



@SAMA.I_TEACHER



www.samakw.net

الوحدة الحادية عشر: الجبر المتقطع
مبدأ العد و التباديل والتوافيق
نظرية ذات الحدين
الاحتمال



(1-11) مبدأ العد و التباديل و التوافيق

مبدأ العد : عدد طرائق إجراء هذه العملية هو : $r_1 \times r_2 \times r_3 \times \dots \times r_n$

- حاول أن تحل ص (153) (1) لتكن : $A = \{1,2,4,5,6\}$ تم تكوين أعداد ذات ثلاث منازل باستخدام عناصر A أوجد :
- (a) عدد الأعداد الفردية الممكن تكوينها.
(b) عدد الأعداد الزوجية الممكن تكوينها.
(c) عدد الأعداد الزوجية المختلفة الأرقام الممكن تكوينها.

حاول أن تحل ص (154)

(2) لتكن $B = \{0,3,4,5,7,9\}$ تم تكوين أعداد ذات أربع منازل

باستخدام عناصر المجموعة B

- أوجد :
- (a) عدد الأعداد مختلفة الأرقام الممكن تكوينها.
(b) عدد الأعداد التي تقبل القسمة على 10 الممكن تكوينها.
(c) عدد الأعداد مختلفة الأرقام والأكثر من 5000 الممكن تكوينها.



التبديل : هو توزيع العناصر وفق ترتيب معين.

قانون التبادل :

$$1) {}_n P_r = n(n-1)(n-2) \dots (n-r+1) : n \in \mathbb{Z}^+, n \in \mathbb{N}, n \geq r$$

$$2) {}_n P_r = \frac{n!}{(n-r)!} : n \in \mathbb{Z}^+, n \in \mathbb{N}, n \geq r$$

$${}_n P_1 = n$$

$${}_n P_n = n!$$

$${}_n P_0 = 1$$



www.samakw.net

حاول أن تحل صد (156)

(4) ما عدد الطرائق المختلفة لوصول اليخوت الثلاثة الأوائل إذا اشترك في السباق 10 يخوت؟

حاول أن تحل صد (157)

(5) حل المعادلات التالية:

(a) ${}_n P_7 = 12 {}_n P_5$

(b) ${}_8 P_r = 4 {}_8 P_{r-1}$

التوفيق : هو عبارة عن عدد الطرق التي يمكن فيها انتقاء «r» من العناصر من ضمن «n» من العناصر المتوفرة دون مراعاة الترتيب .

قانون التوافيق :

$$1) {}_n C_r = \frac{{}_n P_r}{r!} : n \in \mathbb{Z}^+, n \in \mathbb{N}, n \geq r$$

$$2) {}_n C_r = \frac{n!}{r!(n-r)!} : n \in \mathbb{Z}^+, n \in \mathbb{N}, n \geq r$$

$${}_n C_0 = 1$$

$${}_n C_1 = n$$

$${}_n P_1 = n$$

خواص أخرى للتوافيق :

$${}_n C_m = {}_n C_{n-m}$$

$${}_n C_m = {}_{n-1} C_m + {}_{n-1} C_{m-1}$$

حاول أن تحل ص (168)

(6) في مكتبة المدرسة 15 كتابًا مختلفًا من مجموعة روايات التاريخ الإسلامي.

(a) بكم طريقة مختلفة يمكنك اختيار 7 كتب؟

(b) بكم طريقة مختلفة يمكنك اختيار 8 كتب؟

(c) ماذا تلاحظ؟



حاول أن تحل صد (189)

(7) ترشح 10 طلاب لتمثيل القسم العلمي من مدرستك. يجري اختيار الممثلين الثلاثة بالاقتراع

السري. بكم طريقة مختلفة يمكنك الاقتراع ل 5 طلاب أو أقل؟

حاول أن تحل صد (189)

(8) في الصف الحادي عشر 28 طالبًا وفي الصف الثاني عشر 24 طالبًا.

أراد معلم الرياضة اختيار 5 طلاب لتشكيل فريق لكرة السلة، شرط أن يتضمن الفريق على الأقل لاعبين من الصف الثاني عشر .



حاول أن تحل صد (161)
(10) أوجد قيمة n في كلِّ مما يلي:

(a) $n C_2 = 105$

b) $n C_4 = n C_5$





حاول أن تحل صد (165)
(2) استخدم نظرية ذات الحدين لفك كل من:

(a) $(a - b)^4$

(c) $(2x - y^2)^5$



تدرب معنا

حاول أن تحل صـ (165) (2) في مفكوك $(3x^2 - y)^{15}$ أوجد معامل T_{12}



www.samakw.net

حاول أن تحل صـ (166)

(3) أوجد الحد الذي يحتوي على x^2y^3 في مفكوك $(3x - y)^5$

الاحتمال (11-3)

التجربة العشوائية : هي تجربة لها عدة نواتج مختلفة ممكنة ولكن لا يمكن التأكد مسبقاً من أن أي ناتج منها سوف يتحقق عند إجراء التجربة.

أنواع الحدث

حدث بسيط : مجموعة جزئية من فضاء العينة (s) تحوي ناتجاً واحداً من نواتج التجربة العشوائية

(مجموعة تحوي عنصراً واحداً) فإذا كان A حدثاً بسيطاً فإن $n(A)=1$

حدث مركب : مجموعة جزئية تحوي أكثر من ناتج واحد من نواتج التجربة العشوائية.

فإذا كان B حدثاً مركباً فإن $n(B) > 1$.

حدث مستحيل : مجموعة جزئية خالية \emptyset من فضاء العينة (s) فإذا كان D حدثاً مستحيلاً فإن $n(D) = 0$

حدث مؤكد : مجموعة جزئية تساوي فضاء العينة (s) فإذا كان F حدثاً مستحيلاً فإن $n(F) = n(S)$.

حدثان متنافيان : يقال للحدثين A , B أنهما متنافيان إذا كان وقوع أحدهما ينفي (يمنع) وقوع الآخر أثناء التجربة.

أي أن $A \cap B = \emptyset$ ويكون $n(A \cap B) = 0$

حدث متمم :: الحدث المتمم للحدث A هو الحدث الذي يحوي جميع عناصر فضاء العينة (s) التي لا

تنتمي إلى الحدث A نرسم إلى الحدث المتمم بالرمز \bar{A} ، A ، \bar{A} حدثان متنافيان .

ويكون $A \cap \bar{A} = \emptyset$ ، $A \cup \bar{A} = S$

حدثان مستقلان : يقال للحدثين A , B أنهما مستقلان إذا كان وقوع أحدهما لا يؤثر على وقوع الآخر أثناء

التجربة العشوائية.



www.samakw.net



الاحتمال

$$P(E) = \frac{n(E)}{n(S)}$$

$$0 \leq P(E) \leq 1$$

خواص الاحتمال لحدث ما :

E حدث في فضاء عينة S منته وغير خالٍ

$$0 \leq P(E) \leq 1 \text{ (a)}$$

(b) إذا كان E حدثًا مستحيلًا، فإن $P(E) = 0$

(c) إذا كان E حدثًا مؤكدًا ، فإن $P(E) = 1$

(d) مجموع احتمالات النواتج في فضاء العينة = 1

قوانين الاحتمال :

إذا كان A , B حدثين $P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$

إذا كان A , B حدثين متنافيين $P(A \cap B) = 0$

إذا كان A , B حدثين متنافيين $P(A \cap B) = P(A) \cdot P(B)$

إذا كان \bar{A} هو الحدث المتمم للحدث A فإن $P(\bar{A}) = 1 - P(A)$

$P(\overline{A \cap B}) = 1 - P(A \cap B)$, $P(\overline{A \cup B}) = 1 - P(A \cup B)$



وسيلة النقل	الشعبة A	الشعبة B	المجموع
الحافلة المدرسية	16	15	31
مع الأهل	6	8	14
سيارة نقل عام	2	5	7
المجموع	24	28	52

حاول أن تحل صد (171) (2) يبين الجدول المقابل وسيلة النقل التي يستخدمها طلاب

الصف الحادي عشر

بشعبتيه للمجيء إلى المدرسة.

اختير طالب عشوائياً من بين طلاب شعبتي الصف الحادي عشر.

ما احتمال أن يكون هذا الطالب من الذين يقلونهم أهلهم إلى

المدرسة؟

ما احتمال أن يكون هذا الطالب من الشعبة B؟

حاول أن تحل صد (172) (3) حصل الطلاب: مصطفى، محمد، طه، أحمد، أمين على الدرجة النهائية

العظمى في امتحان الرياضيات، وأراد مدير المدرسة اختيار 3 منهم لتمثيل المدرسة في مسابقة ثقافية.

اعتذر طه عن المشاركة. فما احتمال اختيار «محمد»؟

الحل:



حاول أن تحل صد (173)

- (5) حوالي 53% من طلاب إحدى الجامعات عمرهم أصغر من 25 عامًا وحوالي 21% من طلاب هذه الجامعة عمرهم أكبر من 34 عامًا. أوجد احتمال كل حدث مما يلي:
- (a) عمر الطالب بين 25 عامًا و 34 عامًا.
(b) عمر الطالب 34 عامًا وأقل.

حاول أن تحل صد (174)

- (6) رُمي حجر نرد منتظم. ما احتمال الحصول على عدد زوجي أو عدد أولي؟



تدرب معنا

احتمال ذات الحدين

إقامة تجربة n مرة وتسجيل نتائجها علمًا أن هناك فقط لكل تجربة نتيجتين H أو T

إذا كان $P(H) = m$ ، الحدث E "تحقق فقط K مرة" فبالتالي :

$$P(E) = {}_n C_k P(H)^k P(T)^{n-k}$$

$$P(E) = {}_n C_k m^k (1 - m)^{n-k}$$

$$P(E) = \frac{n!}{k! (n-k)!} P(H)^k P(T)^{n-k}$$

حاول أن تحل صد (175) (7) خلال شهر التسوق يقدم أحد المحلات العرض التالي : عند شراء كل صنف تحصل على بطاقة تفوز % 40 من البطاقات بجوائز ويتم اختيار هذه البطاقات الرابحة بشكل عشوائي مع راشد 3 بطاقات . ما احتمال أن يفوز راشد بجائزة واحدة فقط؟
الحل:

حاول أن تحل صد (175)

(8) في إحدى الآلات الحاسبة 4 بطاريات . احتمال أن تخدم كل بطارية مدة عام كامل يساوي % 90

ما احتمال أن تخدم 3 بطاريات فقط مدة عام كامل؟

