنبيء بها النظرية

(5 درجات)

الحل:

تابع السؤال الثالث :

(b) إدرس تغير الدالة f : $f(x) = 2x^2 - x^4 + 5$ ثم إرسم بيانها

(9 درجات)

الحل:

الرسم البياني

14

السؤال الرابع

(a) أوجد معادلة المماس لمنحنى الداله f : $f(x) = \frac{3x-4}{x+2}$ عند $x = 0$

(8 درجات)

الحل:

تابع السؤال الرابع :

(b) يعتقد مدير شركة أن متوسط رواتب المستخدمين لديه 290 دينار ، فإذا أخذت عينة عشوائية من 10 مستخدمين و تبين أن متوسطها الحسابي $\bar{x} = 283$ دينار وإنحرافها المعياري $S = 32$ دينار . فهل يمكن الإعتماد على هذه العينة لتأكيد ما إفترضه باستخدام مستوى ثقة 95 % (علما بأن المجتمع يتبع التوزيع الطبيعي) (6 درجات)

الحل :

إمتحان نهاية الفترة الدراسية الأولى للصف الثاني عشر علمي 2016 / 2017 م
المجال الدراسي / الرياضيات

القسم الثاني (الأسئلة الموضوعية) :

أولا : في البنود $(1-2)$ ظلل في جدول الإجابة (a) إذا كانت العبارة صحيحة و (b) إذا كانت العبارة خاطئة

(1) إذا كانت الدالة f متصلة عند $[-3,1]$ ، g دالة متصلة على $[-1,3]$ فإن $f+g$ هي دالة متصلة عند $x=0$

(2) إذا كانت الدالة f : $f(x)=\sqrt{x+3}$ فإن $f'(1)=\frac{1}{4}$

ثانيا : في البنود $(3-10)$ لكل بند أربع إختيارات واحد منها فقط صحيح اختر الإجابة الصحيحة ثم ظلل في جدول الإجابة الرمز الدال على الإجابة الصحيحة :

(3) $\lim\limits_{x\to 3^-}\frac{5}{(x-3)}=$

معلق

$(a)\ \infty$ $\qquad$ $(b)\ -\infty$

$(c)\ 5$ $\qquad$ $(d)\ 0$

(4) إذا كانت :

$$\lim_{x\to\infty}\frac{ax^2+bx+3}{2x+5}=3$$

فإن قيم الثابتين $a\,,b$ هما :

$(a)\ a=0\ ,\ b=6$ $\qquad$ $(b)\ a=0\ ,\ b=-6$

$(c)\ a=0\ ,\ b=2$ $\qquad$ $(d)\ a=0\ ,\ b=-2$

(5) الدالة المتصلة عند $x=2$ فيما يلي هي

$(a)\ f(x)=\sqrt{x-2}$ $\qquad$ $(b)\ g(x)=|x-2|$

$(c)\ h(x)=\frac{1}{x-2}$ $\qquad$ $(b)\ k(x)=\frac{x-2}{x^2-4}$

(6) إذا كانت الدالة f : $f(x)=3x+\tan x$ ، فإن $f'(0)$ تساوي

$(a)\ 0$ $\qquad$ $(b)\ 1$

$(c)\ 3$ $\qquad$ $(d)\ 4$

معلق

(7)	الدالة f : $f(x) = \|x^2 - 1\|$ لها : (a) قيمة صغرى مطلقة (b) قيمة عظمى مطلقة (c) نقطتان حرجتان فقط (d) ليس أيا مما سبق
(8)	إذا كانت الدالة f' : $f'(x) = -3x$ فإن الدالة f (a) متزايدة على الفترة $(0, \infty)$ (b) متزايدة على مجال تعريفها (c) متزايدة على الفترة $(-\infty, 0)$ ، متناقصة على الفترة $(0, \infty)$ (d) متناقصة على الفترة $(-\infty, 0)$
(9)	للدالة f : $f(x) = \sqrt[3]{x - 1}$ مماس رأسي معادلته : (a) $x = 0$ (b) $x = 1$ (c) $y = 0$ (d) $y = 1$
(10)	في دراسة لمجتمع إحصائي تبين أن متوسطه الحسابي $\mu = 125$ أخذت عينة من هذا المجتمع حجمها $n = 36$ فتبين أن متوسطهما الحسابي $\bar{x} = 130$ إذا كان المقياس الإحصائي $Z = 3.125$ فإن الإنحراف المعياري σ تحت مستوى ثقة 95% يساوي (a) -9.6 (b) 6.9 (c) 9.6 (d) -6.9

إنتهت الأسئلة ،،،

دولـــة الكـويـت

وزارة الـتـربـيـة

إمتحان نهاية الفترة الدراسية الثانيه للصف الثاني عشر علمي 2015 / 2016 م

المجال الدراسي : الرياضيات　　الزمن : ساعتان و 45 دقيقة　　الأسئلة في 12 صفحه

القسم الأول : أسئلـة المقال :

أجب عن الأسئلة التالية موضحا خطوات الحل في كل منها :

10

السؤال الأول :

(a) أوجد :　　(6 درجات)

$$\lim_{x \to \infty} \frac{\sqrt{x^2 - 3x}}{x - 3}$$

تابع السؤال الأول :

(4 درجات)

(b) أوجد ميل المماس ($\frac{dy}{dx}$) للمنحنى الذي معادلته :

$2y = x^2 - \cos y$ عند النقطة $A(1,0)$

إمتحان نهاية الفترة الدراسية الثانيه للصف الثاني عشر علمي 2015 / 2016 م
المجال الدراسي / الرياضيات

10

السؤال الثاني

(a) أوجد :

(4 درجات)

$$\lim_{x \to 0} \frac{x \sin x}{\cos x - 1}$$

تابع السؤال الثانــي :

(b) إدرس تغير الدالة f : $f(x) = 2x^3 - 6x + 1$

ثم إرسم بيانـها (6 درجات)

ورقة الرسم البياني

إمتحان نهاية الفترة الدراسية الثانيه للصف الثاني عشر علمي 2015 / 2016 م
المجال الدراسي / الرياضيات

10

السؤال الثالث :

(a) لتكن الدالة f : $f(x) = x^2 - 3x$ ، الدالة g : $g(x) = \sqrt{x}$

إبحث إتصال الدالة (gof) عند $x = -1$ (4 درجات)

تابع السؤال الثالث :

(b) إذا كانت الدالة f متصلة على $[1,4]$: $f(x) = x + \frac{4}{x}$

(6 درجات)

أوجد القيم القصوى المطلقة للدالة في الفترة $[1,4]$

إمتحان نهاية الفترة الدراسية الثانيه للصف الثاني عشر علمي 2015 / 2016 م

المجال الدراسي / الرياضيات

10

السؤال الرابع

(a) لتكن الدالة f :
$$f(x) = \begin{cases} x^2 + 1 & : x < 1 \\ 2\sqrt{x} & : x \geq 1 \end{cases}$$

دالة متصلة على مجالها ، أوجد $f'(x)$ إن أمكن

(6 درجات)

تابع السؤال الرابع :

(b) أخذت عينه عشوائية من مجتمع طبيعي حجمها n=81 ومتوسطها الحسابي هو $\bar{x} = 50$
وإنحرافها المعياري S=9 بإستخدام مستوى ثقة 95%

(1) أوجد هامش الخطأ

(2) أوجد فترة الثقة للمتوسط الحسابي للمجتمع الإحصائي μ (4 درجات)

(3) فسر فترة الثقة

إمتحان نهاية الفترة الدراسية الثانيه للصف الثاني عشر علمي 2015 / 2016 م
المجال الدراسي / الرياضيات

القسم الثاني (الأسئلة الموضوعية) :

أولا : في البنود (1-3) ظلل في جدول الإجابة (a) إذا كانت العبارة صحيحة و (b) إذا كانت العبارة خاطئة

(1)	$\lim\limits_{x\to -\infty} \frac{x}{\lvert 2x-3\rvert} = \frac{1}{2}$
(2)	إذا كانت f دالة متصلة على $[-2,3]$ فإن : $\lim\limits_{x\to -2^+} f(x) = f(-2)$
(3)	إذا كانت الداله f : $f(x) = \begin{cases} x^2+2x & : x \geq 1 \\ 4x-1 & : x < 1 \end{cases}$ فإن مجال f' هو $\mathbb{R}$

ثانيا :في البنود (4-10) لكل بند أربع إختيارات واحد منها فقط صحيح اختر الإجابة الصحيحة ثم ظلل في جدول الإجابة الرمز الدال على الإجابة الصحيحة :

(4) $\lim\limits_{x\to 4} \frac{\sqrt{x}-2}{x-4}$ هي :

(a) 0 (b) $-\frac{1}{4}$

(c) $\frac{1}{4}$ (d) غير موجوده

(5) إذا كانت الدالة f : $f(x) = \begin{cases} \frac{\sqrt{x+4}-2}{x} & : x \neq 0 \\ a & : x = 0 \end{cases}$ متصلة عند $x = 0$

فإن a تساوي

(a) 4 (b) $-\frac{1}{4}$

(c) -4 (d) $\frac{1}{4}$

(6) إن الدالة f : $f(x) = x + \sqrt{x^2} + 2$ ليست قابلة للإشتقاق عند $x = 0$ لوجود

(a) مماس عمودي

(b) إنفصال

(c) ناب

(d) ركن

إمتحان نهاية الفترة الدراسية الثانيه للصف الثاني عشر علمي 2015 / 2016 م
المجال الدراسي / الرياضيات

(7) إذا كانت : $y = \frac{4}{3\pi} sin\ 3t - \frac{4}{5\pi} cos\ 5t$ فإن $\frac{dy}{dt}$ تساوي

$(a)\ \frac{4}{\pi} cos\ 3t + \frac{4}{\pi} sin\ 5t$

$(b)\ \frac{4}{\pi} sin\ 3t - \frac{4}{\pi} cos\ 5t$

$(c)\ \frac{4}{\pi} cos\ 3t - \frac{4}{\pi} sin\ 5t$

$(d)\ \frac{4}{\pi} cos\ 3t - \frac{4}{\pi} sin\ 3t$

(8) عدد النقاط الحرجة للداله : $y = 3x^3 - 9x - 4$ على الفترة $(0, 2)$ يساوي

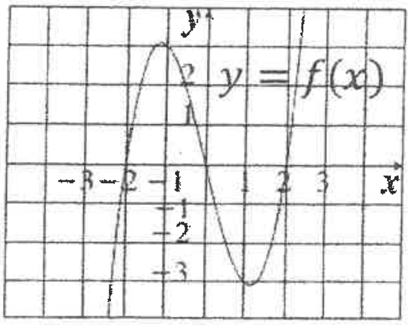
$(a)\ 0$

$(b)\ 1$

$(c)\ 2$

$(d)\ 3$

(9) إذا كان بيان الداله f ممثلا بالشكل المقابل :
فإن $f''(x) < 0$ في الفترة



$(a)\ (-\infty, 0)$

$(b)\ (0, \infty)$

$(c)\ (-1, 1)$

$(d)\ (-\infty, 1)$

(10) إذا كان القرار رفض فرض العدم و كانت فترة الثقة هي : $(-1.96\ ,\ 1.96)$ فإن قيمة الإختبار z يمكن أن تكون :

$(a)\ 1.5$

$(b)\ 1.87$

$(c)\ -1.5$

$(d)\ -2.5$

إنتهت الأسئلة ،،،

دولــــة الكـويـت
وزارة الـتـربـيـة
إمتحان نهاية الفترة الدراسية الثانيه للصف الثاني عشر علمي 2014 / 2015 م

المجال الدراسي : الرياضيات الزمن : ساعتان و 45 دقيقة الأسئلة في 11 صفحه

القسم الأول : أسئلة المقال :

أجب عن الأسئلة التالية موضحا خطوات الحل في كل منها :

10

السؤال الأول :

(a) أوجد :

(5 درجات)

$$\lim_{x\to 0} \frac{(3+x)^3 - 27}{x}$$

تابع السؤال الأول : (5 درجات)

(b) أوجد قيمة a, b بحيث تكون الدالة f متصلة على مجالها حيث :

$$f(x) = \begin{cases} x^2 & : x < 1 \\ 3x + a & : x > 1 \\ b & : x = 1 \end{cases}$$

إمتحان نهاية الفترة الدراسية الثانيه للصف الثاني عشر علمي 2014 / 2015 م

المجال الدراسي / الرياضيات

10

السؤال الثاني

(a) ادرس تغير الدالة f : $f(x) = x^3 - 3x$ وارسم بيانها

(7 درجات)

ورقة الرسم البياني

إمتحان نهاية الفترة الدراسية الثانيه للصف الثاني عشر علمي 2014 / 2015 م
المجال الدراسي / الرياضيات

تابع السؤال الثاني :

(b) يعتقد مدير شركة دراسات إحصائيه أن متوسط الإنفاق الشهري على الطعام في منازل مدينه معينه يساوي 290 دينارا كويتيا ، فإذا أخذت عينه عشوائيه مكونه من 10 منازل فتبين أن متوسطها الحسابي $\overline{x} = 283$ وإنحرافها المعياري $S=32$

فهل يمكن الإعتماد على هذه العينه لتأكيد ما إفترضه المدير .

إستخدم مستوى ثقه 95% (علما بأن المجتمع يتبع التوزيع الطبيعي) (3 درجات)

إمتحان نهاية الفترة الدراسية الثانيه للصف الثاني عشر علمي 2014 / 2015 م

المجال الدراسي / الرياضيات

10

السؤال الثالث :

(a) أوجد معادلة المماس لمنحنى الدالة f : $f(x) = \frac{5x-7}{x^2-2}$

عند النقطة $A(1,2)$ (5 درجات)

تابع السؤال الثالث :

(b) تعطي الدالة $V(h) = 2\pi\,(-h^3 + 36h)$ حجم أسطوانه بدلالة إرتفاعها h

أوجد الإرتفاع $h(cm)$ للحصول على أكبر حجم للأسطوانه

ثم أوجد هذا الحجم . (5 درجات)

إمتحان نهاية الفترة الدراسية الثانيه للصف الثاني عشر علمي 2014 / 2015 م

المجال الدراسي / الرياضيات

10

السؤال الرابع

(a) لتكن الدالة g :

$$g(x) = \begin{cases} (x-2)^2 & , \quad x \leq 1 \\ 3x-2 & , \quad x > 1 \end{cases}$$

أوجد إن أمكن $g'(1)$. (5 درجات)

إمتحان نهاية الفترة الدراسية الثانيه للصف الثاني عشر علمي 2014 / 2015 م

المجال الدراسى / الرياضيات

تابع السؤال الرابع :

(b) أوجد : (5 درجات)

$$\lim_{x\to 0}\frac{1-\cos x}{\sin^2 x}$$

إمتحان نهاية الفترة الدراسيه الثانيه للصف الثاني عشرعلمي 2014 /2015 م
المجال الدراسي / الرياضيات

القسم الثاني (الأسئلة الموضوعية) :

أولا : في البنود (1-3) ظلل في ورقة الإجابة (a) إذا كانت العبارة صحيحة و (b) إذا كانت العبارة خاطئة

(1) $\lim_{x\to 3^-} \frac{1}{(3-x)^9} = -\infty$ معلق

(2) إذا كانت $f(x) = \sin 2x$ فإن : $f'(x) = 2\cos 2x$

(3) إذا كانت f داله متصله عند x=c فإن الدالة : $g(x) = \sqrt{f(x)}$ متصله عند x=c

ثانيا :في البنود (4-10) لكل بند أربع إختيارات واحد منها فقط صحيح اختر الإجابة الصحيحة ثم ظلل دائرة الرمز الدال على الإجابة الصحيحة :

(4) $\lim_{x\to -\infty} \frac{-2x}{\sqrt{4x^2-x+3}} =$

(a) -1 (b) $\frac{-1}{2}$

(c) $\frac{1}{2}$ (d) 1

(5) لتكن الدالتين $f(x) = x^2+3$, $g(x) = 5x+1$

فإن $(g\circ f)(x)$ تساوي:

(a) $5x^2+16$ (b) $25x^2+10x+4$

(c) $10x$ (d) $50x+10$

إمتحان نهاية الفترة الدراسية الثانيه للصف الثاني عشر علمي 2014 / 2015 م
المجال الدراسي / الرياضيات

(6) الدالة التي تحقق شروط نظرية القيمة المتوسطه على الفترة $[-2 , 3]$ هي $f(x) =$

(a) $\sqrt[3]{x}$

(b) $\tan x$

(c) $\sqrt{9 - x^2}$

(d) $\frac{1}{x}$

(7) إذا كانت $f(x) = (1 + 6x)^{\frac{2}{3}}$ فإن $f''(x)$ يساوي

(a) $-8(1 + 6x)^{-\frac{4}{3}}$

(b) $-64(1 + 6x)^{-\frac{4}{3}}$

(c) $-8(1 + 6x)^{\frac{4}{3}}$

(d) $-64(1 + 6x)^{\frac{4}{3}}$

(8) إذا كانت : $x^2 - 3y^2 + 2xy = 0$ فإن $\frac{dy}{dx} =$

(a) $\frac{y-x}{3y-x}$

(b) $\frac{y+x}{3y-x}$

(c) $\frac{x-y}{3y-x}$

(d) $\frac{y-x}{3y+x}$

(9) إذا كانت f داله كثيرة حدود ، $(c , f(c))$ نقطة إنعطاف لها فإن :

(a) $f''(c)=0$

(b) $f'(c) = 0$

(c) $f(c) = 0$

(d) $f''(c)$ غير موجودة

(10) القيمة الحرجة $Z_{\frac{\alpha}{2}}$ المناظرة لمستوى ثقة 96.6% هي :

(a) 2.21

(b) 2.17

(c) 21.2

(d) 2.12

إنتهت الأسئلة ،،،

دولة الكويت
وزارة التربية
التوجيه الفني العام للرياضيات

المجال الدراسي : الرياضيات
الزمن : ساعتان و45 دقيقة
عدد الصفحات : 11

نموذج إجابة امتحان الفترة الدراسية الأولى للصف الثاني عشر علمي للعام الدراسي 2022/ 2023 م

القسم الأول : أسئلة المقال

تراعى الحلول الأخرى في جميع أسئلة المقال

15

السـؤال الأول :

(a) أوجد : $\frac{dy}{dx}$ حيث : $y = x + x^2y^5$

(7 درجات)

الحـل :

$\frac{1}{2}$ $$\frac{dy}{dx} = \frac{dx}{dx} + d\frac{(x^2y^5)}{dx}$$

2 $$y^\backslash = 1 + y^5 \frac{d}{dx}(x^2) + x^2 \frac{d}{dx}(y^5)$$

1 + 1 $$y^\backslash = 1 + 2xy^5 + 5x^2y^4y^\backslash$$

1 $$y^\backslash - 5x^2y^4y^\backslash = 1 + 2xy^5$$

$\frac{1}{2}$ $$y^\backslash(1 - 5x^2y^4) = 1 + 2xy^5$$

1 $$y^\backslash = \frac{1 + 2xy^5}{1 - 5x^2y^4}$$

تابـــع / السؤال الأول :

(b) أوجد :

$$\lim_{x\to 0} \frac{x^2}{1-cosx}$$

(8 درجات)

الحل :

1	$= \lim_{x\to 0}\left(\frac{x^2}{1-cosx} \times \frac{1+cosx}{1+cosx}\right)$
	$= \lim_{x\to 0}\frac{x^2}{(1-cosx)(1+cosx)} .(1+cosx)$
1	$= \lim_{x\to 0}\left(\frac{x^2}{(1-cos^2x)} .(1+cosx)\right)$
1	$= \lim_{x\to 0}\left(\frac{x^2}{sin^2x} .(1+cosx)\right)$
1	$= \lim_{x\to 0}\left(\left(\frac{x}{sinx}\right)^2 .(1+cosx)\right)$
$\frac{1}{2}+\frac{1}{2}$	$= \lim_{x\to 0}\left(\frac{x}{sinx}\right)^2 .\lim_{x\to 0}(1+cosx)$
1	$= \left(\lim_{x\to 0}\frac{x}{sinx}\right)^2 .\lim_{x\to 0}(1+cosx)$
1	$= (1)^2 \times \left(\lim_{x\to 0}(1) + \lim_{x\to 0} cosx\right)$
1	$= 1 \times 2 = 2$

15

السؤال الثاني :

(a) لتكن الدالة f : $f(x) = x^3 - 12x - 4$. أوجد كلاً مما يلي :

(a) النقاط الحرجة للدالة.

(b) الفترات التي تكون الدالة f متزايدة أو متناقصة عليها.

(c) القيم القصوى المحلية.

(8 درجات)

الحل :

(a) $\because$ f دالة كثيرة حدود

$\therefore$ f متصلة وقابلة للإشتقاق عند كل $x \in R : x$,

نوجد النقاط الحرجة

1 $f^\backslash(x) = 3x^2 - 12$

$1/2$ $f^\backslash(x) = 0 \to 3x^2 - 12 = 0$

$1/2$ $3(x-2)(x+2) = 0 \to \quad x = 2 \ , x = -2$

1 $\therefore$ النقاط الحرجة هي : $(2,-20)$, $(-2,12)$

(b) نكون الجدول لدراسة إشارة $f^\backslash$:

$-\infty \quad -2 \quad 2 \quad \infty$

2

الفترات	$(-\infty,-2)$	$(-2\,,2)$	$(2\,,\infty)$
إشارة $f^\backslash$	+ + +	− − −	+ + +
سلوك الدالة f	متزايدة ↗	متناقصة ↘	متزايدة ↗

1 نلاحظ من الجدول : الدالة متزايدة على الفترة $(-\infty\,,-2)$ والفترة $(2\,,\infty)$

ومتناقصة على الفترة $(-2\,,2)$

1 (c) القيمة الصغرى المحلية عند $x = 2$ هي $f(2) = -20$.

1 و القيمة العظمى المحلية عند $x = -2$ هي $f(-2) = 12$.

تابع : السؤال الثاني :

(b) لتكن : $f(x) = x^2 + 5$, $g(x) = \sqrt{x}$

ابحث اتصال الدالة gof عند $x = -2$

(7 درجات)

الحل :

1 f دالة متصلة عند $x = -2$ $\leftarrow$ (1)

2 $f(-2) = (-2)^2 + 5 = 9$

1 $g(x) = \sqrt{x}$, متصلة عند كل $x \in R^+$

1 $\therefore$ g دالة متصلة عند $x = 9$

1 أي أن g دالة متصلة عند $x = f(-2)$ (2)

من (1) ,(2) نجد أن :

1 (gof) متصلة عند $x = -2$

السؤال الثالث :

15

(a) أوجد فترات التقعر ونقطة الإنعطاف لمنحنى الدالة f :

$$f(x) = 2x^3 + 3x^2 - 1$$

(7 درجات)

الحل :

$\because$ f دالة كثيرة حدود

$\therefore$ f قابلة للاشتقاق على R

1 $f'(x) = 6x^2 + 6x$

1 $f''(x) = 12x + 6$

$f''(x) = 0$

$\frac{1}{2}$ $12x + 6 = 0 \quad \Rightarrow \quad x = -\frac{1}{2}$

$\frac{1}{2}$ $\therefore f\left(-\frac{1}{2}\right) = 2\left(-\frac{1}{2}\right)^3 + 3\left(-\frac{1}{2}\right)^2 - 1 = -\frac{1}{4} + \frac{3}{4} - 1 = -\frac{1}{2}$

نكون جدول لدراسة إشارة f'' :

$-\infty \qquad -\frac{1}{2} \qquad \infty$

	الفترات	$\left(-\infty, -\frac{1}{2}\right)$	$\left(-\frac{1}{2}, \infty\right)$
$\frac{1}{2}$	الفترات	$\left(-\infty, -\frac{1}{2}\right)$	$\left(-\frac{1}{2}, \infty\right)$
1	اشارة f''	$- - -$	$+ + +$
1	بيان الدالة f	مقعر لأسفل	مقعرلأعلى

$\frac{1}{2}$ بيان الدالة f مقعرا لأسفل على الفترة $\left(-\infty, -\frac{1}{2}\right)$

$\frac{1}{2}$ بيان الدالة f مقعرا لأعلى على الفترة $\left(-\frac{1}{2}, \infty\right)$

$\frac{1}{2}$ نقطة الإنعطاف هي : $\left(-\frac{1}{2}, -\frac{1}{2}\right)$

تابع :السـؤال الثـالث :

(b) لتكن الدالة f :

$$f(x) = \begin{cases} x+3 & : x \le -1 \\ \dfrac{4}{x+3} & : x > -1 \end{cases}$$

ادرس اتصال الدالة f على مجالها

(8 درجات)

الحل : مجال الدالة f هو : $D_f = (-\infty, -1] \cup (-1, \infty) = R$	$1/2$
نفرض أن : $g(x) = x + 3$	$1/2$
g دالة كثيرة حدود متصلة على R	$1/2$
$\because \; f(x) = g(x) \qquad \forall x \in (-\infty, -1]$	$1/2$
$\therefore$ f دالة متصلة على $(-\infty, -1]$ (1)	$1/2$
نفرض أن : $h(x) = \dfrac{4}{x+3}$	$1/2$
h دالة حدودية نسبية متصلة لكل $x \in R - \{-3\}$	$1/2$
$\because \; f(x) = h(x) \qquad \forall x \in (-1, \infty)$	$1/2$
$\therefore$ f دالة متصلة على $(-1, \infty)$ (2)	1
ندرس اتصال الدالة f عند $x = -1$ من جهة اليمين .	
$f(-1) = 2$	$1/2$
حيث نهاية المقام $\neq 0$ ، $\lim\limits_{x \to -1^+} f(x) = \lim\limits_{x \to -1^+} \dfrac{4}{x+3} = 2$	1
$\because f(-1) = \lim\limits_{x \to -1^+} f(x)$	$1/2$
$\therefore$ الدالة f متصلة عند $x = -1$ من جهة اليمين (3)	$1/2$
من $(1), (2), (3)$	
$\therefore$ الدالة f متصلة على الفترة $(-\infty, \infty)$	$1/2$
$\therefore$ f متصلة على R	

السؤال الرابع :

15

(a) أوجد معادلة المماس لمنحنى الدالة $y = \dfrac{8}{4+x^2}$

عند النقطة $(2\,,1)$

(8 درجات)

الحل :

1 $$f^{\backslash}(x) = \frac{(4+x^2)(8)^{\backslash} - (8)(4+x^2)^{\backslash}}{(4+x^2)^2}$$

1 + 1 $$f^{\backslash}(x) = \frac{(4+x^2)(0) - (8)(2x)}{(4+x^2)^2}$$

1 $$f^{\backslash}(x) = \frac{-16x}{(4+x^2)^2}$$

$^1/_2 + {}^1/_2$ $$f^{\backslash}(2) = \frac{-16\times 2}{(4+4)^2} = \frac{-32}{64} = -\frac{1}{2}$$

$^1/_2$ ∴ ميل المماس يساوي $-\dfrac{1}{2}$

$^1/_2$ معادلة خط المماس $y - f(a) = f'(a)(x-a)$

$1\,^1/_2$ $$y - 1 = -\frac{1}{2}(x-2)$$

$^1/_2$ $$y = -\frac{1}{2}x + 2$$

تابع / السؤال الرابع :

(b) عينة عشوائية حجمها 36 ، فإذا كان المتوسط الحسابي للعينة 60 وتباينها 16 باستخدام مستوى ثقة 95%

(1) أوجد هامش الخطأ .

(2) أوجد فترة الثقة للمتوسط الحسابي للمجتمع الإحصائي μ.

(3) فسر فترة الثقة .

الحل : (7 درجات)

حجم العينة : $n = 36$ ، المتوسط الحسابي : $\bar{x} = 60$

التباين : $S^2 = 16$ ، الإنحراف المعياري : $S = 4$

$1/2$ (1) ∵ مستوى الثقة 95%

1 $\therefore\ Z_{\frac{\alpha}{2}} = 1.96$

1 ∵ σ^2 غير معلوم , $n > 30$

$1/2$ $E = Z_{\frac{\alpha}{2}} \times \frac{S}{\sqrt{n}}$

1 $= 1.96 \times \frac{4}{\sqrt{36}}$

$1/2$ $= 1.3066$

∴ هامش الخطأ ≈ 1.3067

$1/2$ (2) فترة الثقة هي : $(\bar{x} - E\ , \bar{x} + E)$

$1/2$ $(60 - 1.3067\ , 60 + 1.3067)$

$1/2$ $(58.6933\ , 61.3067)$

1 (3) عند اختيار 100 عينة عشوائية ذات الحجم نفسه $(n = 36)$ وحساب حدود فترة الثقة لكل عينة فإننا نتوقع أن 95 فترة تحوي القيمة الحقيقية للمتوسط الحسابي للمجتمع μ

القسم الثاني (البنود الموضوعية)

أولا : في البنود من(1) إلى (3) عبارات ظلل في ورقة الإجابة: (a) إذا كانت العبارة صحيحة (b) إذا كانت العبارة خاطئة

---

(1) $\lim\limits_{x\to 0^-} \frac{\sqrt{x^2}-x}{x} = -2$

---

(2) الدالة f : $f(x) = x|x|$ غير قابلة للإشتقاق $\forall x \in R$.

---

(3) إذا كانت $f''(c) = 0$ فإن لمنحنى الدالة f نقطة انعطاف هي $(c, f(c))$

ثانياً : في البنود من (4) إلى (10) لكل بند أربع اختيارات واحد فقط منها صحيح ظلل في ورقة الإجابة الرمز الدال على الاختيار الصحيح

---

(4) $\lim\limits_{x\to 0} \frac{\tan 2x}{\sin x}$ يساوي :

(a) 0 $\quad$ (b) ∞ $\quad$ (c) -2 $\quad$ (d) 2

---

(5) لتكن الدالة g : $g(x) = \begin{cases} x+1 & : x > a \\ 3-x & : x \le a \end{cases}$ متصلة عند $x = a$,

$a \in Z$ فإن a تساوي :

(a) 0 $\quad$ (b) 1 $\quad$ (c) 2 $\quad$ (d) -1

---

(6) إذا كانت الدالة f متصلة عند $x = -2$ وكانت $\lim\limits_{x\to -2} (x^2 + f(x)) = 7$

فإن $f(-2)$ تساوي :

(a) 3 $\quad$ (b) 5 $\quad$ (c) 9 $\quad$ (d) 11

(7) إذا كانت $f(x) = (1+6x)^{\frac{2}{3}}$ فإن $f''(x)$ تساوي :

(a) $\frac{8}{27}(1+6x)^{\frac{-4}{3}}$

(b) $8(1+6x)^{\frac{-4}{3}}$

(c) $-8\,(1+6x)^{\frac{-4}{3}}$

(d) $-64\,(1+6x)^{\frac{-4}{3}}$

---

(8) إذا كانت $y = \frac{1}{x} + 5sinx$ فإن y' تساوي :

(a) $\frac{1}{x^2} + 5cosx$

(b) $-\frac{1}{x^2} - 5cosx$

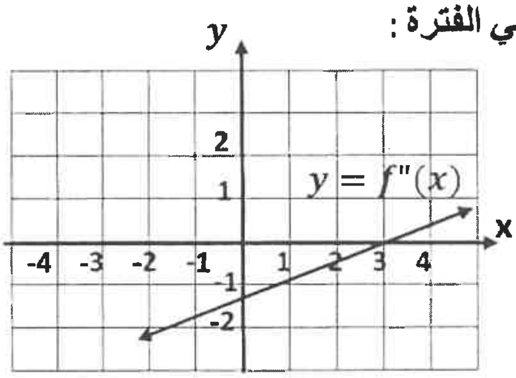
(c) $\frac{1}{x^2} - 5cosx$

(d) $-\frac{1}{x^2} + 5cosx$

---

(9) إذا كانت f دالة كثيرة حدود من الدرجة الثالثة والشكل المقابل

يوضح بيان f'' فإن منحنى الدالة f مقعراً للأسفل في الفترة :



(a) $(-1, 4]$

(b) $(3, \infty)$

(c) $(-\infty, 3)$

(d) $(3, 5)$

---

(10) مستطيل مساحته $36\ cm^2$ فإن أبعاده التي تعطي أصغر محيط هي :

(a) 6 cm , 6 cm

(b) 12 cm , 3 cm

(c) 9 cm , 4 cm

(d) 18 cm , 2 cm

انتهت الأسئلة

جدول إجابة البنود الموضوعية

(1)	(a)	(b)	(c)	(d)
(2)	(a)	(b)	(c)	(d)
(3)	(a)	(b)	(c)	(d)
(4)	(a)	(b)	(c)	(d)
(5)	(a)	(b)	(c)	(d)
(6)	(a)	(b)	(c)	(d)
(7)	(a)	(b)	(c)	(d)
(8)	(a)	(b)	(c)	(d)
(9)	(a)	(b)	(c)	(d)
(10)	(a)	(b)	(c)	(d)

لكل بند درجة واحدة

10

الدرجة: ....

المجال الدراسي : الرياضيات	دولة الكويت
الزمن : ساعتان و45 دقيقة	وزارة التربية
عدد الصفحات : 11	التوجيه الفني العام للرياضيات

نموذج اجابة امتحان الفترة الدراسية الأولى للصف الثاني عشر علمي
للعام الدراسي : 2022/2021 م

القسم الأول – أسئلة المقال
تراعى الحلول الأخرى في جميع أسئلة المقال

السؤال الأول : (15 درجة)

a) أوجد $\lim\limits_{x\to 2}\dfrac{\sqrt{2x-3}-1}{x-2}$ (8 درجات)

الحل :

عند التعويض المباشر عن x بـ 2 في كل من البسط والمقام نحصل على صيغة غير معينة

1 — $\dfrac{\sqrt{2x-3}-1}{x-2}=\dfrac{\sqrt{2x-3}-1}{x-2}\times\dfrac{\sqrt{2x-3}+1}{\sqrt{2x-3}+1}$

1 — $=\dfrac{2x-3-1}{(x-2)\left(\sqrt{2x-3}+1\right)}$

$\frac{1}{2}$ — $=\dfrac{2(x-2)}{(x-2)\left(\sqrt{2x-3}+1\right)}$

$\frac{1}{2}$ — $=\dfrac{2}{\sqrt{2x-3}+1}\quad , \quad x\neq 2$

$\frac{1}{2}+\frac{1}{2}$ — $\lim\limits_{x\to 2}(2x-3)=1\ ,\quad 1>0$

$\frac{1}{2}+\frac{1}{2}$ — $\lim\limits_{x\to 2}\left(\sqrt{2x-3}+1\right)=\lim\limits_{x\to 2}\sqrt{2x-3}+\lim\limits_{x\to 2}1$

$\frac{1}{2}+\frac{1}{2}+\frac{1}{2}+\frac{1}{2}$ — $=\sqrt{\lim\limits_{x\to 2}(2x-3)}+1=1+1=2\ ,\quad 2\neq 0$

$$\lim_{x\to 2}\frac{\sqrt{2x-3}-1}{x-2}=\lim_{x\to 2}\frac{2}{\sqrt{2x-3}+1}$$

$\frac{1}{2}+\frac{1}{2}$ — $=\dfrac{\lim\limits_{x\to 2}2}{\lim\limits_{x\to 2}\left(\sqrt{2x-3}+1\right)}=\dfrac{2}{2}=1$

تابع السؤال الأول:

(b) أوجد معادلة المماس عند النقطة $\left(1,\frac{2}{3}\right)$ لمنحنى الدالة f

حيث $f(x)=\dfrac{x^3+1}{x^2+2}$ (7 درجات)

الحل :

نوجد f' عند $x=1$

$$f'(x)=\frac{(x^2+2)(x^3+1)'-(x^3+1)(x^2+2)'}{(x^2+2)^2}$$

3 $$f'(x)=\frac{(x^2+2)(3x^2)-(x^3+1)(2x)}{(x^2+2)^2}$$

1 + 1 ومنه الميل : $$f'(1)=\frac{(1^2+2)(3(1)^2)-(1^3+1)\big(2(1)\big)}{(1^2+2)^2}=\frac{5}{9}$$

معادلة المماس :

$$y-f(a)=f'(a)(x-a)$$

1 $$y-f(1)=f'(1)(x-1)$$

$\frac{1}{2}+\frac{1}{2}$ $$y-\frac{2}{3}=\frac{5}{9}(x-1)$$

$$y=\frac{5}{9}x-\frac{5}{9}+\frac{2}{3}$$

$$y=\frac{5}{9}x+\frac{1}{9}$$

السؤال الثاني : (15 درجة)

(a) ادرس اتصال الدالة f على مجالها حيث :

$$f(x) = \begin{cases} x+3 & : x \le -1 \\ \dfrac{4}{x+3} & : x > -1 \end{cases}$$

(8 درجات)

الحل:

مجال الدالة f: $D_f = (-\infty, -1] \cup (-1, \infty) = \mathbb{R}$ $\frac{1}{2}$

ندرس اتصال الدالة f على مجالها :

نفرض : $g(x) = x+3$ $\frac{1}{2}$

g دالة كثيرة حدود متصلة على $\mathbb{R}$ $\frac{1}{2}$

$\because f(x) = g(x) \quad \forall x \in (-\infty, -1]$

$\therefore$ f متصلة على $(-\infty, -1]$ .... (1) 1

نفرض $h(x) = \dfrac{4}{x+3}$ $\frac{1}{2}$

h دالة حدودية نسبية متصلة لكل $x \in \mathbb{R} - \{-3\}$ $\frac{1}{2}$

$\because f(x) = h(x) \quad \forall x \in (-1, \infty)$

$\therefore$ f متصلة على $(-1, \infty)$ .... (2) 1

ندرس اتصال الدالة f عند $x = -1$ من جهة اليمين

$f(-1) = 2$ $\frac{1}{2}$

$\lim_{x \to -1^+} f(x) = \lim_{x \to -1^+} \dfrac{4}{x+3} = 2$ حيث نهاية المقام $\neq 0$ $\frac{1}{2} + \frac{1}{2}$

$\because f(-1) = \lim_{x \to -1^+} f(x)$ 1

$\therefore$ الدالة f متصلة عند $x = -1$ من جهة اليمين .... (3) $\frac{1}{2}$

من $(1), (2), (3)$

$\therefore$ الدالة f متصلة على الفترة $(-\infty, \infty)$ $\frac{1}{2}$

$\therefore$ الدالة f متصلة على $\mathbb{R}$

تابع السؤال الثاني :

(b) لتكن : $g(x) = x^2+1 \quad , \quad (x \neq 0) \quad f(x) = \dfrac{2x+1}{x}$

أوجد 1) باستخدام قاعدة السلسلة $(f \circ g)'(x)$

2) $(f \circ g)'(1)$ (7 درجات)

الحل:

$(f \circ g)'(x) = f'(g(x)) \cdot g'(x)$	$\frac{1}{2}$
$f'(x) = \dfrac{2x-(2x+1)}{x^2} = \dfrac{-1}{x^2} \quad , \quad g'(x) = 2x$	$1+1$
$f'(g(x)) = f'(x^2+1) = \dfrac{-1}{(x^2+1)^2}$	1
$\therefore (f \circ g)'(x) = \dfrac{-1}{(x^2+1)^2} \cdot 2x$	1
$= \dfrac{-2x}{(x^2+1)^2}$	1
$(f \circ g)'(1) = = \dfrac{-2(1)}{((1)^2+1)^2} = \dfrac{-2}{4} = \dfrac{-1}{2}$	$1+\frac{1}{2}$

السؤال الثالث : (15 درجة)

(a) أوجد $\lim\limits_{x\to 0} \dfrac{x^2}{1-\cos x}$

(7 درجات)

الحل :

الدرجة	
1	$\lim\limits_{x\to 0} \dfrac{x^2}{1-\cos x} = \lim\limits_{x\to 0}\left(\dfrac{x^2}{1-\cos x}\cdot\dfrac{1+\cos x}{1+\cos x}\right)$
1	$= \lim\limits_{x\to 0}\left(\dfrac{x^2(1+\cos x)}{1-\cos^2 x}\right)$
$\frac{1}{2}$	$= \lim\limits_{x\to 0}\left(\dfrac{x^2(1+\cos x)}{\sin^2 x}\right)$
$\frac{1}{2}$	$= \lim\limits_{x\to 0}\left(\left(\dfrac{x^2}{\sin^2 x}\right)\cdot(1+\cos x)\right)$
$\frac{1}{2}$	$= \lim\limits_{x\to 0}\left(\left(\dfrac{x}{\sin x}\right)^2\cdot(1+\cos x)\right)$
$\frac{1}{2}$	$= \lim\limits_{x\to 0}\left(\dfrac{x}{\sin x}\right)^2\cdot \lim\limits_{x\to 0}(1+\cos x)$
$1\frac{1}{2}$	$= \left(\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{x}{\sin x}\right)^2\cdot\left(\lim\limits_{x\to 0}(1) + \lim\limits_{x\to 0}\cos x\right)$
1	$= (1)^2 \times (1+1)$
$\frac{1}{2}$	$= 1 \times 2 = 2$

تابع السؤال الثالث :

(b) للمنحنى الذي معادلته $x^2 - y^2 + yx - 1 = 0$

أوجد y' ثم أوجد ميل المماس لهذا المنحنى عند النقطة $(1 , 1)$

(8 درجات)

الحل :

$2x - 2\,y\,y' + y + x\,y' - 0 = 0$	3
$-2\,y\,y' + x\,y' = -2x - y$	1
$y'(-2\,y + x) = -2x - y$	1
$y' = \dfrac{-2x - y}{x - 2\,y}$	1
بالتعويض بـ $(1,1)$ $\quad y' = \dfrac{-2(1) - (1)}{(1) - 2\,(1)} = \dfrac{-3}{-1} = 3$	$1 + 1$

$\therefore$ ميل المماس $= 3$

وزارة التربية
التوجيه الفني للمواد الدراسية

السؤال الرابع : (15 درجة)

(a) لتكن f :

$$f(x)=\begin{cases}\dfrac{x^2-9}{x-3} & : x>3\\ 7 & : x\le 3\end{cases}$$

ابحث اتصال الدالة f عند $x=3$ **(6 درجات)**

الحل :

	الدرجة
$f(3)=7$	$\frac{1}{2}$
$\lim\limits_{x\to3^-} f(x)=\lim\limits_{x\to3^-} 7=7$	1
$\lim\limits_{x\to3^+} f(x)=\lim\limits_{x\to3^+}\dfrac{x^2-9}{x-3}$	$\frac{1}{2}$
$=\lim\limits_{x\to3^+}\dfrac{(x-3)(x+3)}{x-3}$	$\frac{1}{2}$
$=\lim\limits_{x\to3^+}(x+3)=3+3=6$	$\frac{1}{2}$
$\because \lim\limits_{x\to3^-} f(x)\neq\lim\limits_{x\to3^+} f(x)$	1
$\therefore \lim\limits_{x\to3} f(x)$ ليست موجودة	1
$\therefore$ الدالة f ليست متصلة عند $x=3$	1

تابع السؤال الرابع:

(b) لتكن الدالة f : $f(x) = x^3 - 12x - 5$

أوجد كلا مما يلي : (9 درجات)

(1) النقاط الحرجة للدالة

(2) الفترات التي تكون الدالة f متزايدة أو متناقصة عليها

(3) القيم القصوى المحلية

الحل :

(1) $\because$ f دالة كثيرة حدود

$\therefore$ f متصلة و قابلة للاشتقاق عند كل x : $x \in \mathbb{R}$ — $\frac{1}{2}$

نوجد النقاط الحرجة : $f'(x) = 3x^2 - 12$ — $\frac{1}{2}$

$f'(x) = 0$

$3x^2 - 12 = 0 \Longrightarrow 3(x-2)(x+2) = 0$ — $\frac{1}{2}$

$x = 2 \quad , x = -2$ — $\frac{1}{2}+\frac{1}{2}$

$\therefore$ النقاط الحرجة هي :

$(-2, f(-2)) = (-2, 11)$ — $\frac{1}{2}$

$(2, f(2)) = (2, -21)$ — $\frac{1}{2}$

(2) نكون الجدول لدراسة إشارة f'

$-\infty \qquad -2 \qquad 2 \qquad \infty$

الفترات	$(-\infty, -2)$	$(-2, 2)$	$(2, \infty)$	
إشارة f'	+ + +	− − −	+ + +	$\frac{1}{2}$
سلوك الدالة f	متزايدة ↗	متناقصة ↘	متزايدة ↗	1
				$\frac{1}{2}$

الدالة متزايدة على الفترة $(-\infty, -2)$ ، الفترة $(2, \infty)$ — $\frac{1}{2}+\frac{1}{2}$

و متناقصة على الفترة $(-2, 2)$ — $\frac{1}{2}$

(3) توجد قيمة عظمى محلية عند $x = -2$ و هي $f(-2) = 11$ — 1

توجد قيمة صغرى محلية عند $x = 2$ و هي $f(2) = -21$ — 1

وزارة التربية - كنترول الثانوية العامة - التوجيه الفني للمواد الدراسية

القسم الثاني: البنود الموضوعية

أولا: في البنود من (1) إلى (3) عبارات ظلل في ورقة الاجابة ⓐ إذا كانت العبارة صحيحة
ⓑ إذا كانت العبارة خاطئة

(1) $\lim_{x\to-\infty} \frac{3x-7}{\sqrt{4x^2-8x+5}} = \frac{3}{2}$

(2) الدالة f : $f(x) = \frac{\sqrt[3]{3x-1}}{x^2}$ متصلة عند $x = 3$

(3) أصغر محيط ممكن لمستطيل مساحته $16\ cm^2$ هو $16\ cm$

ثانيا : في البنود من (4) إلى (10) لكل بند أربعة اختيارات واحد فقط منها صحيح ظلل في ورقة الإجابة الرمز الدال على الإجابة الصحيحة .

(4) $\lim_{x\to\infty} \frac{x}{x+3}$ يساوي :

ⓐ ∞ ⓑ $-\infty$ ⓒ 1 ⓓ 0

(5) لتكن الدالة f : $f(x) = \sqrt{x^2+7}$ ، g : $g(x) = x^2 - 3$ فإن $(f \circ g)(0)$ يساوي

ⓐ -1 ⓑ -4

ⓒ 1 ⓓ 4

(6) الدالة f : $f(x) = \frac{2x-1}{\sqrt{x^2-25}}$ متصلة على :

ⓐ $\left(-\infty, \frac{1}{2}\right)$ ⓑ $(5, \infty)$ ⓒ R ⓓ $(-5, 5)$

(7) إذا كانت الدالة $y = \frac{1}{x} + 5\,sinx$ فإن $\frac{dy}{dx}$ تساوي :

ⓐ $-\frac{1}{x^2} - 5\,cosx$

ⓑ $\frac{1}{x^2} + 5\,cosx$

ⓒ $-\frac{1}{x^2} + 5\,cosx$

ⓓ $\frac{1}{x^2} - 5\,cosx$

---

(8) إذا كانت f' : $f'(x) = -x^2$ ، فإن الدالة f :

ⓐ متزايدة على مجال تعريفها

ⓑ متناقصة على مجال تعريفها

ⓒ متزايدة على الفترة $(-\infty, 0)$ فقط

ⓓ متناقصة على الفترة $(0, \infty)$ فقط

---

(9) عدد **النقاط** الحرجة للدالة : $y = 3x^3 - 9x - 4$ على الفترة $(0, 2)$ هو

ⓐ 3 ⓑ 0 ⓒ 1 ⓓ 2

---

(10) إذا كانت f دالة كثيرة حدود ، : $(c, f(c))$ نقطة انعطاف لها فإن:

ⓐ $f''(c) = 0$

ⓑ $f'(c) = 0$

ⓒ $f(c) = 0$

ⓓ $f''(c)$ غير موجودة

انتهت الأسئلة

وزارة التربية
كنترول الثانوية العامة
التواجيه الفنية للمواد الدراسية

إجابة البنود الموضوعية

السؤال	الاجابــــــة			
(1)	ⓐ	**ⓑ**		
(2)	**ⓐ**	ⓑ		
(3)	**ⓐ**	ⓑ		
(4)	ⓐ	ⓑ	**ⓒ**	ⓓ
(5)	ⓐ	ⓑ	ⓒ	**ⓓ**
(6)	ⓐ	**ⓑ**	ⓒ	ⓓ
(7)	ⓐ	ⓑ	**ⓒ**	ⓓ
(8)	ⓐ	**ⓑ**	ⓒ	ⓓ
(9)	ⓐ	ⓑ	**ⓒ**	ⓓ
(10)	**ⓐ**	ⓑ	ⓒ	ⓓ

لكل بند درجة واحدة فقط

10

وزارة التربية
كنترول الثانوية العامة
التواجيه الفنية للمواد الدراسية

دولة الكويت

وزارة التربية
التوجيه الفني العام للرياضيات
المجال الدراسي الرياضيات

(عدد صفحات الامتحان:11 صفحة)
الزمن : ساعتان و45 دقيقة
العام الدراسي 2019/ 2020 م

نموذج إجابة امتحان نهاية الفترة الدراسية الأولى للصف الثاني عشر علمي

القسم الأول – أسئلة المقال

تراعى الحلول الأخرى في جميع أسئلة المقال

السؤال الأول : (14 درجة)

(a) أوجد $\lim\limits_{x\to0} \dfrac{x^2}{1-\cos x}$ (7 درجات)

الحل :

الدرجة	الحل
1	$\lim\limits_{x\to0} \dfrac{x^2}{1-\cos x} = \lim\limits_{x\to0}\left(\dfrac{x^2}{1-\cos x}\cdot\dfrac{1+\cos x}{1+\cos x}\right)$
1	$= \lim\limits_{x\to0}\left(\dfrac{x^2(1+\cos x)}{1-\cos^2 x}\right)$
$\frac{1}{2}$	$= \lim\limits_{x\to0}\left(\dfrac{x^2(1+\cos x)}{\sin^2 x}\right)$
$\frac{1}{2}$	$= \lim\limits_{x\to0}\left(\left(\dfrac{x^2}{\sin^2 x}\right)\cdot(1+\cos x)\right)$
$\frac{1}{2}$	$= \lim\limits_{x\to0}\left(\left(\dfrac{x}{\sin x}\right)^2\cdot(1+\cos x)\right)$
$\frac{1}{2}$	$= \lim\limits_{x\to0}\left(\dfrac{x}{\sin x}\right)^2\cdot\lim\limits_{x\to0}(1+\cos x)$
$\frac{1}{2}+\frac{1}{2}+\frac{1}{2}$	$= \left(\lim\limits_{x\to0}\dfrac{x}{\sin x}\right)^2\cdot\left(\lim\limits_{x\to0}(1)+\lim\limits_{x\to0}\cos x\right)$
1	$= (1)^2 \times (1+1)$
$\frac{1}{2}$	$= 1 \times 2 = 2$

تابع السؤال الأول : (7 درجات)

(b) ابحث اتصال الدالة f عند $x = 0$ حيث :

$$f(x) = \begin{cases} \dfrac{x^2 - 3x}{|x|} & : x \neq 0 \\ -3 & : x = 0 \end{cases}$$

الحل :

1 $$\frac{x^2 - 3x}{|x|} = \begin{cases} \dfrac{x(x-3)}{x} & : x > 0 \\ \dfrac{x(x-3)}{-x} & : x < 0 \end{cases}$$

1 $$\therefore f(x) = \begin{cases} x - 3 & : x > 0 \\ -x + 3 & : x < 0 \\ -3 & : x = 0 \end{cases}$$

$$f(0) = -3$$

1 $$\lim_{x \to 0^+} f(x) = \lim_{x \to 0^+} (x - 3) = -3$$

1 $$\lim_{x \to 0^-} f(x) = \lim_{x \to 0^-} (-x + 3) = 3$$

1 $$\because \lim_{x \to 0^+} f(x) \neq \lim_{x \to 0^-} f(x)$$

1 $\therefore \lim_{x \to 0} f(x)$ ليست موجودة

1 $\therefore$ الدالة f ليست متصلة عند $x = 0$

الكنترول العلمي وزارة التربية CONTROL

وزارة التربية

السؤال الثاني : (14 درجة)

(a) أوجد $\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{x-2}{\sqrt{x^2+2x-4}}$ (7 درجات)

الحل:

بفرض أن $f(x)=\dfrac{x-2}{\sqrt{x^2+2x-4}}$

1 $\quad f(x)=\dfrac{x-2}{\sqrt{x^2+2x-4}}=\dfrac{x\left(1-\frac{2}{x}\right)}{\sqrt{x^2\left(1+\frac{2}{x}-\frac{4}{x^2}\right)}}$

$\frac{1}{2}$ $\quad =\dfrac{x\left(1-\frac{2}{x}\right)}{|x|\sqrt{1+\frac{2}{x}-\frac{4}{x^2}}}$

$\frac{1}{2}+\frac{1}{2}$ $\quad =\dfrac{x\left(1-\frac{2}{x}\right)}{x\sqrt{1+\frac{2}{x}-\frac{4}{x^2}}}$ عندما $x>0$ يكون $|x|=x$

$\frac{1}{2}$ $\quad =\dfrac{1-\frac{2}{x}}{\sqrt{1+\frac{2}{x}-\frac{4}{x^2}}}$ بشرط $x\neq 0$

$\frac{1}{2}$ $\quad \because \lim\limits_{x\to\infty}\left(1+\frac{2}{x}-\frac{4}{x^2}\right)=\lim\limits_{x\to\infty}1+\lim\limits_{x\to\infty}\frac{2}{x}-\lim\limits_{x\to\infty}\frac{4}{x^2}$

$\frac{1}{2}+\frac{1}{2}$ $\quad =1+0-0=1 \quad , \quad 1>0$

1 $\quad \therefore \lim\limits_{x\to\infty}\sqrt{1+\frac{2}{x}-\frac{4}{x^2}}=\sqrt{\lim\limits_{x\to\infty}\left(1+\frac{2}{x}-\frac{4}{x^2}\right)}=\sqrt{1}=1 \quad , 1\neq 0$

$\frac{1}{2}$ $\quad \lim\limits_{x\to\infty}\left(1-\frac{2}{x}\right)=\lim\limits_{x\to\infty}1-\lim\limits_{x\to\infty}\frac{2}{x}=1-0=1$

$\frac{1}{2}$ $\quad \lim\limits_{x\to\infty}f(x)=\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{1-\frac{2}{x}}{\sqrt{1+\frac{2}{x}-\frac{4}{x^2}}}=\dfrac{\lim\limits_{x\to\infty}\left(1-\frac{2}{x}\right)}{\lim\limits_{x\to\infty}\sqrt{1+\frac{2}{x}-\frac{4}{x^2}}}$

$\frac{1}{2}$ $\quad =\dfrac{1}{1}=1$

الكنترول العلمي - وزارة التربية - CONTROL

وزارة التربية - التوجيه الفني العام للرياضيات

تابع السؤال الثاني :

(b) أوجد معادلة المماس لمنحنى الدالة $y = \dfrac{8}{4+x^2}$ عند $x = 2$ (7 درجات)

الحل :

$$\frac{dy}{dx} = \frac{d}{dx}\left(\frac{8}{4+x^2}\right)$$

2 $$\frac{dy}{dx} = \frac{-8(2x)}{(4+x^2)^2} = \frac{-16x}{(4+x^2)^2}$$

1 $$\left.\frac{dy}{dx}\right|_{x=2} = \left[\frac{-16x}{(4+x^2)^2}\right]_{x=2} = \frac{-16(2)}{(4+(2)^2)^2} = \frac{-1}{2}$$

1 ميل المماس لمنحنى الدالة يساوي $\dfrac{-1}{2}$

1 $$\because x = 2 \quad , \quad \therefore y = \frac{8}{4+(2)^2} = 1$$

1 معادلة المماس لمنحنى الدالة : $y - y_1 = \left.\dfrac{dy}{dx}\right|_{x=2} \cdot (x - x_1)$

1 $$y - 1 = \left(\frac{-1}{2}\right)(x-2)$$

$$y - 1 = \frac{-1}{2}x + 1$$

$$y = \frac{-1}{2}x + 2$$

السؤال الثالث : (14 درجة)

(a) لتكن الدالة f : $\quad f(x) = x^3 - 12x - 5$ (7 درجات)

أوجد كلا مما يلي :

(1) النقاط الحرجة للدالة

(2) الفترات التي تكون الدالة f متزايدة أو متناقصة عليها

(3) القيم القصوى المحلية

الحل :

(1) $\because$ f دالة كثيرة الحدود

$\therefore$ f متصلة و قابلة للاشتقاق عند كل x : $x \in \mathbb{R}$ $\quad \frac{1}{2}$

نوجد النقاط الحرجة :

$f'(x) = 3x^2 - 12$ $\quad \frac{1}{2}$

$f'(x) = 0$

$3x^2 - 12 = 0 \Rightarrow 3(x-2)(x+2) = 0$ $\quad \frac{1}{2}$

$x = 2 \quad , x = -2$ $\quad \frac{1}{2}+\frac{1}{2}$

$\therefore$ النقاط الحرجة هي :

$(-2, f(-2)) = (-2, 11)$ $\quad \frac{1}{2}$

$(2, f(2)) = (2, -21)$ $\quad \frac{1}{2}$

(2) نكون الجدول لدراسة إشارة f'

$-\infty \qquad -2 \qquad 2 \qquad \infty$

الفترات	$(-\infty, -2)$	$(-2, 2)$	$(2, \infty)$
إشارة f'	$+++$	$---$	$+++$
سلوك الدالة f	متزايدة ↗	متناقصة ↘	متزايدة ↗

1

الدالة متزايدة على الفترة $(-\infty, -2)$ و الفترة $(2, \infty)$ $\quad \frac{1}{2}+\frac{1}{2}$

و متناقصة على الفترة $(-2, 2)$ $\quad \frac{1}{2}$

(3) توجد قيمة عظمى محلية عند $x = -2$ و هي $f(-2) = 11$ $\quad \frac{1}{2}$

توجد قيمة صغرى محلية عند $x = 2$ و هي $f(2) = -21$ $\quad \frac{1}{2}$

تابع السؤال الثالث :

(b) بين أن الدالة f : $f(x) = x + \dfrac{1}{x}$ تحقق شروط نظرية القيمة المتوسطة على الفترة $\left[\dfrac{1}{2}, 2\right]$ ثم أوجد قيمة c التي تنبئ به النظرية ، فسر اجابتك

الحل : (7 درجات)

لتكن الدالة g : $g(x) = x$

الدالة g دالة كثيرة حدود متصلة على $\mathbb{R}$ — $\frac{1}{2}$

الدالة h : $h(x) = \dfrac{1}{x}$

الدالة h حدودية نسبية متصلة على $\mathbb{R} - \{0\}$ — $\frac{1}{2}$

$\therefore$ دالة الجمع f حيث $f(x) = g(x) + h(x)$ هي دالة متصلة على $\mathbb{R} - \{0\}$ — $\frac{1}{2}$

$\therefore$ الدالة f متصلة على $\left[\frac{1}{2}, 2\right]$ و قابلة للاشتقاق على $\left(\frac{1}{2}, 2\right)$ — $\frac{1}{2}$

$\therefore$ شروط نظرية القيمة المتوسطة محققة على الفترة $\left[\frac{1}{2}, 2\right]$ — $\frac{1}{2}$

$\therefore$ يوجد على الأقل $c \in \left(\frac{1}{2}, 2\right)$ بحيث $f'(c) = \dfrac{f(b) - f(a)}{b - a}$ — $\frac{1}{2}$

$$= \frac{f(2) - f\left(\frac{1}{2}\right)}{2 - \frac{1}{2}}$$

$f(2) = \dfrac{5}{2}$, $f\left(\dfrac{1}{2}\right) = \dfrac{5}{2}$ — $\frac{1}{2} + \frac{1}{2}$

$f'(x) = 1 - \dfrac{1}{x^2} \longrightarrow f'(c) = 1 - \dfrac{1}{c^2}$ — $\frac{1}{2}$

$1 - \dfrac{1}{c^2} = \dfrac{\frac{5}{2} - \frac{5}{2}}{2 - \frac{1}{2}} \longrightarrow 1 - \dfrac{1}{c^2} = 0 \quad \therefore c^2 = 1 \Longrightarrow c = \pm 1$ — 1

$c = 1 \in \left(\dfrac{1}{2}, 2\right)$, $c = -1 \notin \left(\dfrac{1}{2}, 2\right)$ — 1

التفسير: يوجد مماس لمنحنى الدالة f عند $x = 1$ يوازي القاطع المار بالنقطتين $\left(\frac{1}{2}, \frac{5}{2}\right)$ ، $\left(2, \frac{5}{2}\right)$ — $\frac{1}{2}$

السؤال الرابع : (14 درجة)

(a) لتكن الدالة f :
$$f(x)=\begin{cases} x^2+1 & : \quad x\le 2 \\ 4x-3 & : \quad x>2 \end{cases}$$
دالة متصلة على مجالها

أوجد $f'(x)$ إن أمكن (8 درجات)

الحل :

مجال الدالة : $D_f=(-\infty,2]\cup(2,\infty)=\mathbb{R}$	$\frac{1}{2}$
$f'(x)=\begin{cases} 2x & : \quad x<2 \\ \text{تبحث} & : \quad x=2 \\ 4 & : \quad x>2 \end{cases}$	$\frac{1}{2}$
$f(2)=2^2+1=5$	$\frac{1}{2}$
$f'_-(2)=\lim\limits_{x\to2^-}\dfrac{f(x)-f(2)}{x-2}$ (إن وجدت)	$\frac{1}{2}$
$=\lim\limits_{x\to2^-}\dfrac{x^2+1-5}{x-2}$	$\frac{1}{2}$
$=\lim\limits_{x\to2^-}\dfrac{x^2-4}{x-2}$	$\frac{1}{2}$
$=\lim\limits_{x\to2^-}\dfrac{(x-2)(x+2)}{x-2}=\lim\limits_{x\to2^-}(x+2)=4$	1
$f'_+(2)=\lim\limits_{x\to2^+}\dfrac{f(x)-f(2)}{x-2}$ (إن وجدت)	$\frac{1}{2}$
$=\lim\limits_{x\to2^+}\dfrac{4x-3-5}{x-2}$	$\frac{1}{2}$
$=\lim\limits_{x\to2^+}\dfrac{4x-8}{x-2}$	$\frac{1}{2}$
$=\lim\limits_{x\to2^+}\dfrac{4(x-2)}{x-2}=\lim\limits_{x\to2^+}4=4$	1
$f'_-(2)=f'_+(2)=4$	$\frac{1}{2}$
$\therefore f'(2)=4$	$\frac{1}{2}$
$\therefore\ f'(x)=\begin{cases} 2x & : x\le 2 \\ 4 & : x>2 \end{cases}$	$\frac{1}{2}$

تابع السؤال الرابع:

(b) إذا كانت : $n = 20 \ , \quad \bar{x} = 40 \ , \quad S = 7$ (6 درجات)

اختبر الفرض بأن $\mu = 35$ عند مستوى معنوية $\alpha = 0.05$

الحل :

$n = 20 \ , \quad \bar{x} = 40 \ , \quad S = 7$

(1) صياغة الفروض :

$H_0: \mu = 35$ مقابل $H_1: \mu \neq 35$ — $\frac{1}{2}$

(2) $\because$ σ غير معلومة ، $n < 30$ — $\frac{1}{2}$

نستخدم المقياس الاحصائي t : $t = \dfrac{\bar{x} - \mu}{\dfrac{S}{\sqrt{n}}}$ — $\frac{1}{2}$

$t = \dfrac{40 - 35}{\dfrac{7}{\sqrt{20}}} \approx 3.194$ — $1\frac{1}{2}$

(3) $\because n = 20$ درجات الحرية $n - 1 = 20 - 1 = 19$ — $\frac{1}{2}$

مستوى المعنوية α : $\because \alpha = 0.05 \rightarrow \frac{\alpha}{2} = 0.025$ — $\frac{1}{2}$

من جدول توزيع t : $\therefore t_{\frac{\alpha}{2}} = 2.093$ — $\frac{1}{2}$

(4) منطقة القبول هي : $(-2.093 \, , 2.093)$ — $\frac{1}{2}$

(5) اتخاذ القرار الإحصائي : $\because 3.194 \notin (-2.093 \, , 2.093)$ — $\frac{1}{2}$

$\therefore$ القرار نرفض فرض العدم $\mu = 35$ و نقبل الفرض البديل $\mu \neq 35$ — $\frac{1}{2}$

القسم الثاني: البنود الموضوعية

أولا: في البنود من (1) إلى (4) عبارات ظلل في ورقة الاجابة (a) إذا كانت العبارة صحيحة
(b) إذا كانت العبارة خاطئة

(1) $\lim_{x\to-\infty} \dfrac{x}{|2x-3|} = \dfrac{1}{2}$

(2) إذا كانت $y = 5\cot\left(\dfrac{2}{x}\right)$ فإن $\dfrac{dy}{dx} = \dfrac{10}{x^2}\csc^2\left(\dfrac{2}{x}\right)$

معلق

(3) أكبر مساحة لمستطيل قاعدته على محور السينات و رأساه العلويان على القطع المكافئ الذي معادلته $y = 12 - x^2$ ، هي $24\ units^2$

(4) إن القيمة الحرجة $Z_{\frac{\alpha}{2}}$ لدرجة الثقة 96% هي 2.055

ثانيا : في البنود من (5) إلى (14) لكل بند أربعة اختيارات واحد فقط منها صحيح ظلل في ورقة الإجابة الرمز الدال على الإجابة الصحيحة .

(5) $\lim_{x\to-3} \dfrac{2x^3+9x^2+9x}{x+3}$ يساوي

$(a)\ -9$ $(b)\ -3$ $(c)\ 0$ $(d)\ 9$

(6) لتكن الدالة f : $f(x) = \sqrt{x^2+7}, g(x) = x^2 - 3$ فإن $(f\circ g)(0)$ يساوي

$(a)\ 1$ $(b)\ -1$ $(c)\ 4$ $(d)\ -4$

(7) إذا كان $\lim_{x\to\infty} \dfrac{ax^2+bx+3}{2x+5} = 3$ فإن قيم $a\ ,\ b$ هي

$(a)\ a=0, b=6$ $(b)\ a=0, b=-6$

$(c)\ a=6, b=0$ $(d)\ a=-6, b=0$

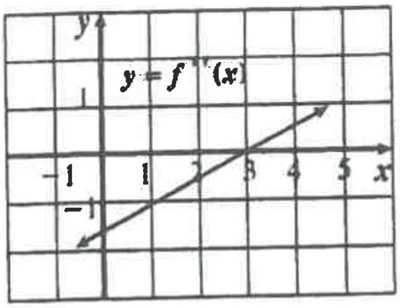
(8) الدالة f : $f(x) = \dfrac{2x-1}{\sqrt{x^2-25}}$ متصلة على

$(a)\ \left(-\infty, \dfrac{1}{2}\right)$ $(b)\ (5,\infty)$ $(c)\ R$ $(d)\ (-5,5)$

(9) أي من الدوال التالية ليس لها نقطة انعطاف

$(a)\quad f(x) = x^3 + 5x$ $\qquad$ $(b)\quad f(x) = 4x^2 - 2x^4$

$(c)\quad f(x) = x^3$ $\qquad$ $(d)\quad f(x) = (x-2)^4$



(10) إذا كانت f دالة كثيرة حدود من الدرجة الثالثة والشكل المقابل يوضح بيان f'' فإن منحنى f مقعرا للاسفل في الفترة

$(a)\quad (-\infty, 3)$ $\qquad$ $(b)\quad (3, \infty)$

$(c)\quad (-1,4)$ $\qquad$ $(d)\quad (3,5)$

معلق

(11) الدالة k : $k(x) = -|x^2 - 4|$ لها

(a) نقطتان حرجتان فقط $\qquad$ (b) قيمة صغرى مطلقة

(c) قيمة عظمى مطلقة $\qquad$ (d) ليس أيا مما سبق

---

(12) إن الدالة f : $f(x) = x + \sqrt{x^2} + 2$ ليست قابلة للاشتقاق عند $x = 0$ و السبب هو

(a) ناب $\qquad$ (b) ركن

(c) مماس عمودي $\qquad$ (d) غير متصلة

---

(13) ميل الخط العمودي على المماس (الناظم) عند النقطة $A(3,2)$ على منحنى : $x^2 - y^2 - 2xy = -7$ هو

$(a)\ -5$ $\qquad$ $(b)\ \dfrac{-1}{5}$ $\qquad$ $(c)\ \dfrac{1}{5}$ $\qquad$ $(d)\ 5$

---

(14) لتكن الدالة f: $f(x) = \begin{cases} x^2 + 2x & : \ x \geq 1 \\ 4x - 1 & : \ x < 1 \end{cases}$ فإن مجال f' هو

$(a)\ \{1\}$ $\qquad$ $(b)\ [1, \infty)$ $\qquad$ $(c)\ \mathbb{R}$ $\qquad$ $(d)\ \mathbb{R} - \{1\}$

انتهت الأسئلة

وزقة إجابة البنود الموضوعية

(1)	(a)		(c)	(d)
(2)		(b)	(c)	(d)
(3)	(a)		(c)	(d)
(4)		(b)	(c)	(d)
(5)	(a)	(b)	(c)	
(6)	(a)	(b)		(d)
(7)		(b)	(c)	(d)
(8)	(a)		(c)	(d)
(9)	(a)	(b)	(c)	
(10)		(b)	(c)	(d)
(11)	(a)	(b)		(d)
(12)	(a)		(c)	(d)
(13)		(b)	(c)	(d)
(14)	(a)	(b)		(d)

14

دولة الكويت

وزارة التربية

نموذج إجابة امتحان نهاية الفترة الدراسية الأولى للصف الثاني عشر علمي 2018 / 2019 م

المجال الدراسي : الرياضيات　　الزمن : ساعتان و45 دقيقة　　الأسئلة في 12 صفحة

القسم الأول : أسئلة المقال

أجب عن الأسئلة التالية موضحاً خطوات الحل في كل منها:

14

السؤال الأول :

(a) أوجد

$$\lim_{x\to 2} \frac{(x+1)^2-9}{x^2-2x}$$

(6 درجات)

الحل :

عند التعويض المباشر عن x بـ 2 في كل من البسط والمقام نحصل على صيغة غير معينة

$$\frac{(x+1)^2-9}{x^2-2x} = \frac{(x+1-3)(x+1+3)}{x(x-2)} \qquad 1+\frac{1}{2}$$

$$= \frac{(x-2)(x+4)}{x(x-2)} \qquad \frac{1}{2}+\frac{1}{2}$$

$$= \frac{x+4}{x} \quad , \quad x \neq 2 \qquad \frac{1}{2}$$

$$\therefore \lim_{x\to 2} \frac{(x+1)^2-9}{x^2-2x} = \lim_{x\to 2} \frac{x+4}{x} \qquad \frac{1}{2}$$

$$\because \lim_{x\to 2} x = 2 \quad , \quad 2 \neq 0 \qquad \frac{1}{2}+\frac{1}{2}$$

$$\therefore \lim_{x\to 2} \frac{x+4}{x} = \frac{\lim_{x\to 2}(x+4)}{\lim_{x\to 2} x} \qquad \frac{1}{2}$$

$$= \frac{2+4}{2} = 3 \qquad \frac{1}{2}+\frac{1}{2}$$

تراعى الحلول الأخرى في جميع أسئلة المقال

تابع السؤال الأول : **(8 درجات)**

(b) إذا كانت : $f(x) = 2x + 1 \ , \quad g(x) = x^3$

(1) أوجد $(g \circ f)'(x)$

(2) أوجد معادلة المماس للدالة $(g \circ f)(x)$ عند النقطة $A(0 , 1)$

الحل :

(1)

1 $(g \circ f)'(x) = g'(f(x)).f'(x)$

1 $g'(x) = 3x^2$

1 $g'(f(x)) = 3\,(2x+1)^2$

1 $f'(x) = 2$

$(g \circ f)'(x) = 3(2x+1)^2\ (2)$

1 $= 6\,(2x+1)^2$

(2) ميل المماس للدالة $(g \circ f)(x)$ عند $x = 0$

1 $(g \circ f)'(0) = 6(0+1)^2 = 6$

$\therefore$ معادلة المماس هي :

$\frac{1}{2}$ $y - y_1 = m\,(x - x_1)$

$\frac{1}{2} + \frac{1}{2} + \frac{1}{2}$ $y - 1 = 6\,(x - 0)$

$6x - y + 1 = 0$

14

السؤال الثاني :

(7 درجات)

(a) لتكن f : $f(x) = \sqrt{x^2 - 7x + 10}$

أوجد مجال الدالة f ثم ادرس اتصال الدالة f على $[-1 , 1]$

الحل :

نفرض أن

$\frac{1}{2}$ $g(x) = x^2 - 7x + 10$ ، $f(x) = \sqrt{g(x)}$

$\frac{1}{2}$ $D_f = \{x : g(x) \geq 0\}$

$\frac{1}{2}$ $x^2 - 7x + 10 \geq 0$

المعادلة المناظرة :

$x^2 - 7x + 10 = 0$

$(x-2)(x-5) = 0$

1 $x = 2 \quad , x = 5$

$$\begin{array}{ccccc} ++ & 0 & --- & 0 & ++ \\ & 2 & & 5 & \end{array}$$

1 $\therefore$ مجال الدالة f هو $(-\infty, 2] \cup [5, \infty)$

لدراسة اتصال الدالة f على $[-1, 1]$

$\frac{1}{2}$ $g(x) \geq 0 \quad \forall x \in (-\infty, 2] \cup [5, \infty)$

$\frac{1}{2}$ $\because$ $[-1, 1]$ مجموعة جزئية من D_f

1 (1) $\therefore g(x) \geq 0 \quad \forall x \in [-1, 1]$

1 (2) الدالة g : $g(x) = x^2 - 7x + 10$ متصلة على $[-1, 1]$

من (1) و (2)

$\frac{1}{2}$ الدالة f متصلة على $[-1 , 1]$

تابع السؤال الثاني: **(7 درجات)**

(b) إذا كانت:

$$y = \frac{\sin x}{\sin x + \cos x}$$

أثبت أن $y' = (y\,.\csc x)^2$

الحل :

$$y' = \frac{(\sin x)'\,(\sin x + \cos x) - (\sin x)(\sin x + \cos x)'}{(\sin x + \cos x)^2}$$

$$= \frac{\cos x\ (\sin x + \cos x) - \sin x\ (\cos x - \sin x)}{(\sin x + \cos x)^2} \qquad 1 + 1 + 1 + \frac{1}{2}$$

$$= \frac{\cos x\,.\sin x + \cos^2 x - \sin x.\cos x + \sin^2 x}{(\sin x + \cos x)^2} \qquad 1$$

$$= \frac{\cos^2 x + \sin^2 x}{(\sin x + \cos x)^2} \qquad \frac{1}{2}$$

$$= \frac{1}{(\sin x + \cos x)^2} \qquad \frac{1}{2}$$

$$(y\,.\csc x)^2 = \left(\frac{\sin x}{(\sin x + \cos x)}\cdot\frac{1}{\sin x}\right)^2 \qquad 1$$

$$= \frac{1}{(\sin x + \cos x)^2} \qquad \frac{1}{2}$$

$$= y'$$

14

السؤال الثالث:

(a) أوجد

$$\lim_{x\to\infty}\frac{x-5}{\sqrt{x^2-2x-3}}$$

(8 درجات)

الحل :

$$f(x)=\frac{x-5}{\sqrt{x^2-2x-3}}$$

$\frac{1}{2}+\frac{1}{2}$ $$=\frac{x\left(1-\frac{5}{x}\right)}{\sqrt{x^2\left(1-\frac{2}{x}-\frac{3}{x^2}\right)}}$$

$\frac{1}{2}$ $$=\frac{x\left(1-\frac{5}{x}\right)}{|x|\sqrt{1-\frac{2}{x}-\frac{3}{x^2}}}$$

$|x|=x \quad : \quad x>0$

$\frac{1}{2}$ $$=\frac{x\left(1-\frac{5}{x}\right)}{x\sqrt{1-\frac{2}{x}-\frac{3}{x^2}}}$$

$\frac{1}{2}$ $$=\frac{1-\frac{5}{x}}{\sqrt{1-\frac{2}{x}-\frac{3}{x^2}}} \quad : \quad x\neq 0$$

$1+\frac{1}{2}$ $$\because \lim_{x\to\infty}\left(1-\frac{2}{x}-\frac{3}{x^2}\right)=\lim_{x\to\infty}1-\lim_{x\to\infty}\frac{2}{x}-\lim_{x\to\infty}\frac{3}{x^2}$$
$$=1-0-0=1 \quad ,1>0$$

$1+\frac{1}{2}$ $$\therefore \lim_{x\to\infty}\sqrt{\left(1-\frac{2}{x}-\frac{3}{x^2}\right)}=\sqrt{\lim_{x\to\infty}\left(1-\frac{2}{x}-\frac{3}{x^2}\right)}=\sqrt{1}=1 \quad ,1\neq 0$$

1 $$\lim_{x\to\infty}\left(1-\frac{5}{x}\right)=\lim_{x\to\infty}1-\lim_{x\to\infty}\frac{5}{x}=1-0=1$$

$1\frac{1}{2}$ $$\lim_{x\to\infty}f(x)=\lim_{x\to\infty}\frac{1-\frac{5}{x}}{\sqrt{1-\frac{2}{x}-\frac{3}{x^2}}}=\frac{\lim_{x\to\infty}\left(1-\frac{5}{x}\right)}{\lim_{x\to\infty}\sqrt{1-\frac{2}{x}-\frac{3}{x^2}}}=\frac{1}{1}=1$$

تابع السؤال الثالث: (6 درجات)

(b) أثبت أن من بين المستطيلات التي محيطها $8\ cm$ واحداً منها يعطي أكبر مساحة ويكون مربعاً ؟

الحل :

بفرض طول البعد الأول للمستطيل هو x وطول البعد الثاني y

$\frac{1}{2}$ المحيط $= 2x + 2y \longrightarrow 8 = 2x + 2y$

$\frac{1}{2}$ $4 = x + y \rightarrow y = 4 - x$

$\therefore$ طول البعد الثاني للمستطيل هو $4 - x$

$\frac{1}{2}$ x لا يمكن أن تزيد على 4 أي : $0 < x < 4$

مساحة المستطيل = حاص ضرب البعدين

$\frac{1}{2}$ $s(x) = x.(4 - x)$

$= 4x - x^2$

$\frac{1}{2} + \frac{1}{2}$ $s'(x) = 4 - 2x$

نضع $s'(x)$

$4 - 2x = 0$

$\frac{1}{2}$ $x = 2 \in (0, 4)$

$\therefore$ $(2, s(2))$ نقطة حرجة

$\frac{1}{2} + \frac{1}{2}$ $s''(x) = -2 \quad , \quad -2 < 0$

$\therefore$ توجد قيمة عظمى مطلقة عند $x = 2$

$\frac{1}{2}$ $\therefore$ أكبر مساحة ممكنة للمستطيل عند $x = 2$

$\therefore$ البعد الأول للمستطيل هو $x = 2\ cm$

$\frac{1}{2} + \frac{1}{2}$ والبعد الثاني هو $4 - x = 4 - 2 = 2\ cm$

المستطيل يصبح مربع لأن بعداه متساويان

14

السؤال الرابع:

(a) ادرس تغير الدالة f : $f(x) = 2x^3 + 3x^2 - 1$
ثم ارسم بيانها

(9 درجات)

الحل :

$\frac{1}{2}$ f دالة كثيرة الحدود مجالها $\mathbb{R}$

نوجد النهايات عند الحدود المفتوحة

$\frac{1}{2}$
$$\lim_{x\to-\infty} f(x) = \lim_{x\to-\infty} 2x^3 = -\infty$$
$$\lim_{x\to\infty} f(x) = \lim_{x\to\infty} 2x^3 = \infty$$

نوجد النقاط الحرجة حيث f دالة قابلة للإشتقاق على مجالها

$\frac{1}{2}+\frac{1}{2}$ $f'(x) = 6x^2 + 6x$

$\frac{1}{2}$ نضع $f'(x) = 0$

$6x^2 + 6x = 0$

$6x(x+1) = 0$

$6x = 0 \to x = 0$ أو $x + 1 = 0 \to x = -1$

$\frac{1}{2}+\frac{1}{2}$ $f(0) = -1$, $f(-1) = 0$

النقاط الحرجة $(-1 , 0)$, $(0 , -1)$

نكون جدول التغير لدراسة اشارة f'

$-\infty$ -1 0 ∞

$1\frac{1}{2}$

الفترات	$(-\infty , -1)$	$(-1 , 0)$	$(0 , \infty)$
اشارة f'	+ + + +	- - - -	+ + + +
سلوك الدالة f	متزايدة ↗	متناقصة ↘	متزايدة ↗

الدالة f متزايدة في الفترة $(-\infty , -1)$ والفترة $(0 , \infty)$

الدالة f متناقصة في الفترة $(-1 , 0)$

للدالة f قيمة عظمى محلية عند $x = -1$ وقيمة صغرى محلية عند $x = 0$

$\frac{1}{2}$ $f''(x) = 12x + 6$

نضع $f''(x) = 0$

$\frac{1}{2}$ $12x + 6 = 0 \to x = \frac{-1}{2}$

$-\infty$ $\quad -\frac{1}{2} \quad$ ∞

1

الفترات	$(-\infty,-\frac{1}{2})$	$(-\frac{1}{2},\infty)$
إشارة f''	− − −	+ + +
التقعر	$\frown$	$\smile$

منحنى الدالة مقعر للأسفل على الفترة $\left(-\infty\,,-\frac{1}{2}\right)$

منحنى الدالة مقعر للأعلى على الفترة $\left(-\frac{1}{2},\infty\right)$

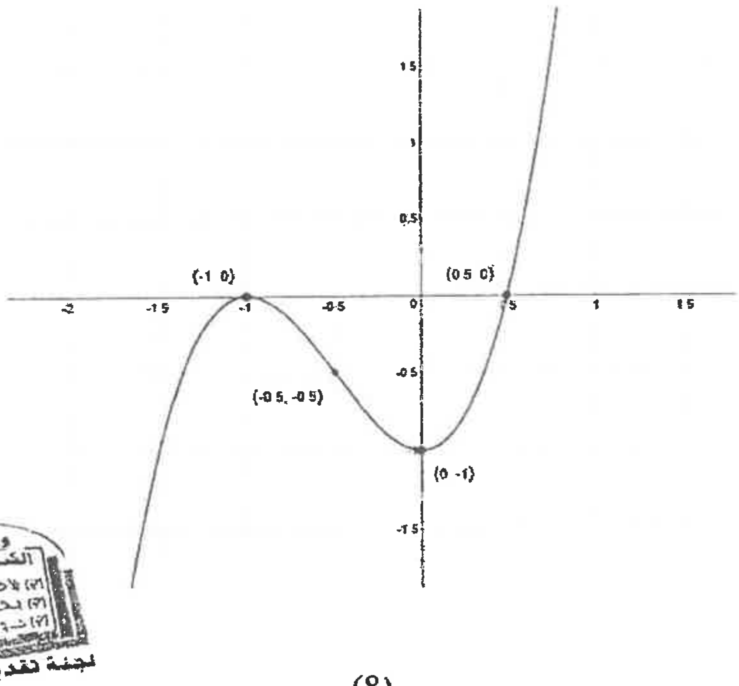
$$f\left(-\frac{1}{2}\right) = -\frac{1}{2}$$

$\frac{1}{2}$ $\quad \therefore \left(-\frac{1}{2}\,,-\frac{1}{2}\right)$ نقطة انعطاف

نقاط اضافية

x	-2	-1	$-\frac{1}{2}$	0	$\frac{1}{2}$	1
$f(x)$	-5	0	$-\frac{1}{2}$	-1	0	4

$1\frac{1}{2}$



تابع السؤال الرابع: (5 درجات)

(b) أجريت دراسة لعينة من الإناث حول معدل النبض لديهن فإذا كان حجم عينة الإناث $n = 40$ والانحراف المعياري لمجتمع الإناث $\sigma = 12.5$ ، والمتوسط الحسابي للعينة $\bar{x} = 76.3$.

استخدم مستوى ثقة 95% لإيجاد:

1) هامش الخطأ

2) فترة الثقة للمتوسط الحسابي للمجتمع الإحصائي μ

الحل :

1) ∵ مستوى الثقة 95%

1 ∴ القيمة الحرجة : نستخدم توزيع $Z_{\frac{\alpha}{2}} = 1.96$

نلاحظ أن σ معلومة

$\because n = 40 \quad , \quad \sigma = 12.5 \quad , \quad \bar{x} = 76.3$

1 هامش الخطأ هو : $\therefore \mathrm{E} = \mathrm{Z}_{\frac{\alpha}{2}} \cdot \frac{\sigma}{\sqrt{n}}$

1 $= (1.96) \cdot \frac{12.5}{\sqrt{40}} \approx 3.87379$

∴ هامش الخطأ ≈ 3.8738

2) فترة الثقة هي : $(\bar{x} - E \,, \bar{x} + E\,)$

2 $= (76.3 - 3.8738 \;,\; 76.3 + 3.8738\;)$

$= (\,72.4262 \;,\; 80.1738)$

القسم الثاني (البنود الموضوعية) :

أولا : في البنود (1-4) ظلل في ورقة الإجابة: (a) إذا كانت العبارة صحيحة
(b) إذا كانت العبارة خـاطئـة

---

(1) $\lim\limits_{x\to 0} \dfrac{4x^2 + 5\sin^2 x}{3x^2} = 3$

---

(2) إذا كانت $\lim\limits_{x\to -\infty} \dfrac{ax^3 + bx^2 + 4}{3x^2 - 2x + 1} = -1$ فإن $a = -3 \, , \, b = -2$

---

(3) الدالة f : $f(x) = x\,|x|$ قابلة للإشتقاق $\forall x \in \mathbb{R}$

---

(4) الدالة f: $f(x) = \sqrt[3]{x-1}$ تحقق شروط نظرية القيمة المتوسطة في الفترة $[-1 , 2]$

ثانياً : في البنود (5 -14) لكل بند أربع اختيارات واحد فقط منها صحيح ظلل في ورقة الإجابة الرمز الدال على الاختيار الصحيح

---

(5) إذا كانت الدالة f : $f(x) = \dfrac{3}{\sqrt{2x-1}}$ فإن $f'(1)$ تساوي

$(a)\ -\dfrac{3}{2}$ $(b)\ \dfrac{3}{2}$ $(c)\ -3$ $(d)\ 3$

---

(6) ميل الناظم لمنحنى الدالة f : $f(x) = \dfrac{2}{x}$ عند $x = -2$ هي :

$(a)\ -2$ $(b)\ \dfrac{-1}{2}$ $(c)\ \dfrac{1}{2}$ $(d)\ 2$

جدول إجابة البنود الموضوعية

(1)	(a)	(b)		
(2)	(a)	(b)		
(3)	(a)	(b)		
(4)	(a)	(b)		
(5)	(a)	(b)	(c)	(d)
(6)	(a)	(b)	(c)	(d)
(7)	(a)	(b)	(c)	(d)
(8)	(a)	(b)	(c)	(d)
(9)	(a)	(b)	(c)	(d)
(10)	(a)	(b)	(c)	(d)
(11)	(a)	(b)	(c)	(d)
(12)	(a)	(b)	(c)	(d)
(13)	(a)	(b)	(c)	(d)
(14)	(a)	(b)	(c)	(d)

الدرجة: ....

14

دولة الكويت
وزارة التربية
إجابة امتحان نهاية الفترة الدراسية الأولى للصف الثاني عشر علمي 2017 / 2018 م

المجال الدراسي : الرياضيات | الزمن : ساعتان و 45 دقيقة | الأسئلة في 12 صفحة

القسم الأول : أسئلة المقال

أجب عن الأسئلة التالية موضحاً خطوات الحل في كل منها:

14

السؤال الأول :

(a) أوجد

(7 درجات)

$$\lim_{x\to 0} \frac{x^2}{1-cosx}$$

الحل :

1 $\lim\limits_{x\to 0} \dfrac{x^2}{1-cosx} = \lim\limits_{x\to 0}\left(\dfrac{x^2}{1-cosx}\cdot\dfrac{1+cosx}{1+cosx}\right)$

$\frac{1}{2}$ $= \lim\limits_{x\to 0}\dfrac{x^2(1+cosx)}{1-cos^2x}$

1 $= \lim\limits_{x\to 0}\dfrac{x^2}{sin^2x}\cdot(1+cosx)$

$\frac{1}{2}$ $= \lim\limits_{x\to 0}\left(\left(\dfrac{x}{sinx}\right)^2\cdot(1+cosx)\right)$

1 $= \lim\limits_{x\to 0}\left(\dfrac{x}{sinx}\right)^2\cdot\lim\limits_{x\to 0}(1+cosx)$

$1\frac{1}{2}$ $= \left(\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{x}{sinx}\right)^2\cdot\left(\lim\limits_{x\to 0}1+\lim\limits_{x\to 0}cosx\right)$

$\frac{1}{2}+\frac{1}{2}$ $= (1)^2\cdot(1+1)$

$\frac{1}{2}$ $= 2$

(7 درجات)

تابع السؤال الأول :

(b) للمنحنى الذي معادلته $2\sqrt{y} + y = x$ أوجد:

1) y'

2) ميل المماس لهذا المنحنى عند النقطة (1 ، 3)

الحل :

$2y^{\frac{1}{2}} + y = x$	$\frac{1}{2}$
بالاشتقاق الضمني	
$2 \cdot \frac{1}{2} y^{\frac{-1}{2}} y' + y' = 1$	3
$\frac{y'}{y^{\frac{1}{2}}} + y' = 1$	$\frac{1}{2}$
$y'(\frac{1}{\sqrt{y}} + 1) = 1$	$\frac{1}{2}$
$y' = \frac{1}{\frac{1}{\sqrt{y}} + 1}$	$\frac{1}{2}$
$y' = \frac{\sqrt{y}}{1 + \sqrt{y}}$	1
بالتعويض بـ (1 ، 3)	
$\therefore y' = \frac{1}{1+1} = \frac{1}{2}$	1

$\therefore$ ميل المماس $= \frac{1}{2}$

14

السؤال الثاني :

(a) أوجد (7 درجات)

$$\lim_{x\to\infty} \frac{\sqrt{2x^2 - x}}{x+1}$$

الحل :

الدرجات	الحل
	$f(x) = \dfrac{\sqrt{2x^2 - x}}{x+1}$
$\frac{1}{2}+\frac{1}{2}$	$= \dfrac{\sqrt{x^2(2-\frac{1}{x})}}{x\,(1+\frac{1}{x})}$
$\frac{1}{2}$	$= \dfrac{\lvert x\rvert \sqrt{2-\frac{1}{x}}}{x\,(1+\frac{1}{x})}$
$\frac{1}{2}$	عندما $x > 0$ يكون $\lvert x\rvert = x$
$\frac{1}{2}$	$= \dfrac{x\sqrt{2-\frac{1}{x}}}{x\,(1+\frac{1}{x})}$
$\frac{1}{2}$	$= \dfrac{\sqrt{2-\frac{1}{x}}}{1+\frac{1}{x}} \quad : \; x \neq 0$
1	$\because \lim\limits_{x\to\infty}(2-\frac{1}{x}) = \lim\limits_{x\to\infty} 2 - \lim\limits_{x\to\infty}\frac{1}{x} = 2 - 0 = 2 \;,\; 2 > 0$
$\frac{1}{2}$	$\therefore \lim\limits_{x\to\infty}\sqrt{(2-\frac{1}{x})} = \sqrt{\lim\limits_{x\to\infty}\left(2-\frac{1}{x}\right)} = \sqrt{2}$
1	$\lim\limits_{x\to\infty}\left(1+\frac{1}{x}\right) = \lim\limits_{x\to\infty} 1 + \lim\limits_{x\to\infty}\frac{1}{x} = 1 + 0 = 1 \;,\; 1 \neq 0$
$\frac{1}{2}+\frac{1}{2}+\frac{1}{2}$	$\lim\limits_{x\to\infty} f(x) = \lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{\sqrt{(2-\frac{1}{x})}}{(1+\frac{1}{x})} = \dfrac{\lim\limits_{x\to\infty}\sqrt{(2-\frac{1}{x})}}{\lim\limits_{x\to\infty}\left(1+\frac{1}{x}\right)} = \dfrac{\sqrt{2}}{1} = \sqrt{2}$

تابع السؤال الثاني: (7 درجات)

(b) أوجد عددين موجبين مجموعهما 20 وناتج ضربهما أكبر ما يمكن

الحل :

الحل	الدرجة
بفرض أن أحد العددين x حيث $0 < x < 20$	$\frac{1}{2}$
∴ العدد الآخر هو $20 - x$	$\frac{1}{2}$
∴ حاصل ضربهما هو :	
$f(x) = x\,(20 - x)$	1
$f(x) = 20\,x - x^2$	
$f'(x) = 20 - 2x$	1
بوضع $f'(x) = 0$	$\frac{1}{2}$
$\therefore 20 - 2\,x = 0$	$\frac{1}{2}$
$x = 10$	
∴ توجد نقطة حرجة عند $x = 10$	
$f''(x) = -2$	1
$f''(10) = -2 \;,\quad -2 < 0$	$\frac{1}{2}$
∴ توجد قيمة عظمى مطلقة عند $x = 10$	$\frac{1}{2}$
∴ العدد الأول هو : $x = 10$	$\frac{1}{2}$
العدد الثاني هو : $20 - x = 20 - 10 = 10$	$\frac{1}{2}$
∴ العددان هما 10 و 10	

14

السؤال الثالث:

(a) ادرس تغير الدالة f : $f(x) = 1 - x^3$

ثم ارسم بيانها (9 درجات)

الحل :

$\frac{1}{2}$ f دالة كثيرة حدود مجالها $\mathbb{R}$

نوجد النهايات عند الحدود المفتوحة

1 $\lim_{x\to-\infty} f(x) = \lim_{x\to-\infty}(-x^3) = \infty$

1 $\lim_{x\to\infty} f(x) = \lim_{x\to\infty}(-x^3) = -\infty$

نوجد النقاط الحرجة حيث f دالة قابلة للاشتقاق على مجالها $\mathbb{R}$

$\frac{1}{2}$ $f'(x) = -3x^2$

نضع $f'(x) = 0$

$\frac{1}{2}$ $\therefore\ -3x^2 = 0$

$x = 0$

$\frac{1}{2}$ $f(0) = 1$

$\therefore$ $(0,1)$ نقطة حرجة

نكوّن جدول التغير لدراسة إشارة f'

1

$-\infty$ 0 ∞

إشارة f'	− − −	− − −
سلوك الدالة f	متناقصة ∞ ↘	متناقصة ↘ $-\infty$

$\frac{1}{2}$ الدالة f متناقصة على الفترة $(-\infty, 0)$ وعلى الفترة $(0, \infty)$

لا توجد نقاط محلية عظمى أو نقاط محلية صغرى

نكوّن جدول التغير لدراسة إشارة f''

$f''(x) = -6x$

نضع $f''(x) = 0$

1 $-6x = 0 \rightarrow x = 0$

$f(0) = 1$

$-\infty$ 0 ∞

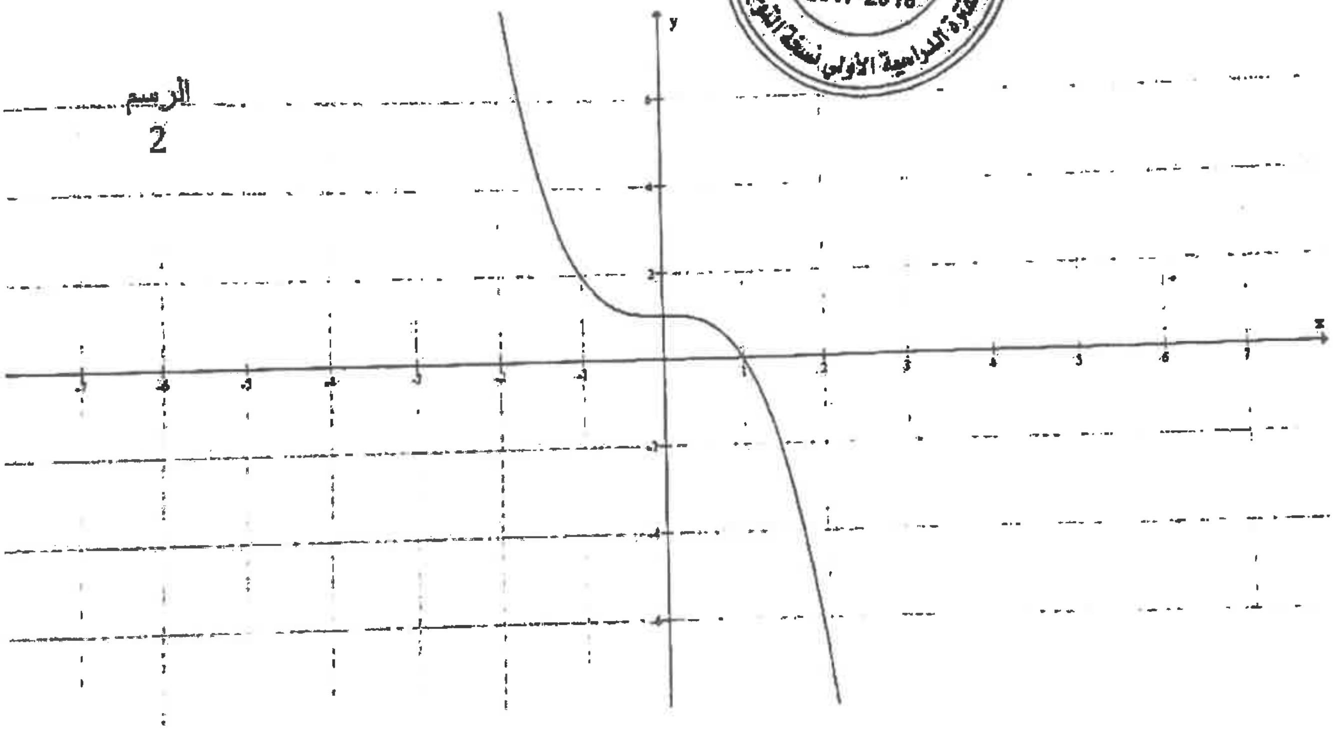
إشارة f''	+ + +	− − −
التقعر	$\cup$ تقعر لأعلى	$\cap$ تقعر لأسفل

$\frac{1}{2}$ $(0,1)$ نقطة انعطاف

نقاط اختيارية

x	-2	-1	0	1	2
$f(x)$	9	2	1	0	-7

الرسم
2



تابع السؤال الثالث: (5 درجات)

(b) أخذت عينة عشوائية من مجتمع طبيعي حجمها $n = 25$ ، فإذا كان الانحراف المعياري للعينة (s) يساوي 10 ، ومتوسطها الحسابي $(\bar{x})$ يساوي 15 ، استخدم مستوى ثقة 95% لإيجاد:

1) هامش الخطأ

2) فترة الثقة للمتوسط الحسابي للمجتمع الإحصائي μ

الحل :

1) $\because$ σ^2 غير معلوم ، $n \leq 30$

$\therefore$ نستخدم توزيع t

$\because n = 25$

درجات الحرية

$n - 1 = 25 - 1 = 24$ — $\frac{1}{2}$

$\because$ مستوى الثقة

$1 - \alpha = 0.95$

$\therefore \alpha = 0.50 \quad \rightarrow \quad \frac{\alpha}{2} = 0.025$ — $\frac{1}{2}$

من جدول توزيع t

$t_{\frac{\alpha}{2}} = 2.064$ — 1

هامش الخطأ :

$$E = t_{\frac{\alpha}{2}} \cdot \frac{s}{\sqrt{n}}$$

$= (2.064) \cdot \frac{10}{\sqrt{25}} = 4.128$ — 1

2) فترة الثقة :

$(\bar{x} - E , \bar{x} + E)$

$= (15 - 4.128 , 15 + 4.128)$ — 2

$= (10.872 , 19.128)$

14

السؤال الرابع:

(a) لتكن f : $f(x)=\sqrt{4-x^2}$

ادرس اتصال الدالة f على $[-2,2]$ (7 درجات)

الحل :

بفرض أن $g(x)=4-x^2$: $f(x)=\sqrt{g(x)}$ — $\frac{1}{2}$

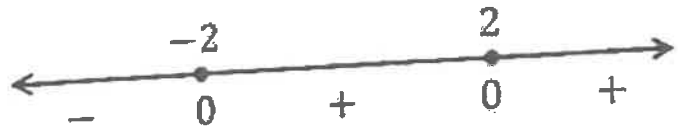
$D_f=\{x: g(x)\ge 0\}$ — $\frac{1}{2}$

$4-x^2\ge 0$ — $\frac{1}{2}$

المعادلة المناظرة $4-x^2=0$ — $\frac{1}{2}$

$(2-x)(2+x)=0$

$x=-2$ أو $x=2$ — $\frac{1}{2}$



$\frac{1}{2}$

مجال الدالة هو : $[-2,2]$ — 1

، $\forall x\in[-2,2]$ $\because\ g(x)\ge 0$ — 1

g متصلة على $[-2,2]$ — 1

$\therefore$ الدالة f متصلة على $[-2,2]$ — 1

تابع السؤال الرابع:

(7 درجات)

(b) لتكن الدالة f :

$$f(x)=\begin{cases} x-\frac{4}{x} & : x\ge 2 \\ x^2-4 & : x<2 \end{cases}$$

أوجد $f'(x)$ وعيّن مجالها

الحل :

مجال f :

$\frac{1}{2}$	$D_f=[2,\infty)\cup(-\infty,2)=\mathbb{R}$
$\frac{1}{2}$	$f'(x)=\begin{cases} 1+\frac{4}{x^2} & : x>2 \\ \text{نبحث} & : x=2 \\ 2x & : x<2 \end{cases}$
$\frac{1}{2}$	$f(2)=2-2=0$
$\frac{1}{2}$	$f'_-(2)=\lim_{x\to2^-}\frac{f(x)-f(2)}{x-2}$ إن وجدت
$\frac{1}{2}$	$=\lim_{x\to2^-}\frac{x^2-4-0}{x-2}=\lim_{x\to2^-}\frac{(x-2)(x+2)}{(x-2)}$
$\frac{1}{2}$	$=\lim_{x\to2^-}(x+2)=4 \quad \to (1)$ ،
$\frac{1}{2}$	$f'_+(2)=\lim_{x\to2^+}\frac{f(x)-f(2)}{x-2}$ إن وجدت
$\frac{1}{2}+\frac{1}{2}$	$=\lim_{x\to2^+}\frac{x-\frac{4}{x}-0}{x-2}=\lim_{x\to2^+}\frac{x^2-4}{x(x-2)}$
$\frac{1}{2}+\frac{1}{2}$	$=\lim_{x\to2^+}\frac{(x-2)(x+2)}{x(x-2)}=\lim_{x\to2^+}\frac{x+2}{x}=2 : \lim_{x\to2^+}x=2\neq0$
$\frac{1}{2}$	$\because f'_-(2)\neq f'_+(2)$
	$\therefore f'(2)$ غير موجودة
$\frac{1}{2}$	$\therefore f'(x)=\begin{cases} 1+\frac{4}{x^2} & : x>2 \\ 2x & : x<2 \end{cases}$
$\frac{1}{2}$	مجال f' هو $\mathbb{R}-\{2\}$

محلول

وزارة التربية - الموجهة الفنية العام للرياضيات - 2017-2018 - الفترة الدراسية الأولى نسخة التصحيح

جدول إجابة البنود الموضوعية

(1)	**(a)**	(b)	(c)	(d)
(2)	(a)	**(b)**	(c)	(d)

الدرجة: .... × 1 = ...

(3)	(a)	(b)	**(c)**	(d)
(4)	**(a)**	(b)	(c)	(d)
(5)	(a)	(b)	**(c)**	(d)
(6)	(a)	**(b)**	(c)	(d)
(7)	(a)	(b)	(c)	**(d)**
(8)	**(a)**	(b)	(c)	(d)
(9)	(a)	(b)	**(c)**	(d)
(10)	(a)	**(b)**	(c)	(d)

الدرجة: .... × 1.5 = ...

الدرجة: ....

14

دولـــة الـكـويت
وزارة الـتـربيـة
إمتحان نهاية الفترة الدراسية الأولى للصف الثاني عشر علمي 2016 / 2017 م
المجال الدراسي : الرياضيات — الزمن : ساعتان و 45 دقيقة — عدد الصفحات 13 صفحه

القسم الأول : أسئلـة المقال :
أجب عن الأسئلة التالية موضحا خطوات الحل في كل منها :

14

السؤال الأول :

(a) أوجد :

(6 درجات)

$$\lim_{x\to 0} \frac{\tan 2x + 3x\cos 4x}{5x}$$

الحل:

$$\frac{\tan 2x + 3x\cos 4x}{5x} = \frac{\tan 2x}{5x} + \frac{3x\cos 4x}{5x} \qquad [2]$$

$$= \frac{\tan 2x}{5x} + \frac{3}{5}\cos 4x \quad , \quad x \neq 0 \qquad [0.5]$$

$$\lim_{x\to 0}\left(\frac{\tan 2x}{5x}\right) = \frac{2}{5} \qquad [1]$$

$$\lim_{x\to 0}\left(\frac{3x\cos 4x}{5x}\right) = \frac{3}{5}\lim_{x\to 0}\cos 4x = \frac{3}{5}(1) = \frac{3}{5} \qquad [1]$$

$$\lim_{x\to 0}\left(\frac{\tan 2x + 3x\cos 4x}{5x}\right) = \lim_{x\to 0}\left(\frac{\tan 2x}{5x} + \frac{3}{5}\cos 4x\right) \qquad [0.5]$$

$$= \lim_{x\to 0}\left(\frac{\tan 2x}{5x}\right) + \frac{3}{5}\lim_{x\to 0}(\cos 4x) \qquad [0.5]$$

$$= \frac{2}{5} + \frac{3}{5} = 1 \qquad [0.5]$$

(تراعى الحلول الصحيحة الأخرى في جميع الأسئلة المقالية)

المطبعة السرية ديوان عام الوزارة — وزارة التربية — 2016-2017 — الفترة الدراسية الأولى

تابع السؤال الأول :

(b) أوجد : (8 درجات)

$$\lim_{x\to-\infty} \frac{\sqrt{3x^2-5x+1}}{3x-5}$$

الحل:

$$f(x)=\frac{\sqrt{3x^2-5x+1}}{3x-5}=\frac{\sqrt{x^2(3-\frac{5}{x}+\frac{1}{x^2})}}{x(3-\frac{5}{x})} \qquad [1]$$

$$=\frac{|x|\sqrt{3-\frac{5}{x}+\frac{1}{x^2}}}{x(3-\frac{5}{x})} \quad , \quad |x|=-x \text{ يكون } x<0 \text{ عندما} \qquad [0.5]$$

$$=\frac{-x\sqrt{3-\frac{5}{x}+\frac{1}{x^2}}}{x(3-\frac{5}{x})}=-\frac{\sqrt{3-\frac{5}{x}+\frac{1}{x^2}}}{3-\frac{5}{x}} \qquad ,x\neq 0 \qquad [1]$$

$$\lim_{x\to-\infty}\left(3-\frac{5}{x}+\frac{1}{x^2}\right)=\lim_{x\to-\infty}3-\lim_{x\to-\infty}\frac{5}{x}+\lim_{x\to-\infty}\frac{1}{x^2}=3-0+0=3 \quad ,3>0 \quad [1.5]$$

$$\lim_{x\to-\infty}\sqrt{3-\frac{5}{x}+\frac{1}{x^2}}=\sqrt{\lim_{x\to-\infty}\left(3-\frac{5}{x}+\frac{1}{x^2}\right)}=\sqrt{3} \qquad [1]$$

$$\lim_{x\to-\infty}\left(3-\frac{5}{x}\right)=\lim_{x\to-\infty}3-\lim_{x\to-\infty}\frac{5}{x}=3-0=3 \quad , \quad 3\neq 0 \qquad [1.5]$$

$$\lim_{x\to-\infty}\frac{\sqrt{3x^2-5x+1}}{3x-5}=\lim_{x\to-\infty}\frac{-\sqrt{3-\frac{5}{x}+\frac{1}{x^2}}}{3-\frac{5}{x}}$$

$$=\frac{-\lim\limits_{x\to\infty}\sqrt{3-\frac{5}{x}+\frac{1}{x^2}}}{\lim\limits_{x\to\infty}(3-\frac{5}{x})}=\frac{-\sqrt{3}}{3}=\frac{-1}{\sqrt{3}} \qquad [1.5]$$

14

السؤال الثاني

(a) إدرس إتصال الدالة f على $[1,3]$ حيث :

(7 درجات)

$$f(x) = \begin{cases} -2 & : x = 1 \\ x^2 - 3 & : 1 < x < 3 \\ 5 & : x = 3 \end{cases}$$

الحل:

$f(x) = x^2 - 3 \quad : \ x \in (1,3)$

$\forall \ c \in (1,3), \quad f(c) = c^2 - 3$ [0.5]

$\lim\limits_{x\to c} f(x) = \lim\limits_{x\to c} (x^2 - 3) = c^2 - 3$ [0.5]

$\Rightarrow \lim\limits_{x\to c} f(x) = f(c) \quad \forall x \in (1,3)$ [0.5]

$\therefore$ f متصله على $(1,3)$ ....(1) [0.5]

ندرس إتصال الداله f عند $x = 1$ من اليمين

$f(1) = -2$ [0.5]

$\lim\limits_{x\to 1^+} f(x) = \lim\limits_{x\to 1^+} (x^2 - 3)$ [0.5]

$= 1 - 3 = -2 = f(1)$ [0.5]

الداله f متصله عند $x = 1$ من اليمين ....(2) [0.5]

ندرس إتصال الداله f عند $x = 3$ من اليسار

$f(3) = 5$ [0.5]

$\lim\limits_{x\to 3^-} f(x) = \lim\limits_{x\to 3^-} (x^2 - 3)$ [0.5]

$= 9 - 3 = 6 \neq f(3)$ [0.5]

الداله f غير متصله عند $x = 3$ من اليسار ....(3) [0.5]

[1] من (1) ، (2) ، (3) f ليست متصله على $[1,3]$ و لكنها متصلة على $[1,3)$

المطبعة السرية ديوان عام الوزارة وزارة التربية 2016-2017 الفترة الدراسية الأولى نسخة التوجيه

تابع السؤال الثاني :

(b) إذا كانت : $y = x \sin x$

فأثبت أن : $y'' + y - 2\cos x = 0$ (7 درجات)

الحل :

$y = x \sin x$

$y' = \sin x \cdot (x)' + x \cdot (\sin x)' = \sin x + x\cos x$ [3]

$y'' = \cos x + \cos x \cdot (x)' + x \cdot (\cos x)'$ [1.5]

$= \cos x + \cos x + x \cdot (-\sin x) = 2\cos x - x \sin x$ [1]

$y'' + y - 2\cos x = 2\cos x - x\sin x + x\sin x - 2\cos x$ [1]

$= 0$ [0.5]

14

السؤال الثالث :

(a) بين أن الدالة f : $f(x) = x^3 - 3x + 2$

تحقق شروط نظرية القيمة المتوسطة على الفترة $[0, 4]$

ثم أوجد قيمة c التي تنبيء بها النظرية (5 درجات)

الحل :

f دالة كثيرة حدود متصلة على $\mathbb{R}$ وبالتالي فهي متصلة على الفترة $[0 , 4]$ [0.5]

وقابلة للاشتقاق على $(0 , 4)$ [0.5]

$\therefore$ شروط نظرية القيمة المتوسطة محققة على الفترة $[0 , 4]$ $\therefore$ يوجد على الأقل $c \in (0 , 4)$ بحيث : 0.5

$$f'(c) = \frac{f(b) - f(a)}{b - a} \quad [0.5]$$

$$= \frac{f(4) - f(0)}{4 - 0}$$

$$\because f(4) = (4)^3 - 3(4) + 2 = 54 \quad [0.5]$$

$$f(0) = (0)^3 - 3(0)^2 + 2 = 2 \quad [0.5]$$

$$f'(x) = 3x^2 - 3 \quad , f'(c) = 3c^2 - 3 \quad 0.5$$

$$\therefore 3c^2 - 3 = \frac{54 - 2}{4} \quad [0.5]$$

$$3c^2 - 3 = 13 \Rightarrow 3c^2 = 16 \Rightarrow c^2 = \frac{16}{3} \quad [0.5]$$

$$\Rightarrow c = \frac{\pm 4}{\sqrt{3}}$$

$$c = \frac{-4}{\sqrt{3}} \notin (0 , 4)$$

$$\therefore c = \frac{4}{\sqrt{3}} \in (0 , 4) \quad [0.5]$$

الطبعة السرية ديوان عام الوزارة وزارة التربية 2016-2017 الفترة الدراسية الأولى نسخة التوجيه

تابع السؤال الثالث :

(b) إدرس تغير الدالة f : $f(x) = 2x^2 - x^4 + 5$
وإرسم بيانها

(9 درجات)

الحل:

f دالة كثيرة حدود مجالها $\mathbb{R} = (-\infty, \infty)$

نوجد النهايات عند الحدود المفتوحة

$$\lim_{x\to-\infty} f(x) = \lim_{x\to-\infty}(-x^4) = -\infty \quad , \quad \lim_{x\to\infty} f(x) = \lim_{x\to\infty}(-x^4) = -\infty$$ $\boxed{0.5}$

نوجد النقاط الحرجة للدالة f

f دالة كثيرة حدود فهي متصلة على $\mathbb{R}$ وقابلة للاشتقاق على $\mathbb{R}$

$f'(x) = 4x - 4x^3$ $\boxed{0.5}$

$f'(x) = 0 \Rightarrow 4x - 4x^3 = 0 \Rightarrow 4x(1 - x^2) = 0 \Rightarrow 4x(1 - x)(1 + x) = 0$

$4x = 0 \Rightarrow x = 0 \Rightarrow f(0) = 2(0)^2 - (0)^4 + 5 = 5$

$\therefore$ $(0,5)$ نقطة حرجة [0.5]

$x = 1 \Rightarrow f(2) = 2(1)^2 - (1)^4 + 5 = 6$

$\therefore$ $(1,6)$ نقطة حرجة [0.5]

$x = -1 \Rightarrow f(-1) = 2(-1)^2 - (-1)^4 + 5 = 6$

$\therefore$ $(-1,6)$ نقطة حرجة [0.5]

نكون الجدول لدراسة إشارة f' : [1]

$-\infty$ ←	-1	0	1	→ ∞
الفترات	$(-\infty, -1)$	$(-1, 0)$	$(0, 1)$	$(1, \infty)$
إشارة f'	+ + +	− − −	+ + +	− − −
سلوك الدالة f	↗↗	↘↘	↗↗	↘↘

من الجدول :

f متزايدة على كلا من الفترتين $(0,1)$, $(-\infty,-1)$, f متناقصة على كلا من الفترتين $(1,\infty)$, $(-1,0)$

نستطيع أن نلاحظ من الجدول أنه توجد قيمة صغرى محلية عند $x = 0$ وقيمتها $f(0) = 5$

وتوجد قيمة عظمى محلية عند $x = -1$ وقيمتها $f(-1) = 6$

وتوجد قيمة عظمى محلية عند $x = 1$ وقيمتها $f(1) = 6$

نكون الجدول لدراسة إشارة f'' :

$$f''(x) = 4 - 12\,x^2$$ [0.5]

نضع $f''(x) = 0$

$$4 - 12\,x^2 = 0 \Rightarrow 12\,x^2 = 4 \Rightarrow x^2 = \frac{4}{12} \Rightarrow x^2 = \frac{1}{3} \Rightarrow x = \frac{\pm 1}{\sqrt{3}}$$

$$x = \frac{1}{\sqrt{3}} \Rightarrow f\left(\frac{1}{\sqrt{3}}\right) = 2\left(\frac{1}{\sqrt{3}}\right)^2 - \left(\frac{1}{\sqrt{3}}\right)^4 + 5 = 5\frac{5}{9}$$ [0.5]

$$x = -\frac{1}{\sqrt{3}} \Rightarrow f\left(-\frac{1}{\sqrt{3}}\right) = 2\left(-\frac{1}{\sqrt{3}}\right)^2 - \left(-\frac{1}{\sqrt{3}}\right)^4 + 5 = 5\frac{5}{9}$$ [0.5]

$-\infty$	$\frac{-1}{\sqrt{3}}$	$\frac{1}{\sqrt{3}}$	∞
الفترات	$(-\infty, \frac{-1}{\sqrt{3}})$	$(\frac{-1}{\sqrt{3}}, \frac{1}{\sqrt{3}})$	$(\frac{1}{\sqrt{3}}, \infty)$
إشارة f''	− + + +	+ +	+ + + − − −
بيان الدالة f	مقعر لأعلى	مقعر لأسفل	مقعر لأعلى

[1.5]

من الجدول نجد أنّ :

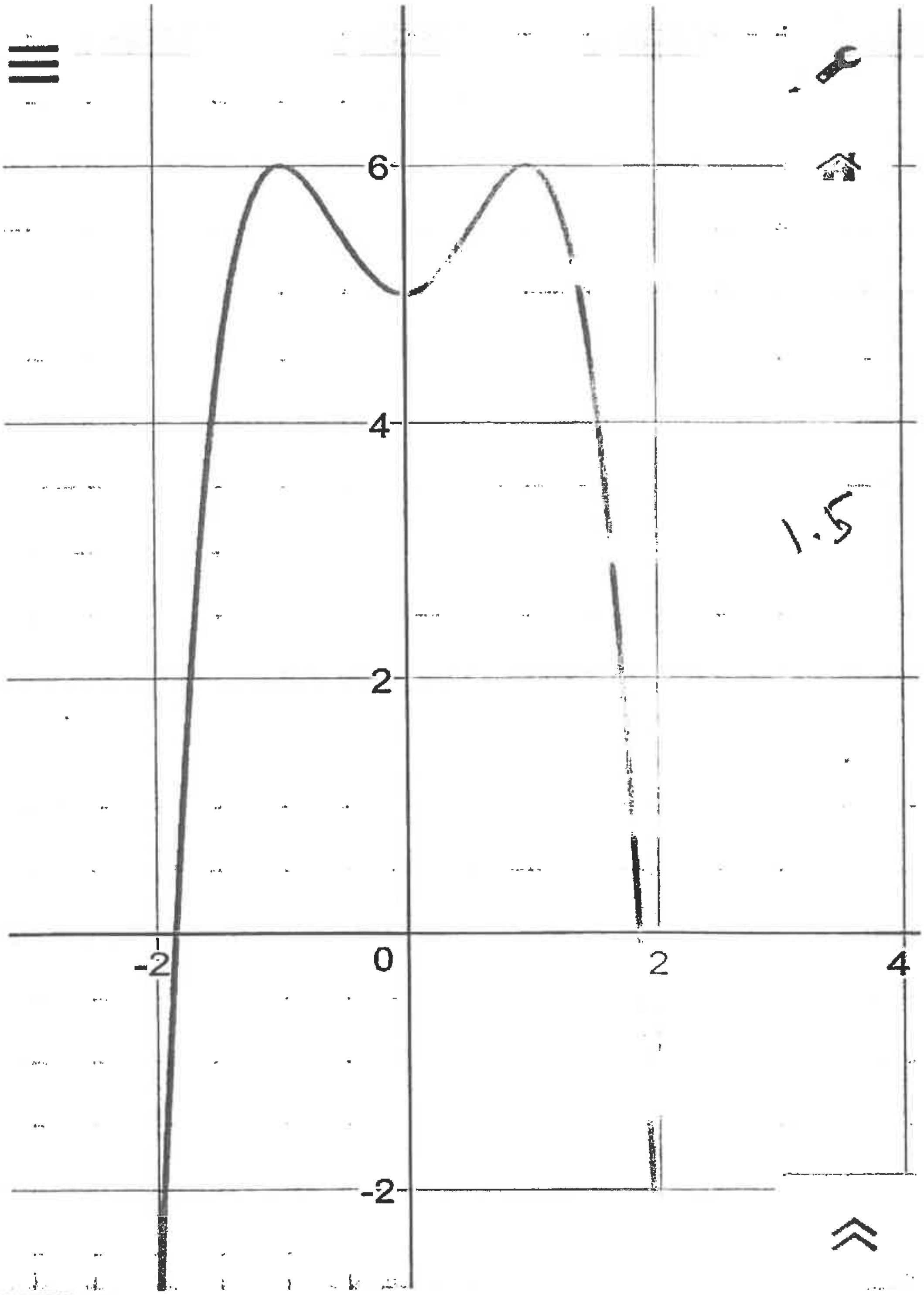
بيان الدالة f مقعر للأعلى على الفترتين $(\frac{1}{\sqrt{3}}, \infty)$, $\left(-\infty, -\frac{1}{\sqrt{3}}\right)$ ،

بيان الدالة f مقعر للأسفل على الفترة $(-\frac{1}{\sqrt{3}}, \frac{1}{\sqrt{3}})$

النقطة $(-\frac{1}{\sqrt{3}}, 5\frac{5}{9})$ نقطة انعطاف

النقطة $(\frac{1}{\sqrt{3}}, 5\frac{5}{9})$ نقطة انعطاف

ورقة الرسم البياني



١.٥

السؤال الرابع

14

(a) أوجد معادلة المماس لمنحنى الداله f : $f(x) = \frac{3x-4}{x+2}$ عند $x = 0$

(8 درجات)

الحل:

$$f(0) = \frac{0-4}{0+2} = \frac{-4}{2} = -2 \qquad [0.5]$$

$$f'(x) = \frac{(x+2)\cdot(3x-4)' - (x+2)'.(3x-4)}{(x+2)^2}$$

1 1

$$= \frac{(x+2)\cdot(3) - (3x-4)\cdot(1)}{(x+2)^2} \qquad [3]$$

1

$$= \frac{10}{(x+2)^2} \qquad [1]$$

ميل المماس :

$$m = f'(a) = f'(0) = \frac{10}{(0+2)^2} = \frac{10}{4} = \frac{5}{2} \qquad [1.5]$$

فتكون معادلة المماس هي

$$y - f(a) = f'(a)\,(x-a) \qquad [1]$$

$$y - (-2) = \frac{5}{2}\,(x-0) \qquad [0.5]$$

1 +

$$2y + 4 = 5x \qquad [0.5]$$

$$2y - 5x + 4 = 0$$

تابع السؤال الرابع :

(b) يعتقد مدير شركة أن متوسط رواتب المستخدمين لديه 290 دينار ، فإذا أخذت عينة عشوائية من 10 مستخدمين و تبين أن متوسطها الحسابي $\overline{x} = 283$ دينار وإنحرافها المعياري $S = 32$ دينار . فهل يمكن الإعتماد على هذه العينة لتأكيد ما إفترضه باستخدام مستوى ثقة 95 % (علما بأن المجتمع يتبع التوزيع الطبيعي) (6 درجات)

الحل:

$S = 32$ ، $n = 10$ ، $\bar{x} = 283$

① صياغة الفروض الإحصائية

$H_0 : \mu = 290$ مقابل $H_1 : \mu \neq 290$ [0.5]

② نوجد المقياس الإحصائي

$\because$ σ غير معلوم ، $n \leq 30$ [0.5]

$$\therefore t = \frac{\bar{x} - \mu}{\frac{S}{\sqrt{n}}} = \frac{283 - 290}{\frac{32}{\sqrt{10}}} \approx -0.6917$$ [1.5]

③ $\because \quad n = 10$

$\therefore$ درجات الحرية :

$n - 1 = 10 - 1 = 9$ [0.5]

مستوى الثقة 95 %

$\therefore \quad 1 - \alpha = 0.95$

$\therefore \alpha = 0.05 \Rightarrow \frac{\alpha}{2} = 0.025$ [0.5]

من جدول توزيع t نجد :

$t_{\frac{\alpha}{2}} = t_{0.025} = 2.262$ [0.5]

④ منطقة القبول : $(-t_{\frac{\alpha}{2}}, t_{\frac{\alpha}{2}}) = (-2.262, 2.262)$ [1]

⑤ اتخاذ القرار الإحصائي :

$\because -0.6917 \in (-2.262, 2.262)$ [0.5]

$\therefore$ القرار بقبول فرض العدم $\mu = 290$ [0.5]

إمتحان نهاية الفترة الدراسية الأولى للصف الثاني عشر علمي 2016 / 2017 م
المجال الدراسي / الرياضيات

القسم الثاني (الأسئلة الموضوعية) :

أولا : في البنود (1 – 2) ظلل في جدول الإجابة (a) إذا كانت العبارة صحيحة و (b) إذا كانت العبارة خاطئة .

a

(1) إذا كانت الدالة f متصلة على $[-3,1]$ ، g دالة متصلة على $[-1,3]$ فإن $f+g$ هي دالة متصلة عند $x=0$

a

a

(2) إذا كانت الدالة f : $f(x)=\sqrt{x+3}$ فإن $f'(1)=\frac{1}{4}$

ثانيا :في البنود (3 – 10) لكل بند أربع إختيارات واحد منها فقط صحيح اختر الإجابة الصحيحة ثم ظلل في جدول الإجابة الرمز الدال على الإجابة الصحيحة :

(3) $\lim\limits_{x\to 3^-}\frac{5}{(x-3)}=$

معلق

b

$(a)\ \infty$ $\qquad$ $(b)\ -\infty$

$(c)\ 5$ $\qquad$ $(d)\ 0$

(4) إذا كانت :

$$\lim_{x\to\infty}\frac{ax^2+bx+3}{2x+5}=3$$

فإن قيم الثابتين $a\,,b$ هما :

a

$(a)\ a=0\ ,\ b=6$ $\qquad$ $(b)\ a=0\ ,\ b=-6$

$(c)\ a=0\ ,\ b=2$ $\qquad$ $(d)\ a=0\ ,\ b=-2$

(5) الدالة المتصلة عند $x=2$ فيما يلي هي

b

$(a)\ f(x)=\sqrt{x-2}$ $\qquad$ $(b)\ g(x)=|x-2|$

$(c)\ h(x)=\frac{1}{x-2}$ $\qquad$ $(d)\ k(x)=\frac{x-2}{x^2-4}$

(6) إذا كانت الدالة f : $f(x)=3x+\tan x$ ، فإن $f'(0)$ تساوي

d

$(a)\ 0$ $\qquad$ $(b)\ 1$

$(c)\ 3$ $\qquad$ $(d)\ 4$

حلول

(7) (a	الدالة f : $f(x) = \lvert x^2 - 1 \rvert$ لها : (a) قيمة صغرى مطلقة (b) قيمة عظمى مطلقة (c) نقطتان حرجتان فقط (d) ليس أيا مما سبق
(8) (c	إذا كانت الدالة f' : $f'(x) = -3x$ فإن الدالة f (a) متزايدة على الفترة $(0, \infty)$ (b) متزايدة على مجال تعريفها (c) متزايدة على الفترة $(-\infty, 0)$ ، متناقصة على الفترة $(0, \infty)$ (d) متناقصة على الفترة $(-\infty, 0)$
(9) b	للدالة f : $f(x) = \sqrt[3]{x-1}$ مماس رأسي معادلته : $(a)\ x = 0$ $(b)\ x = 1$ $(c)\ y = 0$ $(d)\ y = 1$
(10) (c	في دراسة لمجتمع إحصائي تبين أن متوسطه الحسابي $\mu = 125$ أخذت عينة من هذا المجتمع حجمها $n = 36$ فتبين أن متوسطها الحسابي $\bar{x} = 130$ إذا كان المقياس الإحصائي $Z = 3.125$ فإن الإنحراف المعياري σ تحت مستوى ثقة 95% يساوي $(a)\ -9.6$ $(b)\ 6.9$ $(c)\ 9.6$ $(d)\ -6.9$

إنتهت الأسئلة ،،،

$Z = \frac{(5)6}{\sigma}$
$3.125 = \frac{(5)6}{\sigma}$ $\sigma = \frac{30}{3.125}$

جدول الإجابة

(1)	(a)	(b)	(c)	(d)
(2)	(a)	(b)	(c)	(d)

الدرجة : .... × 1 = ...

(3)	(a)	(b)	(c)	(d)
(4)	(a)	(b)	(c)	(d)
(5)	(a)	(b)	(c)	(d)
(6)	(a)	(b)	(c)	(d)
(7)	(a)	(b)	(c)	(d)
(8)	(a)	(b)	(c)	(d)
(9)	(a)	(b)	(c)	(d)
(10)	(a)	(b)	(c)	(d)

الدرجة : .... × 1.5 = ...

الدرجة : ....

14

دولــــه الـكـويـت
وزارة الـتـربـيـة
إمتحان نهاية الفترة الدراسية الثانيه للصف الثاني عشر علمي 2015 / 2016 م

المجال الدراسي : الرياضيات الزمن : ساعتان و 45 دقيقة الأسئلة في 10 صفحات

القسم الأول : أسئلـة المقال :

أجب عن الأسئلة التالية موضحا خطوات الحل في كل منها :

10

السؤال الأول :

(a) أوجد :

$$\lim_{x\to\infty} \frac{\sqrt{x^2-3x}}{x-3}$$

(6 درجات)

الحل:

عندما $x>0$ يكون $|x| = x$ ،

1 $$\frac{\sqrt{x^2-3x}}{x-3} = \frac{\sqrt{x^2(1-\frac{3}{x})}}{x(1-\frac{3}{x})} = \frac{\frac{1}{2}\,|x|\sqrt{1-\frac{3}{x}}}{\frac{1}{2}\,x(1-\frac{3}{x})}$$

1 $$= \frac{\frac{1}{2}\,x\sqrt{1-\frac{3}{x}}}{x(1-\frac{3}{x})} = \frac{\sqrt{1-\frac{3}{x}}}{(1-\frac{3}{x})} \quad \frac{1}{2}$$

1 $$\lim_{x\to\infty}\left(1-\frac{3}{x}\right) = \lim_{x\to\infty}1 - \lim_{x\to\infty}\frac{3}{x} = 1-0 = 1 \ \tfrac{1}{2} \quad , 1 \neq 0 \ \tfrac{1}{2}$$

1 $$\lim_{x\to\infty}\left(1-\frac{3}{x}\right) = 1 \ \tfrac{1}{2} \quad , \quad 1>0 \ \tfrac{1}{2}$$

0.5 $$\lim_{x\to\infty}\sqrt{1-\frac{3}{x}} = \sqrt{\lim_{x\to\infty}\left(1-\frac{3}{x}\right)} = \sqrt{1} = 1$$

1.5 $$\lim_{x\to\infty}\frac{\sqrt{x^2-3x}}{x-3} = \lim_{x\to\infty}\frac{\sqrt{1-\frac{3}{x}}}{(1-\frac{3}{x})} = \frac{\lim_{x\to\infty}\sqrt{1-\frac{3}{x}}}{\lim_{x\to\infty}(1-\frac{3}{x})} = \frac{1}{1} = 1 \ \tfrac{1}{2}$$

تراعى الحلول الصحيحة الأخرى في جميع الأسئلة المقالية

تابع السؤال الأول :

(b) أوجد ميل المماس ($\frac{dy}{dx}$) للمنحنى الذي معادلته :

$2y = x^2 - \cos y$ عند النقطة $A(1,0)$

الحل :

(4 درجات)

	$2y = x^2 - \cos y$
2	$2y' = 2x - y'(-\sin y)$
	$2y' = 2x + y' \sin y$
	$2y' - y' \sin y = 2x$
0.5	$y'(2 - \sin y) = 2x$
0.5	$y' = \frac{2x}{2-\sin y}$
	ميل المماس للمنحني عند النقطة $A(1,0)$ هو:
1	$m = y'\Big\|_{x=1, y=0} = \frac{2}{2-\sin 0}$
	$= 1$

أو

$2y' = 2(1) + y' \sin(0)$ ①

$2y' = 2 + 0$ ½

$y' = 1$ ½

10

السؤال الثاني

(a) أوجد :

$$\lim_{x\to 0} \frac{x \sin x}{\cos x - 1}$$

الحل :

(4 درجات)

0.5 $\lim_{x\to 0}\left(\frac{x\sin x}{\cos x-1}\right) = \lim_{x\to 0}\left(\left(\frac{x\sin x}{\cos x-1}\right)\left(\frac{\cos x+1}{\cos x+1}\right)\right)$

0.5 $= \lim_{x\to 0}\left(\frac{x\sin x(\cos x+1)}{\cos^2 x-1}\right)$

0.5 $= \lim_{x\to 0}\left(\frac{x\sin x(\cos x+1)}{-\sin^2 x}\right)$

0.5 $= \lim_{x\to 0}\left(\left(\frac{-x}{\sin x}\right)(\cos x+1)\right)$

0.5 $= -\lim_{x\to 0}\left(\frac{x}{\sin x}\right).\lim_{x\to 0}(\cos x+1)$

0.5 + 0.5 $= -1.\left(\lim_{x\to 0}(\cos x)+\lim_{x\to 0}(1)\right)$

0.5 $= -1(1+1)$

الطبعة السرية ديوان عام الوزارة الفترة الدراسية الثانية نسخة التصحيح وزارة التربية 2015-2016

تابع السؤال الثاني :

(b) إدرس تغير الدالة f : $f(x) = 2x^3 - 6x + 1$

ثم إرسم بيانها

(6 درجات)

الحل :

f دالة كثيرة حدود مجالها $\mathbb{R}$

نوجد النهايات عند الحدود المفتوحة

0.5 $\lim_{x\to-\infty} f(x) = \lim_{x\to-\infty} (2x^3) = -\infty$

$\lim_{x\to\infty} f(x) = \lim_{x\to\infty} (2x^3) = \infty$

نوجد النقاط الحرجة للدالة f

f دالة كثيرة حدود قابلة للاشتقاق على مجالها

0.5 $f'(x) = 6x^2 - 6$

0.5 $f'(x) = 0$

$6x^2 - 6 = 0 \Rightarrow 6 (x^2 - 1) = 0 \Rightarrow x^2 = 1 \Rightarrow x = 1 \quad , \quad x = -1$

0.5 $x = 1 \Rightarrow f(1) = -3$

$\therefore$ $(1, -3)$ نقطة حرجة

$x = -1 \Rightarrow f(-1) = 5$

$\therefore$ $(-1,5)$ نقطة حرجة

نكون الجدول لدراسة إشارة f' :

	$-\infty$ -1 1 ∞		
الفترات	$(-\infty, -1)$	$(-1, 1)$	$(1, \infty)$
إشارة f'	+ + +	− − −	+ + +
سلوك الدالة f	↗↗	↘↘	↗↗

0.5 0.5 0.5

منحنى الداله f متناقص على الفترة $(-1,1)$

و متزايد على كلا من الفترة $(1, \infty)$ و الفترة $(-\infty, -1)$

$(-1,5)$ نقطة عظمى محلية

$(1, -3)$ نقطة صغرى محلية

0.5 نكون الجدول لدراسة إشارة f'' :

$$f''(x) = 12\,x$$

نضع $f''(x) = 0$

$$12x = 0$$

$$x = 0$$

$$f(0) = 1$$

	$-\infty$	0	∞
الفترات	$(-\infty\,,0)$		$(0\,,\infty)$
إشارة f''	$- - -$		$+ + +$
التقعر	مقعر لأسفل		مقعر لأعلى

0.5 0.5

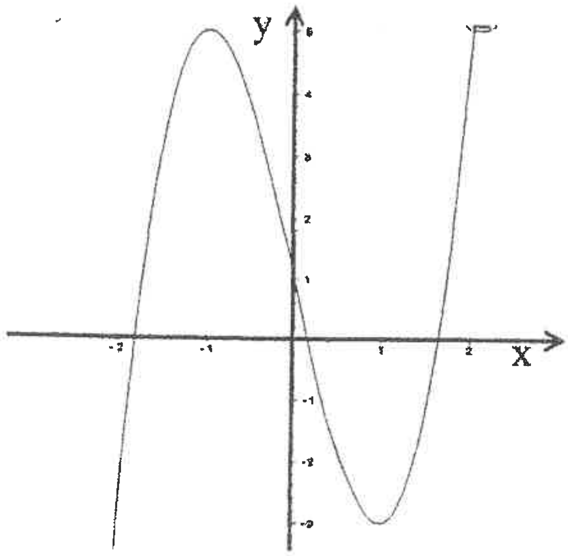
من الجدول نجد أنّ :

بيان الدالة f مقعر للأعلى على الفترة $(0\,,\infty)$ ، بيان الدالة f مقعر للأسفل على الفترة $(-\infty, 0)$

النقطة $(0,1)$ نقطة انعطاف

x	-2	-1	0	1	2
$f(x)$	-3	5	1	-3	5
	نقطة إضافيه	نقطة عظمى محليه	نقطة إنعطاف	نقطة صغرى محليه	نقطة إضافيه

1



10

السؤال الثالث :

(a) لتكن الدالة f : $f(x) = x^2 - 3x$ ، الدالة g : $g(x) = \sqrt{x}$

إبحث إتصال الدالة (gof) عند $x = -1$

(4 درجات)

الحل :

الداله f كثيرة حدود متصلة على $\mathbb{R}$ ،	0.5
الداله f متصله عند $x = -1$ ......(1)	0.5
$f(-1) = 1 - 3(-1) = 4$	0.5
∵ الداله g داله جذرتربيعي متصله على $[0, \infty)$	1
∴ g دالة متصله عند $x = 4$ أيضا	0.5
أي ان g متصله عند $f(-1)$ ....(2)	0.5
من (1) ، (2) نجد أن الدالة $g \circ f$ متصله عند $x = -1$	0.5

(1)

حل آخر

$\frac{1}{2}$ $(g \circ f)(x) = g[x^2 - 3x] = \sqrt{x^2 - 3x}$

مجال الدالة هو $\{x : x^2 - 3x \geq 0 ,\ x \in R\}$

$\frac{1}{2}$ $x[x - 3] \geq 0$

$\frac{1}{2}$ $+ + 0 - - 0 + +$ (0, 3)

مجالها هو $R - (0,3)$

$\frac{1}{2}$ نضع $(g \circ f)(x) = \sqrt{h(x)}$

$h(x) = x^2 - 3x$ متصله عند $x = -1$ لانها متصله

1 على كل من $(-\infty, 0]$ و $[3, \infty)$

$\frac{1}{2}$ $h(-1) > 0 \Leftarrow h(-1) = 4$

∴ $(g \circ f)(x)$ ،

تابع السؤال الثالث :

(b) إذا كانت الدالة f متصلة على $[1,4]$: $f(x) = x + \frac{4}{x}$

أوجد القيم القصوى المطلقة للدالة في الفترة $[1,4]$

(6 درجات)

الحل :

$\because$ الدالة متصلة على $[1,4]$

$\therefore$ الدالة لها قيم قصوى مطلقة في هذه الفترة

نوجد قيم الدالة عند النقاط الطرفية $x = 1$, $x = 4$.

0.5 $f(4) = 4 + 1 = 5$

0.5 $f(1) = 1 + 4 = 5$

$f(x) = x + \frac{4}{x}$

$f'(x) = 1 - \frac{4}{x^2}$

1 $f'(x) = 0$

1.5 $1 - \frac{4}{x^2} = 0 \Rightarrow \frac{4}{x^2} = 1 \Rightarrow x^2 = 4 \Rightarrow x = 2$, $x = -2$

0.5 $x = -2 \notin (1,4)$

0.5 $x = 2 \in (1,4)$

0.5 $f(2) = 4$

$\therefore$ النقطة $(2,4)$ نقطة حرجة .

x	1	4	2
$f(x)$	5	5	4

من الجدول :

أكبر قيمة للدالة f في الفترة $[1,4]$ هي 5

0.5 $\therefore$ 5 قيمة عظمى مطلقة .

أصغر قيمة للدالة f في الفترة $[1,4]$ هي 4

0.5 $\therefore$ 4 قيمة صغرى مطلقة .

10

السؤال الرابع

a) لتكن الدالة f :
$$f(x)=\begin{cases} x^2+1 & : x<1 \\ 2\sqrt{x} & : x\ge 1 \end{cases}$$

دالة متصلة على مجالها ، أوجد $f'(x)$ إن أمكن

(6 درجات)

الحل :

$$D_f=(-\infty,1)\cup[1,\infty)=\mathbb{R}$$

$$f'(x)=\begin{cases} 2x & : x<1 \\ \text{نبحث} & : x=1 \\ \dfrac{1}{\sqrt{x}} & : x>1 \end{cases}$$

$$f(1)=2\sqrt{1}=2$$

$$f_-'(1)=\lim_{x\to1^-}\frac{f(x)-f(1)}{x-1}$$

$$=\lim_{x\to1^-}\frac{x^2+1-2}{x-1}=\lim_{x\to1^-}\frac{x^2-1}{x-1}=\lim_{x\to1^-}\frac{(x-1)(x+1)}{x-1}=\lim_{x\to1^-}(x+1)$$

$$f_-'(1)=2\ldots\ldots\ldots.(1)$$

$$f_+'(1)=\lim_{x\to1^+}\frac{f(x)-f(1)}{x-1}$$

$$=\lim_{x\to1^+}\frac{2\sqrt{x}-2}{x-1}=\lim_{x\to1^+}\frac{2(\sqrt{x}-1)}{(\sqrt{x}-1)(\sqrt{x}+1)}=\lim_{x\to1^+}\frac{2}{(\sqrt{x}+1)}$$

$$\lim_{x\to1^+}\sqrt{x}=1$$

$$\lim_{x\to1^+}(\sqrt{x}+1)=\lim_{x\to1^+}\sqrt{x}+\lim_{x\to1^+}(1)=1+1=2\ ,2\ne0$$

$$\lim_{x\to1^+}\frac{2}{(\sqrt{x}+1)}=\frac{\lim_{x\to1^+}(2)}{\lim_{x\to1^+}(\sqrt{x}+1)}=\frac{2}{2}=1$$

$$f_+'(1)=1\ \ldots\ldots\ldots\ (2)$$

من (1) و (2) نجد : $f_+'(1)\ne f_-'(1)$ وبالتالي $f'(1)$ غير موجودة

$$f'(x)=\begin{cases} 2x & : x<1 \\ \text{غير موجودة} & : x=1 \\ \dfrac{1}{\sqrt{x}} & : x>1 \end{cases}$$

ومنه :
$$f'(x)=\begin{cases} 2x & : x<1 \\ \frac{1}{\sqrt{x}} & : x>1 \end{cases}$$

القسم الثاني (الأسئلة الموضوعية) :

جدول الإجابة

(1)	(a)	(b)	(c)	(d)
(2)	(a)	(b)	(c)	(d)
(3)	(a)	(b)	(c)	(d)
(4)	(a)	(b)	(c)	(d)
(5)	(a)	(b)	(c)	(d)
(6)	(a)	(b)	(c)	(d)
(7)	(a)	(b)	(c)	(d)
(8)	(a)	(b)	(c)	(d)
(9)	(a)	(b)	(c)	(d)
(10)	(a)	(b)	(c)	(d)

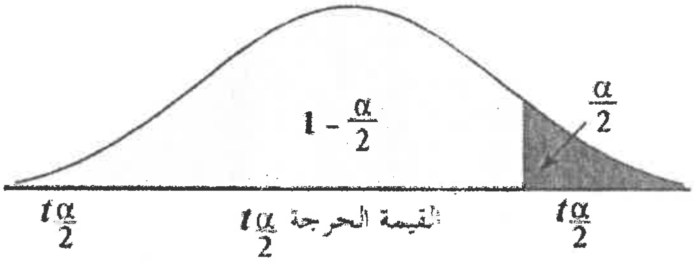
الدرجة : ....

10

جدول التوزيع الطبيعي المعياري (Z)

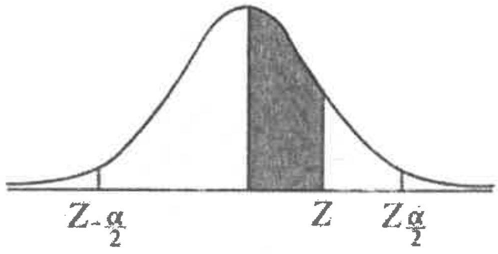
Z	0.00	0.01	0.02	0.03	0.04	0.05	0.06	0.07	0.08	0.09
0.0	0.0000	0.0040	0.0080	0.0120	0.0160	0.0199	0.0239	0.0279	0.0319	0.0359
0.1	0.0398	0.0438	0.0478	0.0517	0.0557	0.0596	0.0636	0.0675	0.0714	0.0753
0.2	0.0793	0.0832	0.0871	0.0910	0.0948	0.0987	0.1026	0.1064	0.1103	0.1141
0.3	0.1179	0.1217	0.1255	0.1293	0.1331	0.1368	0.1406	0.1443	0.1480	0.1517
0.4	0.1554	0.1591	0.1628	0.1664	0.1700	0.1736	0.1772	0.1808	0.1844	0.1879
0.5	0.1915	0.1950	0.1985	0.2019	0.2054	0.2088	0.2123	0.2157	0.2190	0.2224
0.6	0.2257	0.2291	0.2324	0.2357	0.2389	0.2422	0.2454	0.2486	0.2517	0.2549
0.7	0.2580	0.2611	0.2642	0.2673	0.2704	0.2734	0.2764	0.2794	0.2823	0.2852
0.8	0.2881	0.2910	0.2939	0.2967	0.2995	0.3023	0.3051	0.3078	0.3106	0.3133
0.9	0.3159	0.3186	0.3212	0.3238	0.3264	0.3289	0.3315	0.3340	0.3365	0.3389
1.0	0.3413	0.3438	0.3461	0.3485	0.3508	0.3531	0.3554	0.3577	0.3599	0.3621
1.1	0.3643	0.3665	0.3686	0.3708	0.3729	0.3749	0.3770	0.3790	0.3810	0.3830
1.2	0.3849	0.3869	0.3888	0.3907	0.3925	0.3944	0.3962	0.3980	0.3997	0.4015
1.3	0.4032	0.4049	0.4066	0.4082	0.4099	0.4115	0.4131	0.4147	0.4162	0.4177
1.4	0.4192	0.4207	0.4222	0.4236	0.4251	0.4265	0.4279	0.4292	0.4306	0.4319
1.5	0.4332	0.4345	0.4357	0.4370	0.4382	0.4394	0.4406	0.4418	0.4429	0.4441
1.6	0.4452	0.4463	0.4474	0.4484	0.4495	0.4505	0.4515	0.4525	0.4535	0.4545
1.7	0.4554	0.4564	0.4573	0.4582	0.4591	0.4599	0.4608	0.4616	0.4625	0.4633
1.8	0.4641	0.4649	0.4656	0.4664	0.4671	0.4678	0.4686	0.4693	0.4699	0.4706
1.9	0.4713	0.4719	0.4726	0.4732	0.4738	0.4744	0.4750	0.4756	0.4761	0.4767
2.0	0.4772	0.4778	0.4783	0.4788	0.4793	0.4798	0.4803	0.4808	0.4812	0.4817
2.1	0.4821	0.4826	0.4830	0.4834	0.4838	0.4842	0.4846	0.4850	0.4854	0.4857
2.2	0.4861	0.4864	0.4868	0.4871	0.4875	0.4878	0.4881	0.4884	0.4887	0.4890
2.3	0.4893	0.4896	0.4898	0.4901	0.4904	0.4906	0.4909	0.4911	0.4913	0.4916
2.4	0.4918	0.4920	0.4922	0.4925	0.4927	0.4929	0.4931	0.4932	0.4934	0.4936
2.5	0.4938	0.4940	0.4941	0.4943	0.4945	0.4946	0.4948	0.4949	0.4951	0.4952
2.6	0.4953	0.4955	0.4956	0.4957	0.4959	0.4960	0.4961	0.4962	0.4963	0.4964
2.7	0.4965	0.4966	0.4967	0.4968	0.4969	0.4970	0.4971	0.4972	0.4973	0.4974
2.8	0.4974	0.4975	0.4976	0.4977	0.4977	0.4978	0.4979	0.4979	0.4980	0.4981
2.9	0.4981	0.4982	0.4982	0.4983	0.4984	0.4984	0.4985	0.4985	0.4986	0.4986
3.0	0.4987	0.4987	0.4987	0.4988	0.4988	0.4989	0.4989	0.4989	0.4990	0.4990
3.10 وأكثر	0.4999									

ملاحظة: استخدم 0.4999 عندما تزيد قيمة Z عن 3.09



جدول التوزيع t

درجات الحرية $(n-1)$	$\frac{\alpha}{2}$ = 0.005	0.01	0.025	0.05	0.10	0.25
1	63.657	31.821	12.706	6.314	3.078	1.000
2	9.925	6.965	4.303	2.920	1.886	0.816
3	5.841	4.541	3.182	2.353	1.638	0.765
4	4.604	3.747	2.776	2.132	1.533	0.741
5	4.032	3.365	2.571	2.015	1.476	0.727
6	3.707	3.143	2.447	1.943	1.440	0.718
7	3.500	2.998	2.365	1.895	1.415	0.711
8	3.355	2.896	2.306	1.860	1.397	0.706
9	3.250	2.821	2.262	1.833	1.383	0.703
10	3.169	2.764	2.228	1.812	1.372	0.700
11	3.106	2.718	2.201	1.796	1.363	0.697
12	3.054	2.681	2.179	1.782	1.356	0.696
13	3.012	2.650	2.160	1.771	1.350	0.694
14	2.977	2.625	2.145	1.761	1.345	0.692
15	2.947	2.602	2.132	1.753	1.341	0.691
16	2.921	2.584	2.120	1.746	1.337	0.690
17	2.898	2.567	2.110	1.740	1.333	0.689
18	2.878	2.552	2.101	1.734	1.330	0.688
19	2.861	2.540	2.093	1.729	1.328	0.688
20	2.845	2.528	2.086	1.725	1.325	0.687
21	2.831	2.518	2.080	1.721	1.323	0.686
22	2.819	2.508	2.074	1.717	1.321	0.686
23	2.807	2.500	2.069	1.714	1.320	0.685
24	2.797	2.492	2.064	1.711	1.318	0.685
25	2.787	2.485	2.060	1.708	1.316	0.684
26	2.779	2.479	2.056	1.706	1.315	0.684
27	2.771	2.473	2.052	1.703	1.314	0.684
28	2.763	2.467	2.048	1.701	1.313	0.683
29	2.756	2.462	2.045	1.699	1.311	0.683
30 وأكثر	2.575	2.327	1.960	1.645	1.282	0.675



جدول التوزيع الطبيعي المعياري (Z)

Z	0.00	0.01	0.02	0.03	0.04	0.05	0.06	0.07	0.08	0.09
0.0	0.0000	0.0040	0.0080	0.0120	0.0160	0.0199	0.0239	0.0279	0.0319	0.0359
0.1	0.0398	0.0438	0.0478	0.0517	0.0557	0.0596	0.0636	0.0675	0.0714	0.0753
0.2	0.0793	0.0832	0.0871	0.0910	0.0948	0.0987	0.1026	0.1064	0.1103	0.1141
0.3	0.1179	0.1217	0.1255	0.1293	0.1331	0.1368	0.1406	0.1443	0.1480	0.1517
0.4	0.1554	0.1591	0.1628	0.1664	0.1700	0.1736	0.1772	0.1808	0.1844	0.1879
0.5	0.1915	0.1950	0.1985	0.2019	0.2054	0.2088	0.2123	0.2157	0.2190	0.2224
0.6	0.2257	0.2291	0.2324	0.2357	0.2389	0.2422	0.2454	0.2486	0.2517	0.2549
0.7	0.2580	0.2611	0.2642	0.2673	0.2704	0.2734	0.2764	0.2794	0.2823	0.2852
0.8	0.2881	0.2910	0.2939	0.2967	0.2995	0.3023	0.3051	0.3078	0.3106	0.3133
0.9	0.3159	0.3186	0.3212	0.3238	0.3264	0.3289	0.3315	0.3340	0.3365	0.3389
1.0	0.3413	0.3438	0.3461	0.3485	0.3508	0.3531	0.3554	0.3577	0.3599	0.3621
1.1	0.3643	0.3665	0.3686	0.3708	0.3729	0.3749	0.3770	0.3790	0.3810	0.3830
1.2	0.3849	0.3869	0.3888	0.3907	0.3925	0.3944	0.3962	0.3980	0.3997	0.4015
1.3	0.4032	0.4049	0.4066	0.4082	0.4099	0.4115	0.4131	0.4147	0.4162	0.4177
1.4	0.4192	0.4207	0.4222	0.4236	0.4251	0.4265	0.4279	0.4292	0.4306	0.4319
1.5	0.4332	0.4345	0.4357	0.4370	0.4382	0.4394	0.4406	0.4418	0.4429	0.4441
1.6	0.4452	0.4463	0.4474	0.4484	0.4495	0.4505	0.4515	0.4525	0.4535	0.4545
1.7	0.4554	0.4564	0.4573	0.4582	0.4591	0.4599	0.4608	0.4616	0.4625	0.4633
1.8	0.4641	0.4649	0.4656	0.4664	0.4671	0.4678	0.4686	0.4693	0.4699	0.4706
1.9	0.4713	0.4719	0.4726	0.4732	0.4738	0.4744	0.4750	0.4756	0.4761	0.4767
2.0	0.4772	0.4778	0.4783	0.4788	0.4793	0.4798	0.4803	0.4808	0.4812	0.4817
2.1	0.4821	0.4826	0.4830	0.4834	0.4838	0.4842	0.4846	0.4850	0.4854	0.4857
2.2	0.4861	0.4864	0.4868	0.4871	0.4875	0.4878	0.4881	0.4884	0.4887	0.4890
2.3	0.4893	0.4896	0.4898	0.4901	0.4904	0.4906	0.4909	0.4911	0.4913	0.4916
2.4	0.4918	0.4920	0.4922	0.4925	0.4927	0.4929	0.4931	0.4932	0.4934	0.4936
2.5	0.4938	0.4940	0.4941	0.4943	0.4945	0.4946	0.4948	0.4949	0.4951	0.4952
2.6	0.4953	0.4955	0.4956	0.4957	0.4959	0.4960	0.4961	0.4962	0.4963	0.4964
2.7	0.4965	0.4966	0.4967	0.4968	0.4969	0.4970	0.4971	0.4972	0.4973	0.4974
2.8	0.4974	0.4975	0.4976	0.4977	0.4977	0.4978	0.4979	0.4979	0.4980	0.4981
2.9	0.4981	0.4982	0.4982	0.4983	0.4984	0.4984	0.4985	0.4985	0.4986	0.4986
3.0	0.4987	0.4987	0.4987	0.4988	0.4988	0.4989	0.4989	0.4989	0.4990	0.4990
3.10 وأكثر	0.4999									

ملاحظة: استخدم 0.4999 عندما تزيد قيمة Z عن 3.09

قوانين الاحصاء

$Z_{\frac{\alpha}{2}} = Z_{\frac{1-\alpha}{2}}$; $-Z_{\frac{\alpha}{2}} = -Z_{\frac{1-\alpha}{2}}$ (القيمة الحرجة)

$\frac{\sigma}{\sqrt{n}}$ (الخطأ المعياري للمجتمع)

$E = Z_{\frac{\alpha}{2}} \cdot \frac{\sigma}{\sqrt{n}}$ (هامش الخطأ – توزيع طبيعي)

$(\overline{x} - E\ ,\ \overline{x} + E)$ فترة الثقة للمتوسط الحسابي

$t_{\frac{\alpha}{2}} = t_{1-\frac{\alpha}{2}}$ (التوزيع t)

$E = t_{\frac{\alpha}{2}} \cdot \frac{S}{\sqrt{n}}$ (هامش الخطأ – توزيع t الانحراف المعياري σ غير معاوم)

$Z = \frac{\overline{x} - \mu}{\frac{\sigma}{\sqrt{n}}}$ (المقياس الإحصائي – توزيع طبيعي)

$Z = \frac{\overline{x} - \mu}{\frac{S}{\sqrt{n}}}$ (المقياس الإحصائي – توزيع طبيعي – الانحراف المعياري σ غير معلوم)

$t = \frac{\overline{x} - \mu}{\frac{S}{\sqrt{n}}}$ (المقياس الاحصائي – توزيع t – الانحراف المعياري σ غير معاوم)