
مذكرات
قلب الأم
للصف العاشر
www.samakw.net
المادة: الرياضيات
الصف: العاشر
قوانين
أ.وليد حسين

الوحدة الأولى: هندسة الدائرة :

كل ثلاث نقاط ليست على استقامة واحدة تمر بها دائرة واحدة.

المماس عمودي على نصف قطر التماس.

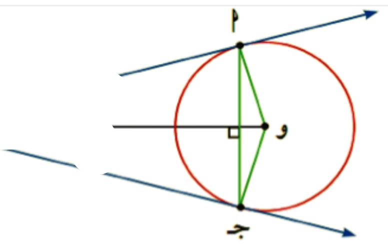
القطعتان المماستان لدائرة والمرسومتان من نقطة خارجها متطابقتان.

Δب أ جـ متطابق الضلعين من النظرية السابقة.

١ ب و منصف الزاوية أ بَ جـ

٢ و ب منصف الزاوية أ وَ جـ

٣ و ب ⊥ أ جـ



الدائرة المحاطة بمثلث (الداخلة)

هي دائرة مماسة لأضلاع المثلث الثلاثة من الداخل.

مركز هذه الدائرة هو نقطة تلاقي منصفات الزوايا الداخلية للمثلث

الدائرة المحيطة لمثلث (الخارجة)

هي دائرة تمر برؤوس المثلث الثلاثة.

مركز هذه الدائرة هو نقطة تلاقي المحاور الثلاثة لأضلاع المثلث (نقطة تلاقي المنصفات العمودية لأضلاع المثلث).

في دائرة أو في دوائر متطابقة:

١ للزوايا المركزية المتطابقة أوتار متطابقة.

٢ الأوتار المتطابقة تقابل أقواسًا متطابقة.

٣ للأقواس المتطابقة زوايا مركزية متطابقة.

١ الأوتار المتطابقة في دائرة على أبعاد متساوية من مركز الدائرة.

٢ الأوتار التي على أبعاد متساوية من مركز دائرة تكون متطابقة.

---

١ القطر العمودي على وتر في دائرة ينصفه وينصف كلًّا من قوسيه.

٢ القطر الذي ينصف وترًا (ليس قطرًا) في دائرة يكون عموديًّا على هذا الوتر.

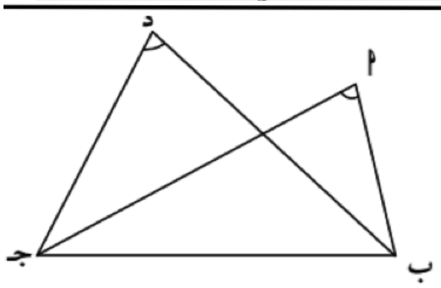
٣ العمود المنصف لوتر في دائرة يمر بمركز الدائرة.

خط المركزين لدائرتين متقاطعتين يكون عموديًّا على الوتر المشترك بينهما وينصفه.

قياس الزاوية المركزية يساوي قياس القوس المحصور بين ضلعيها على الدائرة.

في الدائرة قياس الزاوية المحيطية يساوي نصف قياس القوس المحصور بين ضلعيها.

قياس الزاوية المحيطية يساوي نصف قياس الزاوية المركزية المشتركة معها في القوس نفسه.



١ كل زاويتين محيطيتين في دائرة تحصران القوس نفسه متطابقتان.

٢ كل زاوية محيطية في دائرة تحصر نصف دائرة تكون زاوية قائمة.

٣ كل شكل رباعي دائري (محاط بدائرة)، تكون زواياه المتقابلة متكاملة.

٤ في الشكل إذا تطابقت الزاويتان ٲ، د المرسومات على القاعدة ب جـ وفي جهة واحدة منها. كان الشكل ٲ ب جـ د رباعيًّا دائريًّا.

---

(١) قياس الزاوية المماسية يساوي قياس الزاوية المحيطية المشتركة معها في القوس نفسه.

(٢) قياس الزاوية المماسية يساوي نصف قياس القوس المحصور بين المماس والوتر.

---

(١) قياس الزاوية المماسية يساوي قياس الزاوية المحيطية المشتركة معها في القوس نفسه.

(٢) قياس الزاوية المماسية يساوي نصف قياس القوس المحصور بين المماس والوتر.

SAMA

- المماس لدائرة هو مستقيم في المستوي يتقاطع مع الدائرة في نقطة واحدة.
- الزوايا المركزية زوايا رأسها مركز الدائرة.
- الزوايا المحيطية زوايا رأسها إحدى نقاط دائرة وضلعاها يقطعان الدائرة.
- قياس الزاوية المركزية يساوي قياس القوس المحصور بين ضلعيها.
- قياس الزاوية المحيطية يساوي نصف قياس القوس المحصور بين ضلعيها.
- كل زاويتين محيطيتين تحصران القوس نفسه متطابقتان.
- كل زاوية محيطية تحصر نصف دائرة هي زاوية قائمة.
- كل شكل رباعي دائري (محاط بدائرة) تكون زواياه المتقابلة متكاملة، أي كل زاويتين متقابلتين فيه متكاملتان.
- الزاوية المكونة من مماس ووتر تسمى زاوية مماسية، وقياسها يساوي نصف قياس القوس المحصور بين المماس والوتر.

- في دائرة أو في دوائر متطابقة:

للزوايا المركزية المتطابقة أوتار متطابقة.

الأوتار المتطابقة تقابل أقواسًا متطابقة.

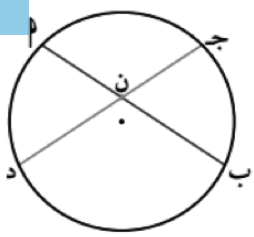
- للأقواس المتطابقة في دائرة زوايا مركزية متطابقة.

- الأوتار المتطابقة في دائرة هي على أبعاد متساوية من مركز الدائرة.

- في الدائرة: القطر العمودي على وتر ينصفه وينصف كلًّا من قوسيه.

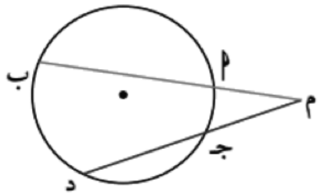
القطر الذي ينصف وترًا (ليس قطرًا) هو عمودي على الوتر.

العمود المنصف لوتر يمر بمركز الدائرة.



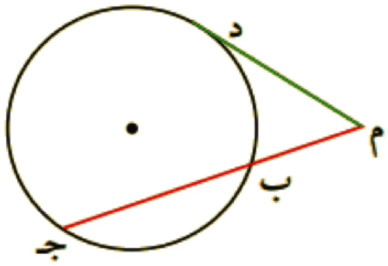
إذا تقاطع وتران داخل دائرة، فإن ناتج ضرب طولي جزءي أحد الوترين يساوي ناتج ضرب طولي جزءي الوتر الآخر.

ن أ × ن ب = ن جـ × ن د



إذا رسم قاطعان من نقطة خارج دائرة، فإن ناتج ضرب طول أحد القاطعين في طول جزئه الخارجي يساوي ناتج ضرب طول القاطع الآخر في طول جزئه الخارجي.

م أ × م ب = م جـ × م د.



إذا رسم من نقطة خارج دائرة قاطع ومماس، فإن ناتج ضرب طول القاطع في طول جزئه الخارجي يساوي مربع طول القطعة المماسية.

(م د)^{2} = م ب × م جـ .

الوحدة الثانية : المصفوفات

– تكون المصفوفتان متساويتين إذا كانت لهما الرتبة (الأبعاد) نفسها، وكانت عناصرهما المتناظرة متساوية.

محدد المصفوفة المربعة $\begin{bmatrix} \text{جـ} & \text{أ} \\ \text{د} & \text{ب} \end{bmatrix}$ هو أ د − ب جـ

نكتب |أ| = $\begin{vmatrix} \text{جـ} & \text{أ} \\ \text{د} & \text{ب} \end{vmatrix}$ = أ د − ب جـ

تسمى المصفوفة التي محددها يساوي الصفر **بالمصفوفة المنفردة**

بفرض أن: أ = $\begin{bmatrix} \text{ب} & \text{أ} \\ \text{د} & \text{جـ} \end{bmatrix}$ إذا كان أ د − ب جـ ≠ ٠ ، فإن أ لها نظير ضربي أ$^{-1}$ حيث:

$$\text{أ}^{-1} = \frac{1}{|\text{أ}|}\begin{bmatrix} -\text{ب} & \text{د} \\ \text{أ} & -\text{جـ} \end{bmatrix}$$

– مصفوفة النظير (المعكوس) الضربي للمصفوفة المربعة أ، تكتب أ$^{-1}$ ويكون:

أ$^{-1}$ × أ = و، أ × أ$^{-1}$ = و، وتسمى النظير الضربي للمصفوفة أ .

لحل نظام معادلتين خطيتين:

$$\text{أ}\,\text{س} + \text{ب}\,\text{ص} = \text{ل}$$

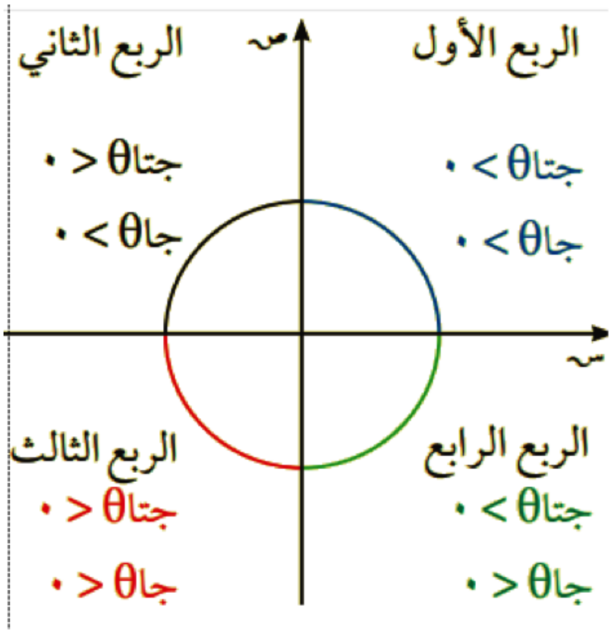
$$\text{جـ}\,\text{س} + \text{د}\,\text{ص} = \text{م}$$

$$\Delta = \begin{vmatrix} \text{ب} & \text{أ} \\ \text{د} & \text{جـ} \end{vmatrix}$$

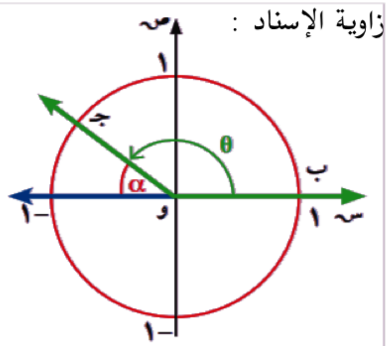
$$\Delta_{\text{س}} = \begin{vmatrix} \text{ب} & \text{ل} \\ \text{د} & \text{م} \end{vmatrix} \qquad \Delta_{\text{ص}} = \begin{vmatrix} \text{ل} & \text{أ} \\ \text{م} & \text{جـ} \end{vmatrix}$$

$$\text{س} = \frac{\Delta_{\text{س}}}{\Delta} \quad ، \quad \text{ص} = \frac{\Delta_{\text{ص}}}{\Delta}$$

الوحدة الثالثة : حساب المثلثات



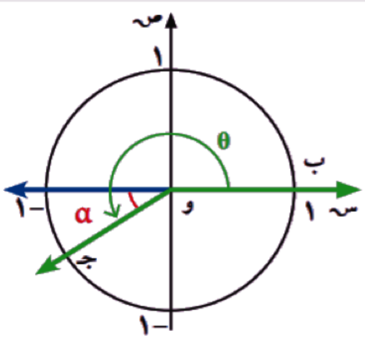
زاوية الإسناد :



عندما θ تقع في الربع الثاني

$\alpha^\circ = 180^\circ - \theta^\circ$

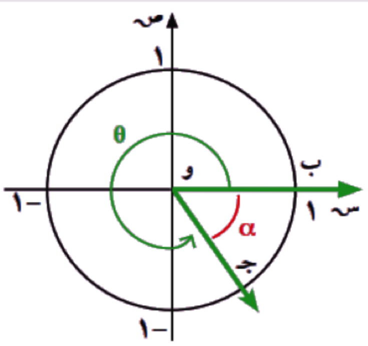
$\alpha = \pi - \theta$



عندما θ تقع في الربع الثالث

$\alpha^\circ = \theta^\circ - 180^\circ$

$\alpha = \theta - \pi$



عندما θ تقع في الربع الرابع

$\alpha^\circ = 360^\circ - \theta^\circ$

$\alpha = 2\pi - \theta$

قانون:

$جتا(-\theta) = جتا\theta$

$جا(-\theta) = -جا\theta$

وبالتالي $ظا(-\theta) = -ظا\theta$

قانون:

$جتا(\pi - \theta) = -جتا\theta$

$جا(\pi - \theta) = جا\theta$

وبالتالي $ظا(\pi - \theta) = -ظا\theta$

$جتا(\pi + \theta) = -جتا\theta$

$جا(\pi + \theta) = -جا\theta$

وبالتالي $ظا(\pi + \theta) = ظا\theta$

قانون:

$جا\left(\frac{\pi}{٢} - \theta\right) = جتا\theta$

$جتا\left(\frac{\pi}{٢} - \theta\right) = جا\theta$

$ظا\left(\frac{\pi}{٢} - \theta\right) = ظتا\theta$

قانون:

$جا\left(\frac{\pi}{٢} + \theta\right) = جتا\theta$

$جتا\left(\frac{\pi}{٢} + \theta\right) = -جا\theta$

$ظا\left(\frac{\pi}{٢} + \theta\right) = -ظتا\theta$

$جا(\theta + ٢ك\pi) = جا\theta$

$جتا(\theta + ٢ك\pi) = جتا\theta$

$ظا(\theta + ك\pi) = ظا\theta$

حل المعادلة: جتا س = جتا θ

هو س $= \theta + ٢ك\pi$ أو س $= -\theta + ٢ك\pi$ (ك $\in$ ص)

حل المعادلة جا س = جا θ

هو س $= \theta + ٢ك\pi$ أو س $= (\pi - \theta) + ٢ك\pi$ ، (ك $\in$ ص)

حل المعادلة ظا س = ظا θ هو س $= \theta +$ ك π، (ك $\in$ ص)

$قا\theta = \frac{١}{جتا\theta}$ ؛ $قتا\theta = \frac{١}{جا\theta}$ ؛ $ظا\theta = \frac{جا\theta}{جتا\theta}$ ؛ $ظتا\theta = \frac{جتا\theta}{جا\theta}$ المقام $\neq$ ٠

$جا^٢\theta + جتا^٢\theta = ١$ تسمى متطابقة فيثاغورث

$قا^٢\theta = ١ + ظا^٢\theta = \frac{١}{جتا^٢\theta}$ حيث المقام $\neq$ ٠

$قتا^٢\theta = ١ + ظتا^٢\theta = \frac{١}{جا^٢\theta}$ حيث المقام $\neq$ ٠

الوحدة التاسعة الهندسة التحليلية :

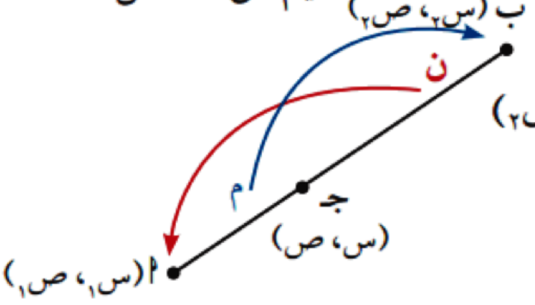
قانون:

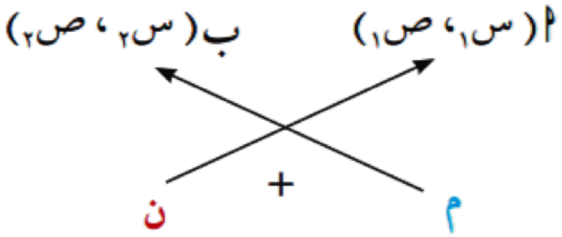
المسافة بين أي نقطتين أ (س$_1$، ص$_1$)، ب (س$_2$، ص$_2$) تساوي $\sqrt{(س_2 - س_1)^2 + (ص_2 - ص_1)^2}$

قانون:

إذا كانت أ(س$_1$،ص$_1$)،ب(س$_2$،ص$_2$)،فإن إحداثيات نقطة المنتصف هي م(س،ص) حيث س $= \frac{س_1 + س_2}{2}$ ، ص $= \frac{ص_1 + ص_2}{2}$.

التقسيم من الداخل





$$جـ \left(\frac{م\, س_2 + ن\, س_1}{م + ن} ، \frac{م\, ص_2 + ن\, ص_1}{م + ن} \right)$$

$$الميل = \frac{التغيير الرأسي}{التغيير الأفقي} = \frac{ص_2 - ص_1}{س_2 - س_1} ، س_2 - س_1 \neq 0$$

إذا كان $\overleftrightarrow{أب}$ // $\overleftrightarrow{جـ د}$ فإن ميل $\overleftrightarrow{أب}$ يساوي ميل $\overleftrightarrow{جـ د}$ وبالعكس.

إذا كانا $\overleftrightarrow{أب}$ ، $\overleftrightarrow{جـ د}$ متعامدين فإن ناتج ضرب ميليهما يساوي -1 وبالعكس.

---

1. لكتابة معادلة خط مستقيم ليس رأسيًا نحن بحاجة إلى معرفة:
   - الميل (م).
   - نقطة من نقاط المستقيم ولتكن (س$_1$، ص$_1$).

   تكون معادلة المستقيم: ص $-$ ص$_1$ = م(س $-$ س$_1$).

2. معادلة المستقيم الرأسي هي س = أ (وهذا المستقيم ليس له ميل)

طول العمود النازل من النقطة م $(س_1 ، ص_1)$ على المستقيم (ل) ومعادلته أس + ب ص + جـ = ٠ هو:

$$ف = \frac{|أس_1 + ب ص_1 + جـ|}{\sqrt{أ^2 + ب^2}}.$$

معادلة الدائرة التي مركزها م (د، هـ) وطول نصف قطرها نق: $(س - د)^2 + (ص - هـ)^2 = نق^2$.

– الصورة العامة لمعادلة الدائرة: $س^2 + ص^2 + ل س + ك ص + ب = ٠$ حيث ل، ك، ب ثوابت

وحيث إن مركز الدائرة $\left(-\frac{ل}{٢} ، -\frac{ك}{٢}\right)$ ، $نق = \frac{١}{٢}\sqrt{ل^2 + ك^2 - ٤ب}$ حيث $ل^2 + ك^2 - ٤ب > ٠$