10

٩ الهندسة التحليلية

	الوحدة التاسعة : الهندسة التحليلية
(٩ – ١)	المستوى الإحداثي
(٩ – ٢)	تقسيم قطعة مستقيمة
(٩ – ٣)	ميل الخط المستقيم – معادلة الخط المستقيم
(٩ – ٤)	البعد بين نقطة و مستقيم
(٩ – ٥)	الدائرة

(٩-١) المستوى الاحداثي

المسافة بين نقطتين :

(١) إذا كانت $\overline{أ ب}$ موازية للمحور السيني (قطعة أفقية) حيث أ (س١ ، ص١) ، ب (س٢ ، ص١)

فإن طول $\overline{أ ب} = |$ س١ - س٢ $|$

(٢) إذا كانت $\overline{جـ د}$ موازية للمحور الصادي (قطعة رأسية) حيث جـ (س١ ، ص١) ، د (س١ ، ص٢)

فإن طول $\overline{جـ د} = |$ ص١ - ص٢ $|$

قانون المسافة بين نقطتين أ , ب في مستوى الإحداثي :

المسافة بين النقطتين $= \overline{أ ب} = \sqrt{(س١ - س٢)^{٢} + (ص١ - ص٢)^{٢}}$

حاول أن تحل صـ ١٢١ (١) : أوجد المسافة بين م (-٢ ، ١) ، ن (-٧ ، ٤) قرب إجابتك إلى أقرب جزء من عشرة

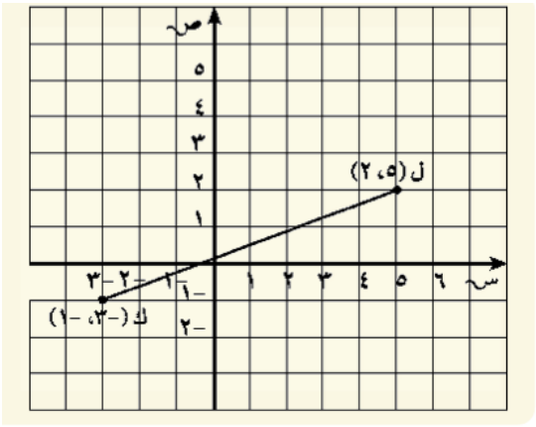
www.samakw.net

نقطة المنتصف لقطعة مستقيمة : لتكن م هي نقطة المنتصف للقطعة أ ب حيث :

أ (س١ ، ص١) ، ب (س٢ ، ص٢) فأن احداثيات النقطة م تعطى بالقوانين

$$م = \left(\frac{س_1 + س_2}{2} \ ، \ \frac{ص_1 + ص_2}{2} \right)$$

حاول أن تحل صـ ١٢٢ (٢) : في الشكل المقابل أوجد نقطة منتصف ك ل حيث :

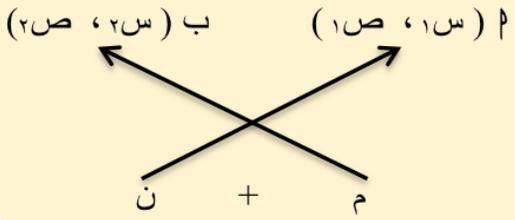


(٩- ٢) تقسيم قطعة مستقيمة

أولاً :التقسيم من الداخل :

إذا كانت $\overline{أ ب}$ قطعة مستقيمة بحيث أ (س١ ، ص١) ، ب (س٢ ، ص٢) ,

جـ تقسمها من جهة أ بنسبة م : ن من الداخل



عندئذٍ احداثيات جـ تعطى بالقانون :

جـ ($\frac{م س_{٢} + ن س_{١}}{م + ن}$, $\frac{م ص_{٢} + ن ص_{١}}{م + ن}$)

أوجد إحداثيي النقطة ن التي تقسم $\overline{أب}$ من الداخل من جهة أ إذا علم أن:

(أ) أ(-٧، ٥)، ب(٨، -٥) ونسبة التقسيم ١ : ٢.

(ب) أ(٦، ٩)، ب(-٢، ١) ونسبة التقسيم ١ : ٣.

تدرب معنا

أ:وليد

إذا كان أ (٣، -٤) ، ب (-٢، ٣). فأوجد جـ بحيث ٢ أ جـ = جـ ب ، جـ ∈ $\overline{أ ب}$.

[إرشاد: أ جـ : جـ ب = ١ : ٢]

لتكن أ (٢، -٣) ، ب (-٤، ٧). أوجد إحداثيات النقطة جـ على $\overline{أ ب}$ بحيث: ٧جـ ب = ٢جـ أ .

i teacher المعلم الذكي

تدرب معنا

سما SAMA

(٩ - ٣) ٩ - ميل الخط المستقيم

أ:وليد

ميل = التغير الرأسي / التغير الأفقي

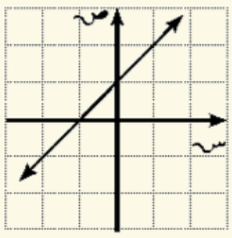
إذا كانت ٩ (س١ ، ص١) ، ب (س٢ ، ص٢) فإن ميل $\overleftrightarrow{٩ ب}$ هو الميل = م = $\frac{ص٢ - ص١}{س٢ - س١}$ ، س٢ ≠ س١

حاول أن تحل صـ ١٣٣ (٢) : أوجد ميل الخط المستقيم الذي يمر بكل من النقاط

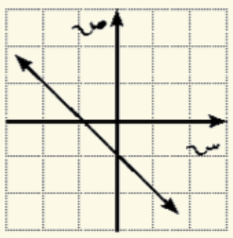
(أ) جـ (٢، ٥) ، د (٤، ٧)　　(ب) ق (-١، ٤) ، ك (٣، -٢)　　(ج) م(٤، ٣) ، ن (-٧،٣)

ملاحظة :

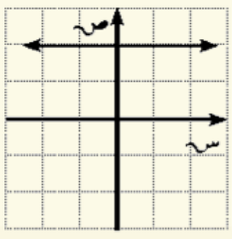
ميل المستقيم موجب



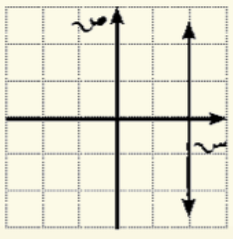
ميل المستقيم سالب



ميل المستقيم الأفقي يساوي صفرًا



المستقيم الرأسي ليس له ميل

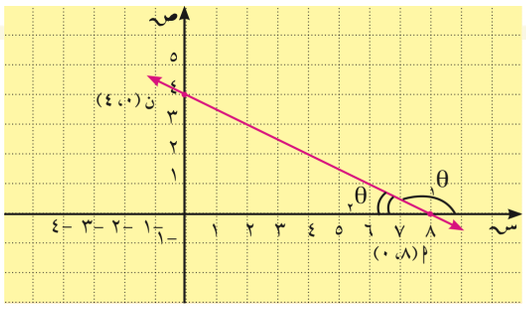


i teacher المعلم الذكي
www.samakw.net
تدرب معنا
أ:وليد
سما SAMA

حاول أن تحل صـ ١٣٤ (٣): أثبت أن النقاط أ (٢ ، ١-) ، ب (-١، ٥)، جـ (٣، -٣)على استقامة واحدة.

ملاحظة : العلاقة بين ظل الزاوية θ التي يصنعها المستقيم مع الاتجاه الموجب للمحور السيني وميل هذا المستقيم هي : م = ظا θ

حاول أن تحل صـ ١٣٥ (٤) : أوجد ميل المستقيم أن وقارنه بظل الزاوية التي قياسها θ_2 وظل الزاوية المنفرجة التي قياسها θ_1 .



(٩- ٣) ب ـ معادلة الخط المستقيم

أولاً : معادلة مستقيم ميله معلوم ومار بنقطة معلومة :

إذا كان المستقيم مار بالنقطة ﻫ (س١ ، ص١) ، ميله معلوم م

فإن : معادلة المستقيم تعطى بالعلاقة : ص – ص١ = م (س – س١)

ثم نعوض إحداثيات النقطة والميل بالمعادلة

حاول أن تحل صـ ١٣٦ (١) : اكتب معادلة الخط المستقيم الذي ميله - $\frac{٢}{٣}$ ويمر بالنقطة (-٦، ٥)

(١) أوجد معادلة الخط المستقيم إذا علم:

(أ) يمر بالنقطة (٥، ٢) وميله = ٣.

أوجد الصورة العامة لمعادلة المستقيم الذي يمرّ بالنقطتين في كل من:

www.samakw.net

(أ) (٥، ٣)، (٤، ٧).

(ب) (٣، -٤)، (٧، ١).

حاول أن تحل صـ ١٣٨ (٣) : إذا كان المستقيم ك : ٣ ص + س + ٣ = ٠ فأوجد :

(أ) معادلة المستقيم م الموازي للمستقيم ك والذي يمر بالنقطة (-٣، ٢)

(ب) معادلة المستقيم ز العمودي على المستقيم ك والذي يمر بالنقطة (١، ٤)

أوجد معادلة الخط المستقيم المار بالنقطة (٧، −١) والعمودي على الخط المستقيم: ٣س + ٢ص − ١ = ٠.

أوجد معادلة المستقيم المتوازي مع المستقيم: س = − $\frac{١}{٤}$ ص + ١٧ ويمر بنقطة الأصل.

البعد بين نقطة ومستقيم

معادلة المستقيم ل: ٢س − ص + ٣ = ٠

بيّن ما إذا كانت النقطة تنتمي إلى المستقيم ل أم لا. م(−٢، −١) ب(٠، −٢)

بعد النقطة (س١ ، ص١) عن المستقيم الذي معادلة أ س + ب ص + جـ = ٠ يعطي بالصيغة :

$$ف = \frac{|أ\ س_{١} + ب\ ص_{١} + جـ|}{\sqrt{أ^{٢} + ب^{٢}}}$$

أوجد البعد بين النقطة جـ(٢، ١) والمستقيم: ٣س − ص − ١ = ٠

أوجد البعد بين نقطة الأصل والمستقيم: ٢ص = ٣س + ٤

أوجد طول العمود المرسوم من النقطة (٢، −٣) على المستقيم: −٢س + ص − ٤ = ٠

أوجد طول نصف قطر الدائرة التي مركزها و(٢، −١) إذا كان المستقيم: ٣س − ٤ص + ٧ = ٠ مماس لها.

(٩- ٥) معادلة الدائرة

الصورة القياسية لمعادلة الدائرة :

إذا كان مركز الدائرة م (د ، هـ) وطول نصف قطرها نق فإن الصورة القياسية لمعادلة الدائرة هي :

$$(س - د)^{٢} + (ص - هـ)^{٢} = نق^{٢}$$

أي لتعيين معادلة دائرة يجب أن يكون لدينا مركزها وطول نصف قطرها ثم نعوض في الصورة القياسية لمعادلة الدائرة .

ملاحظة : إذا كانت الدائرة مركزها نقطة الأصل تكون الصورة القياسية لمعادلة الدائرة هي :

$$س^{٢} + ص^{٢} = نق^{٢}$$

حاول أن تحل صـ ١٤٣ (١) : أوجد معادلة الدائرة التي مركزها (٣ ، -٢) وطول نصف قطرها ٧ وحدات .

حاول أن تحل صـ ١٤٤ (٣) : أوجد معادلة الدائرة التي مركزها نقطة الأصل وطول قطرها ٦ سم .

حاول أن تحل صـ ١٤٤ (٢) : أوجد معادلة الدائرة قطرها $\overline{أ ب}$ حيث أ (- ٣ , ٦) , ب (١ , -٢).

ملاحظة : إذا كانت الدائرة مركزها م (د ، هـ) عندئذٍ :

(١) إذا كانت الدائرة تمس محور السينات فإنّ : نق = | صادات المركز | = | هـ |

(٢) إذا كانت الدائرة تمس محور الصادات فإنّ : نق = | سينات المركز | = | د |

(٣) إذا كانت الدائرة تمس المحورين فإنّ :

نق = | سينات المركز |= | صادات المركز | = | هـ | = | د |

حاول أن تحل صـ ١٤٥ (٤) : أوجد معادلة الدائرة التي مركزها (٣، ٤) وتمس محور الصادات .

حاول أن تحل صـ ١٤٥ (٥) : أوجد مركز ونصف قطر الدائرة التي معادلتها :

(أ) $س^{٢} + ص^{٢} = ٤٩$

(ب) $(س - ٤)^{٢} + (ص + ٥)^{٢} = ٣٦$

الصورة العامة لمعادلة الدائرة :

$س^{٢} + ص^{٢} + ل\ س + ك\ ص + ب = ٠$

مركز الدائرة = م $(\frac{-ل}{٢} ، \frac{-ك}{٢})$ طول نصف قطرها = نق = $\frac{١}{٢}\sqrt{ل^{٢} + ك^{٢} - ٤\ ب}$

يجب أن يكون معامل $س^{٢}$ = معامل $ص^{٢}$ = ١

الشروط التي يجب تحقيقها لكي تكون المعادلة من الدرجة الثانية على صورة

$س^{٢} + ص^{٢} + ل\ س + ك\ ص + ب = ٠$ معادلة دائرة :

(١) أنها معادلة من الدرجة الثانية في س ، ص .

(٢) معامل $س^{٢}$ = معامل $ص^{٢}$.

(٣) لا يوجد الحد الذي يتضمن س ص .

(٤) $ل^{٢} + ك^{٢} - ٤\ ب > ٠$

إذا كانت $ل^{٢} + ك^{٢} - ٤\ ب = ٠$ عندئذٍ المعادلة تمثل نقطة .

إذا كانت $ل^{٢} + ك^{٢} - ٤\ ب < ٠$ عندئذٍ المعادلة تمثل مجموعة خالية .

حاول أن تحل صـ ١٤٧ (٦) : عين مركز ونصف قطر الدائرة الممثلة بالمعادلة :

$٢\ س^{٢} + ٢\ ص^{٢} - ١٢\ س - ٤\ ص - ٣٠ = ٠$

تدرب معنا

أ:وليد

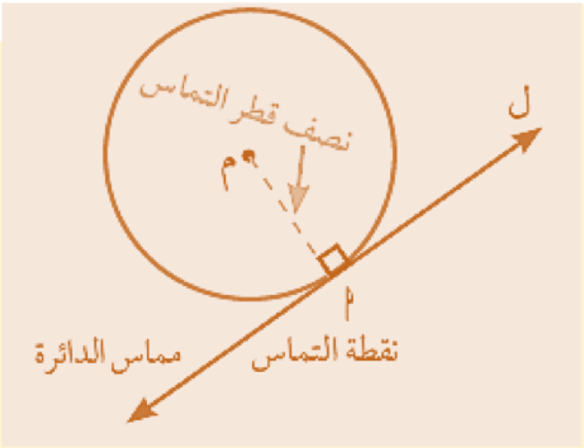
حاول أن تحل صـ ١٤٨ (٧) : هل كل معادلة مما يلي تمثل معادلة دائرة ؟ فسّر .

(أ) $س^{٢} + ص^{٢} - ٤ س + ٧ ص + ١٧ = ٠$

(ب) $س^{٢} + ص^{٢} + ٥ س - ٦ ص - ٤ = ٠$

(ج) $س^{٢} + ص^{٢} - ٢ س - ٢ ص + ٢ = ٠$

معادلة المماس للدائرة :



المماس عمودي على نصف قطر الدائرة .

لإيجاد معادلة مماس دائرة مركزها م (د ، هـ)

عند نقطة (س١ , ص١) تنتمي إليها نتبع الخطوات :

(١) نوجد ميل نصف قطر التماس

$$\text{م نصف القطر} = \frac{\text{ص}_1 - \text{هـ}}{\text{س}_1 - \text{د}}$$

(٢) نوجد ميل المماس

$$\text{م المماس} = \frac{-1}{\text{م نصف القطر}}$$

(٣) معادلة المماس هي : ص – ص١ = م المماس (س – س١) نعوض احداثيات النقطة وميل المماس

حاول أن تحل صـ ١٤٩ (٨) : أوجد معادلة مماس دائرة معادلتها : $(\text{س} - ٢)^{٢} + (\text{ص} - ١)^{٢} = ٢٥$

عند النقطة (٤ ، ٦) م

أوجد معادلة مماس دائرة، معادلتها: $(س - ٢)^{٢} + ص^{٢} = ٨$ عند النقطة أ(٠، ٢).

طول قطر الدائرة التي معادلتها $(س - ١)^{٢} + (ص + ١)^{٢} = ٤$ هو:

(أ) ١ (ب) ٢ (جـ) ٤ (د) ١٦

تدرب معنا