مذكرات قلب الأمّ

www.samaku.net

للصف الحادي عشر

الرياضيات

من غير المعلق

أكتب العدد $\dfrac{2}{3-i}$ في الصورة الجبرية

$$z=\frac{(2)}{(3-i)}\cdot\frac{3+i}{(3+i)}=\frac{6+2i}{(3)^2+(-1)^2}$$
$$=\frac{6+2i}{10}=\frac{6}{10}+\frac{2}{10}i$$
$$=\frac{3}{5}+\frac{2}{5}i$$

اكتب العدد المركب $\dfrac{-5+i}{2-3i}$ في الصورة الجبرية

$$\mathbb{Z}=\frac{(-s+i)}{(2-3i)}\cdot\frac{(2+3i)}{(2+3i)}=\frac{-5(2+3i)+i(2+3i)}{(2)^2+(-3)^2}$$
$$=\frac{-10-15i+2i-3}{u+9}$$
$$=\frac{-13-13i}{13}$$
$$=-1-i$$

إذا كان $z_2 = 3-5i$, $z_1 = -2-2i$

(1) اوجد : z_2^{-1}

(2) اكتب العدد z_1 في الصورة المثلثية

$r=\sqrt{x^2+y^2}=\sqrt{(-2)^2+(-2)2}=2\sqrt{2}$

$x<0, y<0 \Rightarrow$ θ في الربع الثالث

$\theta = \pi + \alpha$

$\alpha = \tan^{-1}\left|\frac{y}{x}\right| \Rightarrow \alpha = \tan^{-1}\left(\frac{2}{2}\right) = \frac{\pi}{4}$

$\therefore \theta = \pi + \frac{\pi}{4} = 5\frac{\pi}{4}$

$Z = r(\cos\theta + i\sin\theta)$

$Z = 2\sqrt{2}\left(\cos\frac{5\pi}{4} + i\sin\frac{5\pi}{4}\right)$

$$z^{-1} = \frac{1}{3-5i} = \frac{3+5i}{(3)^2+(-5)^2} = \frac{3+si}{34} = \frac{3}{34} + \frac{5}{34}i$$

إذا كان $z_1 = 2+i$, $z_2 = -3+4i$ فأوجد:

أوجد المعكوس الضربي (1) $\overline{3z_1 - 2z_2}$ (2) $\frac{z_2}{z_1}$ (3) z_1^{-1}

$3\bar{z}_1 - 2\bar{z}_2 = 3(2-i) - 2(-3-4i) = 6-3i+6+8i = 12+5i$

(2) $\frac{z_2}{z_1} = \frac{(-3+4i)}{(2+i)} \cdot \frac{(2-i)}{(2-i)} = \frac{-3(2-i)+4i(2-i)}{(2)^2+(1)^2} = \frac{-6+3i+8i+4}{5} = -\frac{2}{5}+\frac{11}{5}i$

3) $z_1^{-1} = \frac{1}{z_1} = \frac{1 \quad (2-i)}{(2+i)(2-i)} = \frac{2-i}{5} = \frac{2}{5} - \frac{1}{5}i$

اكتب العدد $\frac{\sqrt{3}-i}{\sqrt{3}+i}$ في الصورة الجبرية

ثم حوله للصورة المثلثية مستخدما السعة الأساسية

$$\frac{(\sqrt{3}-i)}{(\sqrt{3}+i)} \cdot \frac{(\sqrt{3}-i)}{(\sqrt{3}-i)} = \frac{(\sqrt{3}-i)^2}{3+1}$$

$$= \frac{3-2\sqrt{3}i-1}{4} = \frac{2-2\sqrt{3}i}{4}$$

$$= \frac{1}{2} - \frac{\sqrt{3}}{2}i$$

$$r = \sqrt{x^2+y^2} = \sqrt{\left(\frac{1}{2}\right)^2 + \left(-\frac{\sqrt{3}}{2}\right)^2} = 1$$

$x > 0 , y < 0$

$\therefore$ θ في الربع الرابع $\theta = 2\pi - \alpha$

$$\alpha = \tan^{-1}\left|\frac{y}{x}\right| = \tan^{-1}\left|\frac{\frac{\sqrt{3}}{2}}{\frac{1}{2}}\right| = \frac{\pi}{3}$$

$$\therefore \theta = 2\pi - \frac{\pi}{3} = \frac{5\pi}{3}$$

$$Z = r(\cos\theta + i\sin\theta)$$

$$Z = \left(\cos\frac{5\pi}{3} + i\sin\frac{5\pi}{3}\right)$$

أوجد الزوج المرتب (r,θ) للنقطة $D(3\sqrt{3}, 3)$ حيث $0 \leq \theta < 2\pi$

$$r = \sqrt{x^2+y^2}$$

$$r = \sqrt{(3\sqrt{3})^2 + 3^2} = 6$$

$x = 3\sqrt{3} > 0 , y = 3 > 0$

θ تقع في الربع الأول

$$\theta = \alpha$$

$$\alpha = \tan^{-1}\left(\left|\frac{y}{x}\right|\right)$$

$$= \tan^{-1}\left(\frac{3}{3\sqrt{3}}\right)$$

$$\alpha = \frac{\pi}{6} \Rightarrow \theta = \frac{\pi}{6}$$

θ في الربع الأول

$$\therefore (r,\theta) = \left(6 , \frac{\pi}{6}\right)$$

ضع العدد : $z=-1-i$ في الصورة المثلثية

$x=-1<0$

$y=-1<0$

θ في الربع الثالث

$\theta = \pi + \alpha$

$r = \sqrt{x^2+y^2} = \sqrt{(-1)^2+(-1)^2} = \sqrt{2}$

$\alpha = \tan^{-1}\left(\left|\frac{y}{x}\right|\right) = \tan^{-1}\left|\frac{-1}{-1}\right| = \frac{\pi}{4}$

$\theta = \pi + \alpha = \pi + \frac{\pi}{4} = \frac{5\pi}{4}$

$z = r(\cos\theta + i\sin\theta)$

$z = \sqrt{2}\left(\cos\frac{5\pi}{4} + i\sin\frac{5\pi}{4}\right)$

حوّل من الإحداثيات الديكارتية إلى الإحداثيات القطبية (r,θ):

$L(1,-\sqrt{3})\ ,0 \le \theta < 2\pi$

$r = \sqrt{x^2+y^2} = \sqrt{1^2+(-\sqrt{3})^2} = 2$

$x=1>0\ ,\ y=-\sqrt{3}<0 \Rightarrow \theta = 2\pi - \alpha$

حيث θ في الربع الرابع

$\alpha = \tan^{-1}\left|\frac{y}{x}\right| = \tan^{-1}\left|\frac{-\sqrt{3}}{1}\right| = 60^\circ = \frac{\pi}{3}$

$\therefore\ \theta = 2\pi - \frac{\pi}{3} = \frac{5\pi}{3}$

$z = r(\cos\theta + i\sin\theta)$

$= 2\left(\cos\frac{5\pi}{3} + i\sin\frac{5\pi}{3}\right)$

ملاحظة: اذا اعطاك (r,θ) وكان المطلوب (x,y) نستخدم

$x = r\cdot\cos\theta$

$y = r\cdot\sin\theta$

أوجد مجموعة حل المعادلة : $z^2 - 2z + 4 = 0$ في $\mathbb{C}$

يمكن التحقق بالآلة mode 5 3

$az^2 + bz + c = 0$ ضربية

$a = 1$

$b = -2$

$c = 4$

$$z = \frac{-b \mp \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

$$z = \frac{2 \mp \sqrt{4 - 4(1)(4)}}{2(1)}$$

$z_1 = \frac{2 + 2\sqrt{3}i}{2}$, $z_2 = \frac{2 - 2\sqrt{3}i}{2}$

$z_1 = 1 + \sqrt{3}i$, $z_2 = 1 - \sqrt{3}i$

$ح م = \{1 + \sqrt{3}i, 1 - \sqrt{3}i\}$

أوجد مجموعة حل المعادلة: $z + i = 2\bar{z} + 1$ في $\mathbb{C}$.

نعوض $z = x + yi$ ∴

$\bar{z} = x - yi$

$x + yi + i = 2(x - yi) + 1$

$x + yi = 2x - 2yi + 1 - i$

$x - 2x + yi + 2yi = 1 - i$

$-x + 3yi = 1 - i$

∴ $-x = 1$ $3y = -1$

$x = -1$ $y = -\frac{1}{3}$

$\therefore z = -1 - \frac{1}{3}i$

$ح م = \{-1 - \frac{1}{3}i\}$

أوجد حل المعادلة : $z^2 + 4 = 0$ في $\mathbb{C}$

$z^2 = -4$

$z = \mp\sqrt{-4} = \mp 2i$

∴ $ح م = \{\mp 2i\}$

سما SAMA

أوجد الجذرين التربيعيين للعدد المركب $Z = -3 - 4i$

بفرض أن أحد الجذرين التربيعيين هو $w = m + ni$ يكون

$w^2 = z$

$m^2 - n^2 + 2mni = -3 - 4i$

$\therefore \boxed{m^2 - n^2 = -3}$ (1)

$2mn = -4 \Rightarrow \boxed{mn = -2}$ (2)

$|w^2| = |z|$

$m^2 + n^2 = \sqrt{(-3)^2 + (-4)^2} = 5$

$\boxed{m^2 + n^2 = 5}$ (3)

بجمع المعادلة (1) ، (3)

$m^2 - n^2 = -3$

$m^2 + n^2 = 5$

$2m^2 = 2 \Rightarrow m^2 = 1 \Rightarrow m = \mp 1$

بالتعويض بالمعادلة (2)

$mn = -1$

$m = 1 \Rightarrow n = -1$

$m = -1 \Rightarrow n = 1$

∴ الجذران التربيعيان

$w = -1 + i$ $w_2 = 1 - i$

سما SAMA

اوجد السعة والدورة للدالة: $y = -5\cos\left(\frac{2x}{3}\right)$ ثم ارسم بيانها

$y = a\cos(bx)$

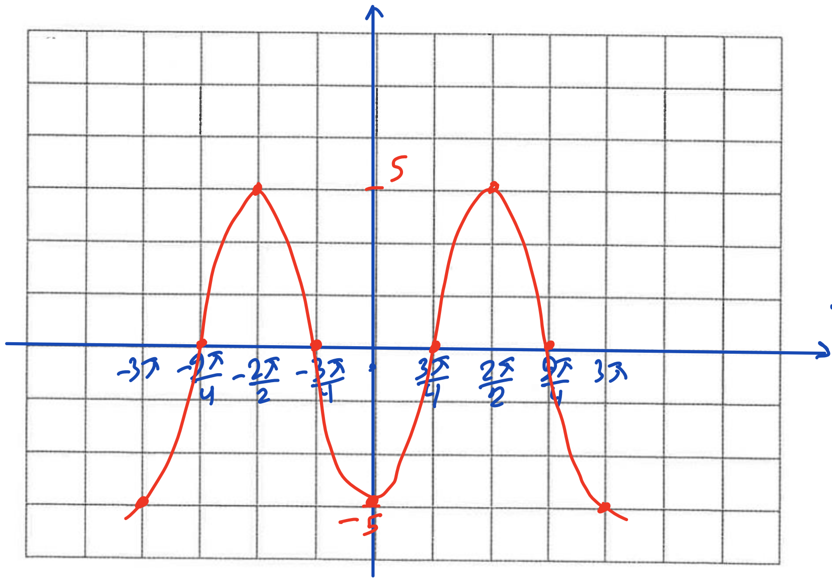
$a = -5$ $b = \frac{2}{3}$

السعة $= |a| \Rightarrow$ السعة $= |-5| = 5$

الدورة $= \frac{2\pi}{b} = \frac{2\pi}{\frac{2}{3}} = 3\pi$

ربع الدورة $= \frac{3\pi}{4}$

x	0	$\frac{3\pi}{4}$	$\frac{3\pi}{2}$	$\frac{9\pi}{4}$	3π
y	-5	0	5	0	5



المدى $= [-5, 5]$

سما SAMA

أوجد السعة و الدورة ثم ارسم بيان الدالة :

$$y = \frac{1}{2}\cos(-x) : x \in [-2\pi, 2\pi]$$

$y = a\cos(bx)$

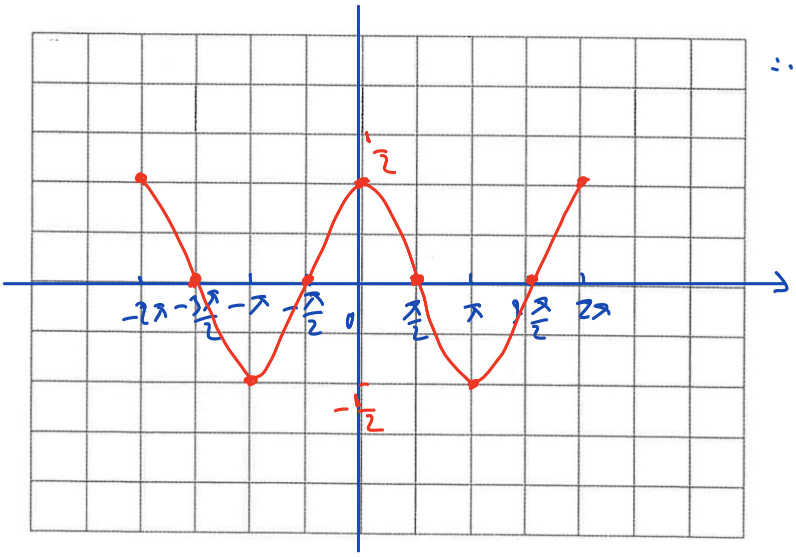
$a = \frac{1}{2}$ $b = -1$

السعة $= |a| = \frac{1}{2}$

الدورة $= \frac{2\pi}{|b|}$

$\therefore$ الدورة $= \frac{2\pi}{|-1|} = 2\pi$

ربع الدورة $= \frac{2\pi}{4} = \frac{\pi}{2}$



x	0	$\frac{\pi}{2}$	π	$\frac{3\pi}{2}$	2π
y	$\frac{1}{2}$	0	$-\frac{1}{2}$	0	$\frac{1}{2}$

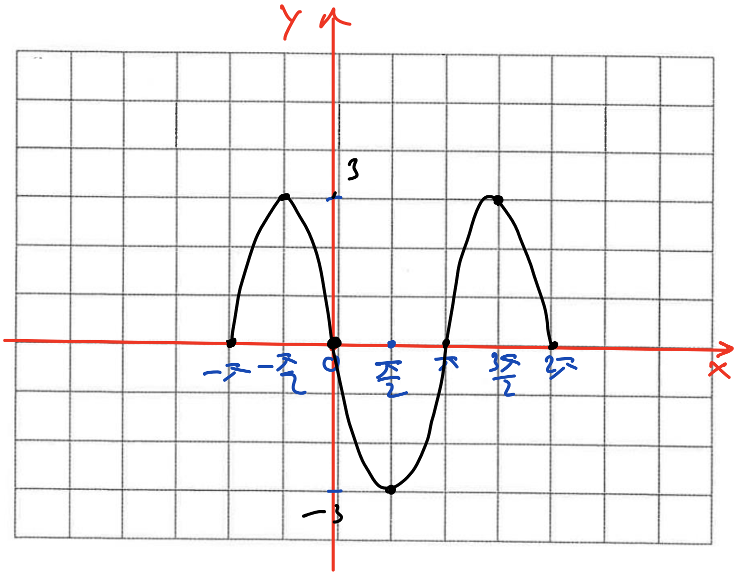
أوجد السعة و الدورة للدالة : $y = -3\sin x \quad , x \in [-\pi, 2\pi]$ ثم ارسم بيانها

$a = -3$ $b = 1$

السعة $= |a|$
$= |-3| = 3$

الدورة $= \frac{2\pi}{|b|} = 2\pi$

ربع الدورة $= 2\pi \cdot \frac{1}{4} = \frac{\pi}{2}$



x	0	$\frac{\pi}{2}$	π	$\frac{3\pi}{2}$	2π
y	0	-3	0	3	0

المدى $= [-3, 3]$

أوجد السعة و الدورة للدالة التالية ثم ارسم بيانها

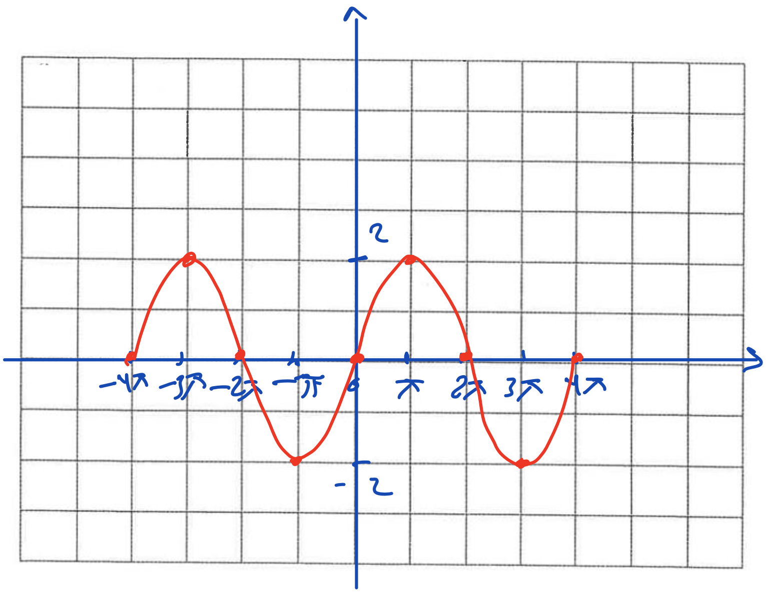
$$y = 2sin\left(\frac{1}{2}x\right) \quad , -4\pi \leq x \leq 4\pi$$

$a = 2 \qquad b = \frac{1}{2}$

السعة $= |2| = 2$

الدورة $= \frac{2\pi}{|b|} = \frac{2\pi}{|\frac{1}{2}|} = 4\pi$

ربع الدورة $= 4\pi \cdot \frac{1}{4} = \pi$



x	0	π	2π	3π	4π
y	0	2	0	-2	0

أوجد الدورة , ثم ارسم بيان الدالة:

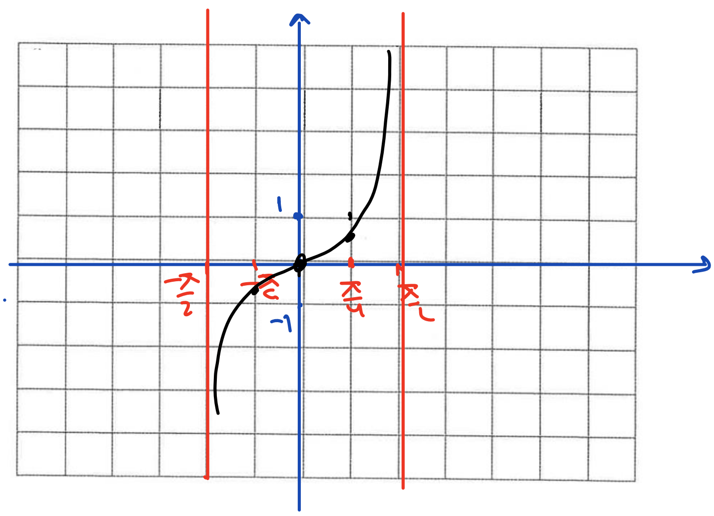
$$y = \frac{1}{2} \tan x$$

$a = \frac{1}{2} \qquad b = 1$

لا يوجد لها سعة

الدورة $= \frac{\pi}{|b|} = \frac{\pi}{1} = \pi$

ربع الدورة $= \frac{\pi}{4}$



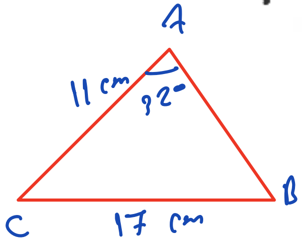
x	$-\frac{\pi}{2}$	$-\frac{\pi}{4}$	0	$\frac{\pi}{4}$	$\frac{\pi}{2}$
y	غير معرف	-1	0	1	غير معرف

الحالة الناقصة عندما يعطى طولين وزاوية تقابل أحدهم

في المثلث ABC :

إذا كان $\alpha = 32^0$ ، $b = 11\text{ cm}$ ، $a = 17\text{ cm}$ ، أوجد γ

أوله D



قانون الجيب

$$\frac{\sin\alpha}{a} = \frac{\sin\beta}{b} = \frac{\sin\gamma}{c}$$

$$\frac{\sin 32}{17} = \frac{\sin\beta}{11} = \frac{\sin\gamma}{c}$$

$$\sin\beta = \frac{11 \cdot \sin 32^\circ}{17} \approx 20.05 \approx 20^\circ$$

$$\therefore \gamma = 180^\circ - 20^\circ - 32^\circ = 128^\circ$$

أو

$$\beta = 180 - 20^\circ = 160$$

$$\therefore \gamma = 180^\circ - (160^\circ + 32^\circ) = -12$$

مرفوضة

حل المثلث ABC حيث : $a = 2\text{ cm}$, $b = 4\text{ cm}$, $c = 5\text{ cm}$

إذا علم جميع الأضلاع فنستخدم قانون جيب تمام cos

$$\cos\alpha = \frac{b^2 + c^2 - a^2}{2bc} = \frac{4^2+5^2-2^2}{2(4)(5)}$$

$$\therefore \alpha = \cos^{-1}\left(\frac{4^2+5^2-2^2}{40}\right) \approx 22.3^\circ$$

$$\cos\beta = \frac{a^2+c^2-b^2}{2ac} = \frac{2^2+5^2-4^2}{2(5)(2)}$$

$$\beta = \cos^{-1}\left(\frac{13}{20}\right) \approx 49.5^\circ$$

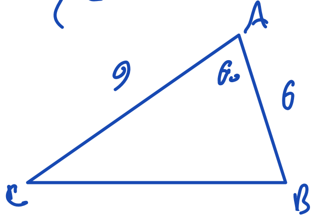
$$\therefore \gamma = 180^\circ - (49.5^\circ + 22.3^\circ) = 108.2^\circ$$

$\alpha = 22.3^\circ$ $\beta = 49.5^\circ$ $\gamma = 108.2^\circ$

حل المثلث
① أوجد كل الزوايا
② كل الأضلاع

حل ΔABC حيث $b = 9cm , c = 6cm , \alpha = 60^\circ$

قانون جيب تمام



$a^2 = b^2 + c^2 - 2bc \cos\alpha$

$= 9^2 + 6^2 - 2(9)(6) \cdot \cos(60)$

$a^2 = 63$

$\therefore a = \sqrt{63} \approx 7.94$

$\cos\beta = \dfrac{a^2 + c^2 - b^2}{2ac} = \dfrac{63 + 36 - 81}{2 \cdot \sqrt{63} \cdot 6}$

$\beta = \cos^{-1}\left(\dfrac{63 + 36 - 81}{2 \cdot \sqrt{63} \cdot 6}\right) \approx 79.1^\circ$

$\therefore \gamma \approx 180 - 60 - 79.1 \approx 40.9^\circ$

حل المثلث يعني إيجاد جميع الأضلاع وجميع الزوايا.

حل المثلث ABC حيث : $a = 12 \ , \ b = 21 \ , \ m(\hat{c}) = 95^\circ$

طولا ضلعان وزاوية محصورة بينهما نستخدم قانون جيب التمام

$c^2 = a^2 + b^2 - 2ab \cos(\gamma)$

$= 12^2 + 21^2 - 2(12)(21) \cos(95^\circ)$

$c^2 = 628.26 \Rightarrow c = \sqrt{628.26} \approx 25.08$

$\cos\alpha = \dfrac{b^2 + c^2 - a^2}{2(b)(c)} = \dfrac{(21)^2 + (25.08)^2 - (12)^2}{2(21)(25.08)}$

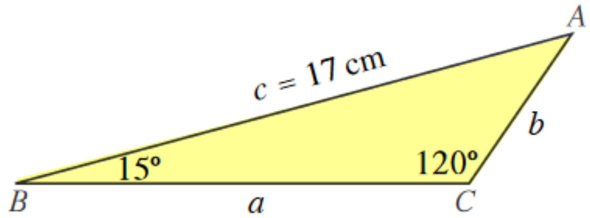
≈ 0.879

$\alpha = \cos^{-1}(0.879) \approx 28.47^\circ$

$\beta \approx 180 - 28.47 - 95^\circ$

$\approx 56.53^\circ$

سما SAMA حل المثلث ***ABC***



$\alpha = 180^\circ - (120^\circ + 15^\circ) = 45^\circ$

$\dfrac{\sin\alpha}{a} = \dfrac{\sin\beta}{b} = \dfrac{\sin\gamma}{c} \Rightarrow \dfrac{\sin 45^\circ}{a} = \dfrac{\sin(15^\circ)}{b} = \dfrac{\sin(120^\circ)}{17}$

$\therefore \quad a = \dfrac{17 \ \sin(45^\circ)}{\sin(120)}$

$a \approx 13.88$

$b = \dfrac{17 \cdot \sin(15)}{\sin(120^\circ)}$

≈ 5.08

سما SAMA أوجد مساحة المثلث ***ABC*** حيث **a = 4 cm , b =4 cm , c = 3 cm:**

نستخدم نظرية هيرون اذا علم طول جميع الاضلاع

المساحة $A = \sqrt{s(s-a)(s-b)(s-c)}$ نصف المحيط $s = \dfrac{a+b+c}{2}$

$= \dfrac{4+4+3}{2} = 5.5$

$= \sqrt{5.5(5.5-4)(5.5-4)(5.5-2)}$

$\approx 5.562 \ cm^2$

≈ 5.56

اذا علم طول ضلعين وقياس زاوية محصورة بينهما فان مساحة المثلث

$= \frac{1}{2} a \cdot b \cos\gamma$

أثبت صحة المتطابقة :

$$\frac{1}{1-\cos x}+\frac{1}{1+\cos x}=2\csc^2 x$$

نستخدم الضرب بالمرافق

$$L.H.S=\frac{1}{(1-\cos x)}\cdot\frac{(1+\cos x)}{(1+\cos x)}+\frac{1}{(1+\cos x)}\cdot\frac{(1-\cos x)}{(1-\cos x)}$$

$$=\frac{1+\cos x+1-\cos x}{1^2-\cos^2 x}$$

$$=\frac{2}{\sin^2 x}=2\,\frac{1}{\sin^2 x}$$

$$=2\csc^2 x=R.H.S$$

حيث

$$\sin^2 x=1-\cos^2 x$$

$$\csc x=\frac{1}{\sin x}$$

أثبت صحة المتطابقة:

$$\frac{\sin\theta}{1+\cos\theta}+\frac{1+\cos\theta}{\sin\theta}=2\csc\theta$$

توحيد مقامات

$$L.H.S=\frac{\sin^2\theta}{(1+\cos\theta)\sin\theta}+\frac{(1+\cos\theta)^2}{\sin\theta(1+\cos\theta)}$$

$$=\frac{\sin^2\theta+1+2\cos\theta+\cos^2\theta}{(1+\cos\theta)\sin\theta}$$

$\sin^2\theta+\cos^2\theta=1$

$$=\frac{2+2\cos\theta}{(1+\cos\theta)\sin\theta}=\frac{2(\cancel{1+\cos\theta})}{(\cancel{1+\cos\theta})\sin\theta}=\frac{2}{\sin\theta}=2\csc\theta$$

$$=R.H.S$$

أثبت صحة المتطابقة:

$$\tan x + \cot x = \sec x . \csc x$$

توحيد مقامات

$$L.H.S = \frac{\sin x}{\cos x} + \frac{\cos x}{\sin x} = \frac{\sin^2 x + \cos^2 x}{\cos x \cdot \sin x}$$

$$= \frac{1}{\cos x \cdot \sin x}$$

$$= \frac{1}{\cos x} \cdot \frac{1}{\sin x} = \sec x \cdot \csc x$$

$$= R.H.S$$

في حل المعادلات يجب أن تكون الأولى على الأولويات

حل المعادلة : $2\sin\theta + 1 = 0$

$\sin\theta = -\frac{1}{2} < 0$ $\therefore$ θ في الربع الثالث أو الرابع

$\sin\alpha = |\sin\theta| = \frac{1}{2}$ $\therefore$ نحسب الزاوية الإسناد

$\therefore \alpha = \sin^{-1}\left(\frac{1}{2}\right) = \frac{\pi}{6}$

عندما θ في الربع الثالث

$$\theta = \pi + \alpha + 2k\pi$$

$$\theta = \pi + \frac{\pi}{6} + 2k\pi$$

$$= \frac{7\pi}{6} + 2k\pi$$

$k \in \mathbb{Z}$

عندما θ في الربع الرابع

$$\theta = 2\pi - \alpha + 2k\pi$$

$$= 2\pi - \frac{\pi}{6} + 2k\pi$$

$$\theta = \frac{11\pi}{6} + 2k\pi$$

$k \in \mathbb{Z}$

$\therefore$ الحلول هي $\frac{7\pi}{6} + 2k\pi$, $\frac{11\pi}{6} + 2k\pi$ حيث $k \in \mathbb{Z}$

سما SAMA **حل المعادلة :** $\cos x = -\frac{1}{2}$ حيث $\boxed{0 \leqslant x < 2\pi}$

دورة واحدة لانشاء k

x في الربع الثاني أو الثالث $\cos\theta = -\frac{1}{2} < 0$

$\cos\alpha = \left|-\frac{1}{2}\right| = \frac{1}{2} \Rightarrow \alpha = \cos^{-1}\left(\frac{1}{2}\right) = \frac{\pi}{3}$

حيث x في الربع الثاني

$x = \pi - \alpha$

$x = \pi - \frac{\pi}{3}$

$= \frac{2\pi}{3}$

أو حيث x في الربع الثالث

$x = \pi + \alpha$

$x = \pi + \frac{\pi}{3}$

$x = \frac{4\pi}{3}$

الحلول هي : $\frac{2\pi}{3}$, $\frac{4\pi}{3}$

سما SAMA **حل المعادلة :** $\cos^2\theta + 3\cos\theta + 2 = 0$

نستخدم الآلة الحاسبة للحل

$a = 1$

$b = 3$

$c = 2$

$(\cos\theta + 2)\ (\cos\theta + 1) = 0$

إما

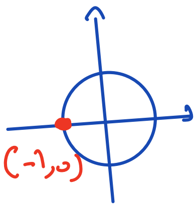
$\cos\theta + 1 = 0$

$\cos\theta = -1$

∴ لا نستخدم زاوية الإسناد

$\therefore\ \theta = \pi + 2k\pi$

حيث k عدد صحيح



أو

$\therefore\ \cos\theta + 2 = 0$

$\cos\theta = -2$

مرفوض

SAMA حل المعادلة : $2sin^2x - 3sinx - 2 = 0$

$(\sin x - 2)(2\sin x + 1) = 0$

$a = 2$
$b = -3$
$c = -2$

إما $2\sin x + 1 = 0$
$2\sin x = -1$
$\sin x = -\frac{1}{2} < 0$

$\therefore x$ تقع في الربع الثالث أو الربع الرابع

أو $\sin x - 2 = 0$
$\sin x = 2$
مرفوض
لأن
$-1 \leq \sin x \leq 1$

$\sin \alpha = |\sin x| = \frac{1}{2} \Rightarrow \alpha = \sin^{-1}(\frac{1}{2}) = \frac{\pi}{6} = 30^\circ$

عندما x في الربع الثالث

$x = \pi + \alpha + 2k\pi$
$= \pi + \frac{\pi}{6} + 2k\pi$
$= \frac{7\pi}{6} + 2k\pi$

أو x في الربع الرابع

$x = 2\pi - \alpha + 2k\pi$
$= 2\pi - \frac{\pi}{6} + 2k\pi$
$= \frac{11\pi}{6} + 2k\pi$

$k \in Z$

SAMA حل المعادلة : $3\sin\theta + 1 = \sin\theta$ حيث $0 \leq \theta < 2\pi$

$3\sin\theta - \sin\theta = -1$
$2\sin\theta = -1 \Rightarrow \sin\theta = -\frac{1}{2} < 0$

تقع في الربع الثالث أو الربع الرابع

$\sin\alpha = |\sin\theta| = \frac{1}{2} \Rightarrow \alpha = \frac{\pi}{6}$

عندما θ في الربع الثالث

$\theta = \pi + \alpha$
$= \pi + \frac{\pi}{6}$
$\boxed{\theta = \frac{7\pi}{6}}$

أو θ في الربع الرابع

$\theta = 2\pi - \alpha$
$= 2\pi - \frac{\pi}{6}$
$\boxed{\theta = \frac{11\pi}{6}}$

فقط حلين

حل المعادلة : $5\ \sin\theta - 3 = \sin\theta$

$5\sin\theta - \sin\theta = 3$

$4\sin\theta = 3 \Rightarrow \sin\theta = \frac{3}{4} > 0$

$\therefore$ θ تقع في الربع الأول أو الربع الثاني

وليكن $\sin\alpha = |\sin\theta| = \frac{3}{4} \Rightarrow \theta = \sin^{-1}\left(\frac{3}{4}\right) = 0.848$

عندما θ في الربع الأول

$\theta = \alpha + 2k\pi$

$= 0.848 + 2k\pi$

عندما θ في الربع الثاني

$\theta = \pi - \alpha + 2k\pi$

$= \pi - 0.848 + 2k\pi$

$\theta = 2.2935 + 2k\pi$

حيث k عدد صحيح

حل المعادلة : $\sin\theta\cos\theta - \cos\theta = 0$

عامل مشترك $\cos\theta$

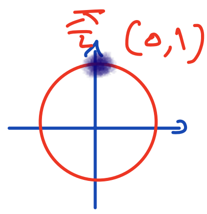
$\cos\theta\,(\sin\theta - 1) = 0$

إما

$\sin\theta - 1 = 0$

$\sin\theta = 1$

$\therefore\ \theta = \frac{\pi}{2} + 2k\pi$

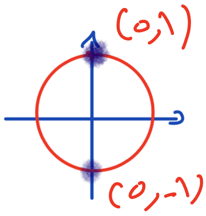


أو

$\cos\theta = 0$

$\theta = \frac{\pi}{2} + 2k\pi$

$\theta = \frac{3\pi}{2} + 2k\pi$



$\therefore$ الحل: $\frac{3\pi}{2} + 2k\pi$, $\theta = \frac{\pi}{2} + 2k\pi$, $\boxed{k \in \mathbb{Z}}$

ملاحظة: دوما إذا كانت $\sin\theta$ أو $\cos\theta$ قيمتها في $\{-1, 0, 1\}$ تكون نقاط على دائرة الوحدة ولا يوجد زاوية إسناد
علما أن أي نقطة مثلثية هي $(\cos\theta, \sin\theta)$

إذا كان: $\pi < \theta < \frac{3\pi}{2}$, $\sin\theta = \frac{-3}{5}$ ، فأوجد:

(1) $\sin\left(\frac{\theta}{2}\right)$ (2) $\tan(2\theta)$

θ تقع في الربع الثالث

$\sin^2\theta + \cos^2\theta = 1$

$\cos\theta = \mp\sqrt{1-\sin^2\theta}$

$= \mp\sqrt{1-\left(\frac{-3}{5}\right)^2} = \mp\frac{4}{5}$

$\cos\theta = -\frac{4}{5}$ ∵ θ في الربع الثالث ∴

$\tan\theta = \frac{\sin\theta}{\cos\theta} = \frac{3}{4}$

$\pi < \theta < \frac{3\pi}{2}$

$\frac{\pi}{2} < \frac{\theta}{2} < \frac{3\pi}{4}$ في الربع الثاني

$\sin\frac{\theta}{2} > 0$ في الربع الثاني

$\sin\frac{\theta}{2} = +\sqrt{\frac{1-\cos\theta}{2}}$

$= \sqrt{\frac{1-\frac{-4}{5}}{2}} = \frac{3\sqrt{10}}{10}$

$\tan 2\theta = \frac{2\tan\theta}{1-\tan^2\theta}$

$= \frac{2\left(\frac{3}{4}\right)}{1-\left(\frac{3}{4}\right)^2} = \frac{24}{7}$

إذا كان $\pi < \theta < \frac{3\pi}{2}$, $\sin\theta = \frac{-1}{\sqrt{2}}$ فأوجد $\sin 2\theta$

θ في الربع الثالث ، $\frac{\theta}{2}$ في الربع الثاني

$\sin^2\theta + \cos^2\theta = 1 \Rightarrow \cos\theta = \mp\sqrt{1-\sin^2\theta}$

θ ربع ثالث ∴ $\cos\theta = -\sqrt{1-\left(\frac{-1}{\sqrt{2}}\right)^2} = \frac{-\sqrt{2}}{2} = -\frac{1}{\sqrt{2}}$

$\sin 2\theta = 2\sin\theta\cdot\cos\theta$

$= 2\cdot\frac{-1}{\sqrt{2}}\cdot\frac{-\sqrt{2}}{2} = 1$

إذا كان $180° < \theta < 270°$ ، $\sin\theta = \frac{-24}{25}$ ، أوجد $\sin\frac{\theta}{2}$ ، $\sin 2\theta$

θ في الربع الثالث ، $\frac{\theta}{2}$ في الربع الثاني

$\sin^2\theta + \cos^2\theta = 1 \Rightarrow \cos\theta = -\sqrt{1-\sin^2\theta}$

$= -\sqrt{1-\left(\frac{-24}{25}\right)^2} = \frac{-7}{25}$

في الربع الثاني $\frac{\theta}{2}$: $\sin\frac{\theta}{2} = +\sqrt{\frac{1-\cos\theta}{2}} = \sqrt{\frac{1-\frac{-7}{25}}{2}} = \frac{4}{5}$

$\sin 2\theta = 2\sin\theta\cdot\cos\theta = 2\left(\frac{-24}{25}\right)\left(\frac{-7}{25}\right) = \frac{336}{625}$

إذا كان $0 < \alpha < \frac{\pi}{2}$ ، $\sin\alpha = \frac{4}{5}$ ، $\pi < \beta < \frac{3\pi}{2}$ ، $\cos\beta = \frac{-12}{13}$

أوجد كلاً مما يلي :

(1) $\sin(\alpha+\beta)$ (2) $\tan 2\beta$

co (3) $\cos\left(\alpha+\frac{\pi}{2}\right)$

$\boxed{\sin^2 x + \cos^2 x = 1}$

α في الربع الأول

$\cos\alpha = +\sqrt{1-\sin^2\alpha}$

$= +\sqrt{1-\left(\frac{4}{5}\right)^2} = \frac{3}{5}$

$\boxed{\tan\alpha = \frac{4}{3}}$

$\sin\alpha = \frac{4}{5}$ ، $\cos\alpha = \frac{3}{5}$

β في الربع الثالث

$\sin\beta = -\sqrt{1-\left(\frac{-12}{13}\right)^2}$

$\boxed{\sin\beta = \frac{-5}{13}}$ $\boxed{\cos\beta = \frac{-12}{13}}$

$\boxed{\tan\beta = \frac{\sin\beta}{\cos\beta} = \frac{5}{12}}$

① $\sin(\alpha+\beta) = \sin\alpha\cdot\cos\beta + \cos\alpha\cdot\sin\beta$

$= \frac{4}{5}\cdot\frac{-12}{13} + \frac{3}{5}\cdot\frac{-5}{13} = \frac{-63}{65}$

② $\tan 2\beta = \frac{2\tan\beta}{1-\tan^2\beta} = \frac{2\left(\frac{5}{12}\right)}{1-\left(\frac{5}{12}\right)^2} = \frac{-120}{119}$

③ $\cos\left(\alpha+\frac{\pi}{2}\right) = \cos\alpha\cdot\cos\frac{\pi}{2} - \sin\alpha\cdot\sin\frac{\pi}{2}$

$= \frac{3}{5}\cdot(0) - \frac{4}{5}(1)$

$= -\frac{4}{5}$

استخدم متطابقات المجموع والفرق في إيجاد القيمة الدقيقة.

(1) $\sqrt{2}\sin\left(x-\frac{\pi}{4}\right)$

(2) $\sin\left(\frac{\pi}{3}+x\right)-\sin\left(\frac{\pi}{3}-x\right)$

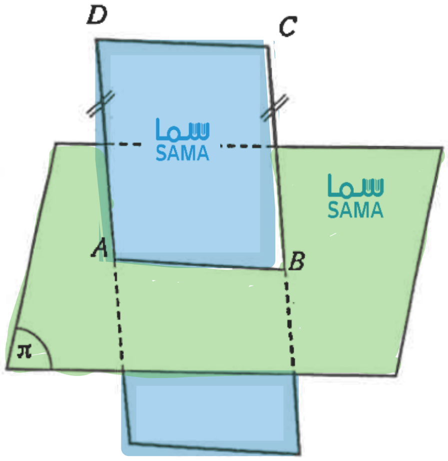
$$\sqrt{2}\sin\left(x-\frac{\pi}{4}\right)=\sqrt{2}\left(\sin x\cdot\cos\frac{\pi}{4}-\cos x\cdot\sin\frac{\pi}{4}\right)$$
$$=\sqrt{2}\left[\sin x\ \frac{\sqrt{2}}{2}-\cos x\cdot\frac{\sqrt{2}}{2}\right]$$
$$=\sin x-\cos x$$

$$\sin\left(\frac{\pi}{3}+x\right)-\sin\left(\frac{\pi}{3}-x\right)$$
$$=\cancel{\sin\frac{\pi}{3}\cos x}+\cos\frac{\pi}{3}\cdot\sin x-\left(\cancel{\sin\frac{\pi}{3}\cdot\cos x}-\cos\frac{\pi}{3}\cdot\sin x\right)$$
$$=2\cos\frac{\pi}{3}\cdot\sin x$$
$$=2\ \frac{1}{2}\cdot\sin x=\sin x$$

1) أكمل ما يلي :

إذا وازى مستقيم خارج مستو مستقيماً في المستوي فإنه عمودي على المستوي

2) في الشكل المقابل :



$\overleftrightarrow{AB} \subset \pi$ ، $\overleftrightarrow{AD} // \overleftrightarrow{BC}$ ، $AD = BC$

أثبت أن : $\overleftrightarrow{CD} // \pi$

$\because$ $AD = BC$, $\overleftrightarrow{AD} // \overleftrightarrow{BC}$

$\therefore$ الشكل يكون الرباعي $ABCD$ متوازي أضلاع

$\because$ $ABCD$ متوازي أضلاع

$\therefore$ $\overline{DC} // \overline{AB}$

$\because$ $\overline{DC} // \overline{AB}$, $\overleftrightarrow{AB} \subset \pi$ $\therefore$ $\overline{DC} // \pi$ نظرية

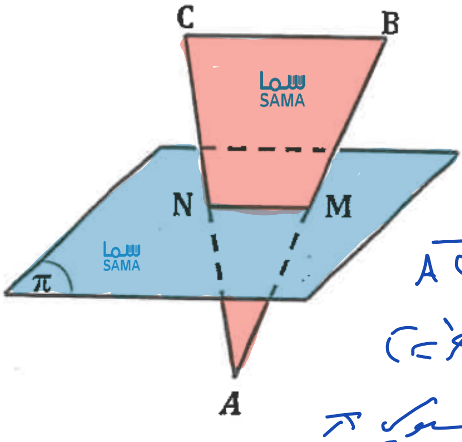
(1) أكمل ما يلي :

إذا وازي مستقيما خارج مستوى مستقيما في المستوى عموديا على المستوى

(2) في الشكل المقابل : المثلث ABC فيه M منتصف $\overline{AB}$ ، N منتصف $\overline{AC}$

N, M تنتميان الى المستوى π

أثبت أن : $\overleftrightarrow{BC} // \pi$



في المثلث ABC

M منتصف $\overline{AB}$ ، N منتصف $\overline{AC}$

$\therefore$ $\overline{MN} // \overline{CB}$ (نظرية)

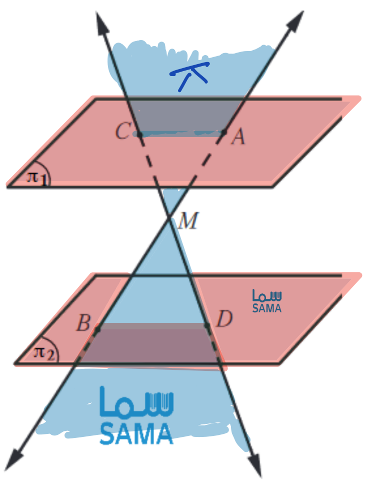
و $\because$ M ، N تنتميان للمستوى π

$\therefore$ $\left.\begin{array}{l}\overline{CB} // \overline{MN} \\ \overline{MN} \subset \pi\end{array}\right)$ $\therefore$ $\overline{CB} // \pi$ نظرية

في الشكل المقابل π_1، π_2 مستويان متوازيان، M نقطة واقعة بينهما،

حيث $\overleftrightarrow{AB} \cap \overleftrightarrow{CD} = \{M\}$

أثبت أن: $\frac{AM}{MB} = \frac{AC}{BD}$



$\overleftrightarrow{AB} \cap \overleftrightarrow{CD} = \{M\}$

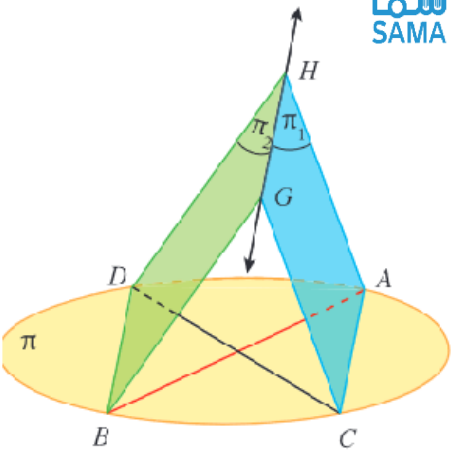
$\therefore$ يعينان مستوي π

$\because$ $\left.\begin{array}{l}\pi_1 // \pi_2 \\ \pi_1 \cap \pi = \overleftrightarrow{AC} \\ \pi_2 \cap \pi = \overleftrightarrow{BD}\end{array}\right)$ $\therefore$ $\overleftrightarrow{AC} // \overleftrightarrow{BD}$ نظرية

$\therefore$ $\triangle AMC \sim \triangle BMD$

$\therefore$ ينتج أن $\frac{MC}{MD} = \frac{AM}{MB} = \frac{AC}{BD}$

وصو المطلوب



في الشكل المقابل : $\overline{AB}$, $\overline{CD}$ قطران في مستوى الدائرة π

$\pi_1 \cap \pi_2 = \overleftrightarrow{GH}$ ، أثبت أن مستوى الدائرة π يوازي $\overleftrightarrow{GH}$

$\because$ $\overline{AB}$ ، $\overline{CD}$ قطرين في الدائرة

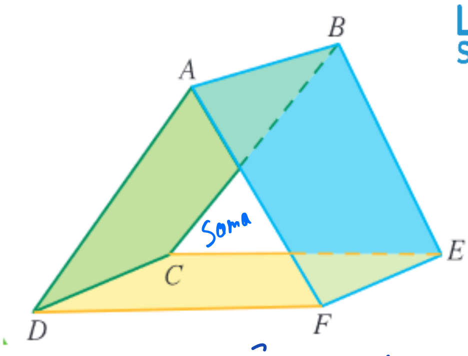
$\therefore$ يكون الشكل $ACBD$ مستطيل

لأن قطره متطابقان ومتناصفان

$\therefore$ $\overline{BD} \parallel \overline{AC}$

$\because$ $\overline{AC} \parallel \overline{BD}$, $\overline{AC} \subset \pi_1$, $\overline{BD} \subset \pi_2$, $\pi_1 \cap \pi_2 = GH$ $\therefore$ $\overline{AC} \parallel \overline{BD} \parallel \overline{GH}$ نتيجة

$\because$ $\overline{AC} \subset \pi$, $\overline{AC} \parallel \overline{GH}$ $\therefore$ $\overline{GH} \parallel \pi$ نظرية



في الشكل المقابل:

$ABEF$, $ABCD$ مستطيلان

أثبت أن: $(AFD) \parallel (BEC)$

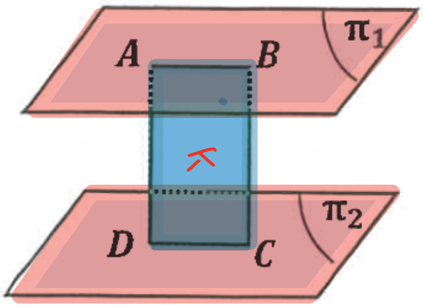
$\because$ $ABEF$ (مستطيل), $ABCD$ (مستطيل) $\Rightarrow$ $\overline{AB} \perp \overline{BE}$, $\overline{AB} \perp \overline{BC}$ $\therefore$ $\overline{AB} \perp (BCE)$ نظرية ①

$\because$ $ABEF$ (مستطيل), $ABCD$ (مستطيل) $\Rightarrow$ $\overline{AB} \perp \overline{AF}$, $\overline{AB} \perp \overline{AD}$ $\therefore$ $\overline{AB} \perp (ADF)$ نظرية ②

من ① ، ②

$\overline{AB} \perp (BCE)$, $\overline{AB} \perp (ADF)$ $\therefore$ $(BCE) \parallel (ADF)$ نظرية

في الشكل المقابل : $\pi_1 // \pi_2$ ، A, B نقطتان في π_1 ،
C, D نقطتان في π_2 حيث A, B, C, D في مستوى واحد
$\overline{BC} \perp \pi_2$, $\overline{AD} \perp \pi_2$ ،
اثبت ان $ABCD$ مستطيل



A, B, C, D تعين مستوي وحيد ليكن π

$$\left.\begin{array}{l} \pi_1 // \pi_2 \\ \pi \cap \pi_1 = \overleftrightarrow{AB} \\ \pi \cap \pi_2 = \overleftrightarrow{CD} \end{array}\right\} \therefore \overleftrightarrow{AB} // \overleftrightarrow{CD} \quad \text{---} (1)$$

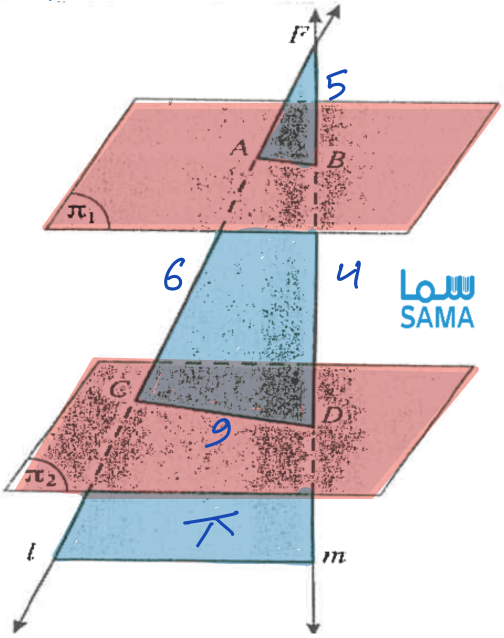
وأيضاً
$$\because \left.\begin{array}{l} \overleftrightarrow{AD} \perp \pi_2 \\ \overleftrightarrow{BC} \perp \pi_2 \end{array}\right\} \therefore \overleftrightarrow{AD} // \overleftrightarrow{BC} \quad (2)$$

من (1) ، (2) يكون الشكل $ABCD$ يكون متوازي أضلاع

$$\left.\begin{array}{l} \overleftrightarrow{AD} \perp \pi_2 \\ \overleftrightarrow{DC} \subset \pi_2 \end{array}\right\} \therefore \overleftrightarrow{AD} \perp \overleftrightarrow{DC}$$

$\therefore$ الشكل $ABCD$ متوازي أضلاع فيه زاوية قائمة

فهو مستطيل



في الشكل المقابل π_1 , π_2 مستويين متوازيين ،
$\overleftrightarrow{l}$, $\overleftrightarrow{m}$ مستقيمان متقاطعان في F و يقطعان كلا من
π_1 في A , B ، π_2 في C , D ، إذا كان $FB = 5cm$
$CD = 9cm$, $AC = 6cm$, $BD = 4cm$
فأوجد محيط المثلث FAB

$\because \overleftrightarrow{l} \cap \overleftrightarrow{m} = \{F\}$
$\therefore$ يعينان مستوى π
$\pi_1 \parallel \pi_2$
$\pi \cap \pi_1 = \overleftrightarrow{AB}$
$\pi \cap \pi_2 = \overleftrightarrow{CD}$ $\therefore \overleftrightarrow{AB} \parallel \overleftrightarrow{CD}$

$\therefore$ يكون المثلثان $\triangle FAB \sim \triangle FCD$ متشابهان

$\therefore \frac{FA}{FC} = \frac{FB}{FD} = \frac{AB}{CD}$ $\therefore \frac{FA}{FA+6} = \frac{5}{9} = \frac{AB}{9}$

$\therefore \frac{5}{9} = \frac{AB}{9}$

$\therefore AB = 5$ cm

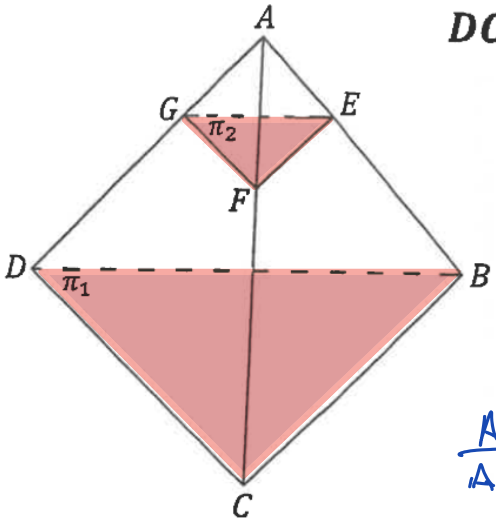
$\frac{FA}{FA+6} = \frac{5}{9}$

$9FA = 5FA + 30$
$9FA - 5FA = 30$
$4FA = 30 \Rightarrow FA = 7.5$ cm

$\therefore$ محيط المثلث $FAB = FA + FB + BA$
المحيط $= 5 + 5 + 7.5 = 17.5$ cm

في الشكل المقابل ، $ABCD$ هرم ثلاثي ، المستويان π_1, π_2 متوازيان

إذا كان $\frac{AE}{EB} = \frac{1}{3}$, $FG = 6\ cm$ فأوجد DC



$(ABC) \cap \pi_1 = \overline{CB}$
$\pi_2 \cap (ACB) = \overline{FE}$
$\pi_1 // \pi_2$

$\therefore \overline{CB} // \overline{FE}$ (1)

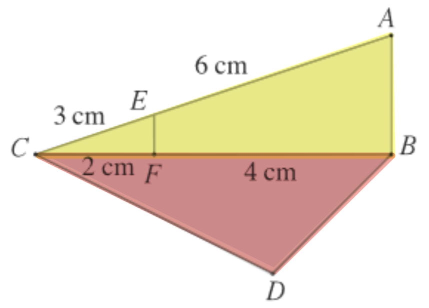
من التشابه للمثلثات

$\frac{AE}{AB} = \frac{AF}{AC} = \frac{1}{1+3} = \frac{1}{4}$

$\because \pi_1 // \pi_2$
$(ADC) \cap \pi_1 = \overline{DC}$
$(ADC) \cap \pi_2 = \overline{GF}$
$\therefore \overline{DC} // \overline{GF}$ (2)

$\therefore \frac{AF}{AC} = \frac{AG}{AD} = \frac{GF}{DC} = \frac{1}{4}$

$\frac{1}{4} = \frac{6}{DC} \Rightarrow D = 24\ cm$



في الشكل المقابل إذا كان $\overline{AB} \perp (BCD)$

وكان $CE = 3\,\text{cm}$, $EA = 6\,\text{cm}$, $CF = 2\,\text{cm}$, $FB = 4\,\text{cm}$

أثبت أن: $\overline{EF} \perp \overline{DB}$

في المثلث ABC

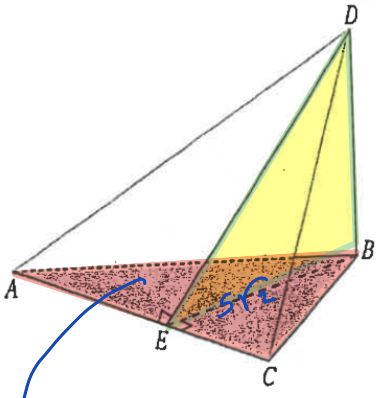
$\because$ $\frac{CE}{EA} = \frac{1}{2}$, $\frac{CF}{FB} = \frac{1}{2}$

$\therefore$ $\frac{CE}{EA} = \frac{CF}{FB} = \frac{1}{2}$ حسب عكس طاليس

يكون $\overline{EF} \parallel \overline{AB}$

ولكن $\overline{AB} \perp (BCD)$ معطى

$\therefore$ $\overleftrightarrow{EF} \perp (BCD)$ نتيجة



في الشكل المقابل D نقطة خارج مستوي المثلث ABC

$BD = 5cm\ ,\ AB = 10\ cm\ ,\ m(B\hat{A}C) = 45^\circ$

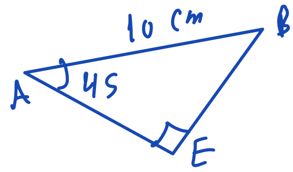
$\overline{BD} \perp (ABC)\ ,\ \overline{BE} \perp \overline{AC}\ ,\ \overline{DE} \perp \overline{AC}$

أوجد : 1) BE

2) قياس الزاوية الزوجية بين المستويين $BAC\ ,DAC$

∵ $\overline{BE} \perp \overline{AC}$

∴ المثلث AEB قائم في E



∴ $\sin 45 = \frac{\text{المقابل}}{\text{الوتر}} = \frac{BE}{10}$

∴ $BE = 10 \times \sin 45 = 5\sqrt{2}$

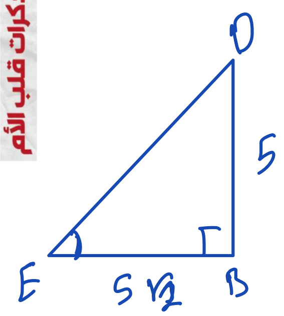
(2) ∵ $(BAC) \cap (DAC) = \overleftrightarrow{AC}$ هي الحافة المشترك

∵ $\overline{BE} \perp \overline{AC}$ ، $\overline{BE} \subset (ABC)$

، $\overline{DE} \perp \overline{AC}$ ، $\overline{DE} \subset (DAC)$

∴ الزاوية المستوية للزاوية الزوجية هي $D\hat{E}B$

∵ $\overline{DB} \perp (ABC)$ ، $\overline{EB} \subset (ABC)$ ∴ $\overline{DE} \perp \overline{EB}$



من المثلث القائم EBD نلاحظ أن

$\tan E = \frac{\text{المقابل}}{\text{المجاور}} = \frac{5}{5\sqrt{2}}$

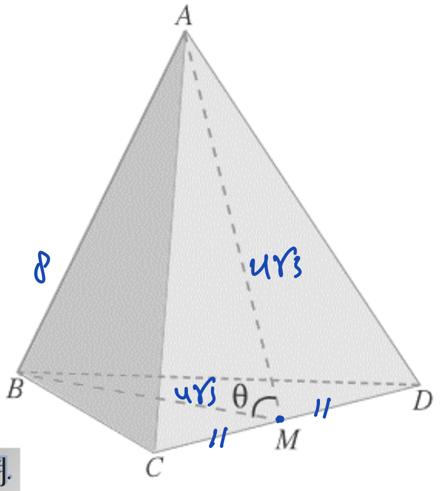
$\theta = m(D\hat{E}B)$

∴ $\tan(\theta) = \frac{5}{5\sqrt{2}} \Rightarrow \theta = \tan^{-1}\left(\frac{5}{5\sqrt{2}}\right)$

$\theta = 35.3^\circ$

يبيّن الشكل المقابل هرمًا ثلاثي القاعدة أوجهه مثلثات متطابقة الأضلاع طول حرفه 8 cm

M منتصف $\overline{DC}$



a حدد الزاوية المستوية بين المستويين ADC , BDC

b أوجد قياس الزاوية المستوية للزاوية الزوجية $\overleftrightarrow{DC}$

$(ADC) \cap (BDC) = \overline{DC}$ الحافة المشتركة

من خواص المثلث المتطابق الأضلاع أن المتوسط يكون عمود

$\because \overline{AM} \perp \overline{DC}$ ، $\overline{AM} \subset (ADC)$

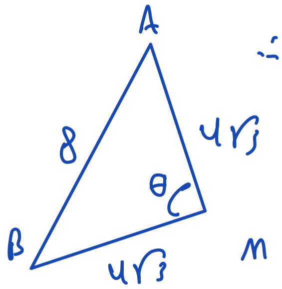
وأيضًا $\overline{BM} \perp \overline{DC}$

$\overline{BM} \subset (BDC)$

$\therefore$ الزاوية الزوجية بين المستويين هي $A\hat{M}B$

(2) الارتفاع في مثلث متطابق الأضلاع هو $\frac{\text{طول الضلع} \cdot \sqrt{3}}{2}$

$\therefore AM = BM = \frac{8 \cdot \sqrt{3}}{2} = 4\sqrt{3}$



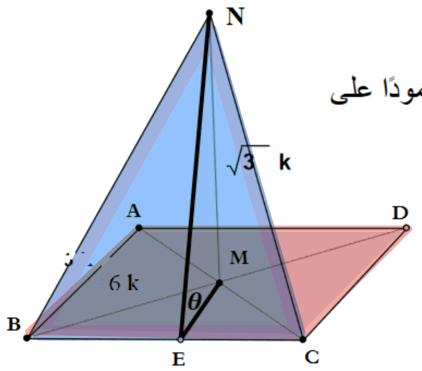
$$\cos\theta = \frac{(4\sqrt{3})^2 + (4\sqrt{3})^2 - 8^2}{2(4\sqrt{3})\cdot(4\sqrt{3})}$$ حسب قانون جيب تمام

$$\theta = \cos^{-1}\left(\frac{1}{3}\right) \approx 70.528^\circ$$

وهو قياس الزاوية الزوجية المستوية

$$m(ADC, \overline{DC}, BDC) = 70.528^\circ$$

في الشكل المجاور



ABCD مستطيل تقاطع قطراه في M ، وفيه AB = 6 k أقيم $\overline{MN}$ عمودًا على (ABCD) حيث N خارج مستواه بحيث $MN = \sqrt{3}\,k$

فأوجد قياس الزاوية الزوجيه بين المستويين NBC , (ABCD)

العمل : نأخذ E منتصف $\overline{BC}$ و نصل $\overline{BC}$

الحافة المشتركة بين المستويين $\overline{BC}$.

$\because \overline{MN} \perp (ABCD)$, $BC \subset (ABCD)$ $\therefore \overline{MN} \perp \overline{BC}$ --- (1)

من خواص المستطيل يكون قطراه متناصفان ومتطابقان

$\therefore$ M منتصف $\overline{AC}$ ، E منتصف $\overline{BC}$ إذاً

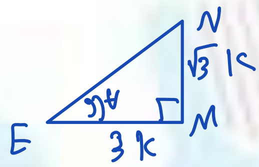
$\therefore \overline{ME} \parallel \overline{BA}$, $ME = \frac{1}{2} BA = 3cm$

$\overline{ME} \perp \overline{BC}$ — (2)

من (1) ، (2) يكون الزاوية المستوية للزاوية الزوجية بين المستويين هي $N\hat{E}M$

$\because \overline{MN} \perp (ABCD)$, $\overline{EM} \subset (ABCD)$ $\therefore \overline{MN} \perp \overline{EM}$

$\therefore$

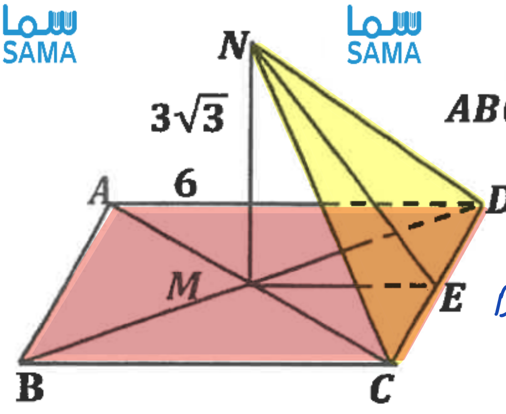


$\tan\theta = \frac{\text{المقابل}}{\text{المجاور}} = \frac{\sqrt{3}k}{3k} = \frac{\sqrt{3}}{3}$

$\therefore \theta = \text{shift} \tan\left(\frac{\sqrt{3}}{3}\right) = \frac{\pi}{6} = 30^\circ$

$\theta = \tan^{-1}\left(\frac{\sqrt{3}}{3}\right) = 30 = \frac{\pi}{6}$

$ABCD$ مستطيل تقاطع قطراه في M ، و فيه $AD = 6cm$
أقيم $\overline{NM}$ عمودا على $(ABCD)$ حيث N خارج مستواه
بحيث $MN = 3\sqrt{3}\ cm$ ، E منتصف $\overline{CD}$
أوجد قياس الزاوية الزوجية بين المستويين $ABCD$, NCD



الحافة المشتركة $\overline{DC}$

E منتصف $\overline{CD}$ ، وأقطار المستطيل متطابقة

ومتناصفة ∴ M منتصف $\overline{AC}$ ، ومنتصف DB

$\overline{EM} \perp \overline{DC}$

$\overline{EM} \subset (ABCD)$

$\because \overline{NM} \perp (ABCD)$, $\overline{CD} \subset (ABCD)$

$\therefore \overline{MN} \perp \overline{CD}$

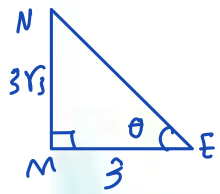
∴ الزاوية الزوجية هي $N\hat{E}M$ حيث $\overline{CD} \perp (NEM)$

في المثلث ACD ، E منتصف $\overline{CD}$ ، M منتصف $\overline{AC}$

$\therefore EM = \frac{1}{2}CD = 3$, $\overline{EM} \parallel \overline{AD}$

$\because NM \perp (ABCD)$, $(\overline{EM}) \subset (ABCD)$

$\therefore \overline{MN} \perp \overline{EM}$



$$\tan\theta = \frac{3\sqrt{3}}{3} = \sqrt{3}$$

$$\therefore \theta = \tan^{-1}(\sqrt{3})$$

$$\therefore \theta = 60^\circ = \frac{\pi}{3}$$

$$m(ABCD\ ,\ \overline{CD}\ ,\ NCD) = \frac{\pi}{3}$$

1	الصورة الجبرية للعدد: $\sqrt{-4}+3$ هي: $3+2i$	✓
2	الصورة المبسّطة للتعبير: $(12+5i)-(2-i)$ هي: $10+6i$	✓
3	الإحداثيات القطبية للنقطة: $M\left(\frac{-\sqrt{2}}{2},\frac{-\sqrt{2}}{2}\right)$ هي: $M\left(1,\frac{5\pi}{4}\right)$	✓
4	الإحداثيات الديكارتية للنقطة: $B(\sqrt{2},135°)$ هي: $B(-1,1)$	✓
5	مرافق العدد المركب: $z=3+4i$ هو: $\overline{z}=-3-4i$	✗
6	الصورة الجبرية للعدد المركب: $z=\sqrt{2}\left(\cos\frac{7\pi}{4}+i\sin\frac{7\pi}{4}\right)$ هي: $z=1-i$	✓
7	إذا كان z_1, z_2 جذران تربيعيان للعدد z فإن $z_1+z_2=0$	✓
8	حل المعادلة: $2z+\overline{z}-3-5i=0$ هو: $z=1-5i$	✗
9	المعكوس الجمعي للعدد المركب $z=3-2i$ هو: $-z=3+2i$	✗
10	إذا كان $z_1=5i+2$ ، $z_2=-3-i$ فإنّ $\left(\frac{z_1}{z_2}\right)$ تساوي: (a) $\frac{1}{10}+\frac{17}{10}i$ (b) $\frac{-1}{10}-\frac{17}{10}i$ (c) $\frac{-1}{10}+\frac{17}{10}i$ (d) $\frac{1}{10}-\frac{17}{10}i$	
11	$(6-2i+3i^5)^2$ تساوي: (a) $35-12i$ (b) $35+12i$ (c) $81-12i$ (d) $81+12i$	
12	حل المعادلة $(3-4i)z=5-2i$ هو: (a) $\frac{5}{3}+\frac{1}{2}i$ (b) $\frac{5}{3}-\frac{1}{2}i$ (c) $\frac{23}{25}+\frac{14}{25}i$ (d) $\frac{23}{25}-\frac{14}{25}i$	
13	الصورة الجبرية للعدد المركب: $z=(1+2i)^2$ هي: (a) $z=-3+4i$ (b) $z=5+4i$ (c) $z=-3$ (d) $z=5$	

الجذران التربيعيان للعدد المركب: $z = 33 - 56i$ هما: a $\begin{cases} z_1 = -7-4i \\ z_2 = 7+4i \end{cases}$ b $\begin{cases} z_1 = 7-4i \\ z_2 = -7+4i \end{cases}$ c $\begin{cases} z_1 = 7+4i \\ z_2 = 7-4i \end{cases}$ d $\begin{cases} z_1 = -7-4i \\ z_2 = -7+4i \end{cases}$	14
$\forall n \in \mathbb{Z}^+$ فإنّ قيمة $(i^{2n+2} + i^{2n+8})$ تساوي: a 1 b 0 c -1 d i^{-2n}	15
قيمة i^{40} تساوي a -1 b $-i$ c 1 d i	16
مجموعة حل المعادلة: $z^2 - 4z + 20 = 0$ هي: a $\{2-4i, -2-4i\}$ b $\{-2+4i, -2-4i\}$ c $\{2-4i, -2+4i\}$ d $\{2-4i, 2+4i\}$	17
أبسط صورة للتعبير: $(3+\sqrt{-4})(4+\sqrt{-9})$ هي: a $18+17i$ b $18+3\sqrt{-9}+4\sqrt{-4}$ c $6+17i$ d 18	18
ليكن $x \in \mathbb{Z}^+$ فإنّ مجموعة قيم x التي تجعل العدد $(5+i^x)$ عددًا حقيقيًّا هي: a $\mathbb{Z}^+$ b $\{0,2,4,6,\ldots\}$ c $\{1,3,5,\ldots\}$ d $\{2,4,6,\ldots\}$	19
الصورة المثلثية للعدد المركب: $z = \frac{-4}{1-i}$ حيث $0 \leqslant \theta < 2\pi$ هي: a $z = 4\left(\cos\frac{5\pi}{4} + i\sin\frac{5\pi}{4}\right)$ b $z = 2\sqrt{2}\left(\cos\frac{5\pi}{4} + i\sin\frac{5\pi}{4}\right)$ c $z = 2\sqrt{2}\left(\cos\frac{3\pi}{4} + i\sin\frac{3\pi}{4}\right)$ d $z = 2\sqrt{2}\left(\cos\frac{7\pi}{4} + i\sin\frac{7\pi}{4}\right)$	20

في الدالة f حيث $f(x) = a\cos bx$ يكون: $2\lvert a \rvert = \max f + \min f$	21

22	في المثلث ABC: $m(\widehat{B}) = 80°$, $AB = 12\text{ cm}$, $AC = 16\text{ cm}$ فإنّ: $m(\widehat{C}) = 50°$	✓
23	في كل مثلث ABC يكون: $\frac{a}{\sin\alpha} = \frac{b}{\sin\beta} = \frac{\sin\gamma}{c}$	✗
24	في المثلث ABC: $b^2 + c^2 < 2bc\cos A$	✗
25	إذا كانت أطوال أضلاع مثلث تساوي $5\text{ cm}, 8\text{ cm}, 12\text{ cm}$ فإن قياس الزاوية الكبرى في هذا المثلث يساوي حوالي $133.4°$	✓
26	في المثلث ABC: $m(\widehat{A}) = 60°$, $BC = 44\text{ cm}$, $AB = 20\text{ cm}$ فإنّ: $AC \approx 50.5\text{ cm}$	✓
27	إن معرفة قياس إحدى زوايا مثلث هو شرط ضروري لإيجاد مساحته.	✗
28	في المثلث ABC: $BC = 5\text{ cm}$, $AB = 7\text{ cm}$, $AC = 9\text{ cm}$ فإن مساحة المثلث ABC تساوي حوالي 15 cm^2	✗
29	لا يمكن استخدام قاعدة هيرون إذا كان المثلث قائم الزاوية.	✗
30	الدالة $y = 3\tan\left(\frac{3}{4}x\right)$ دورتها $\frac{4}{3}\pi$	✓

33 معادلة الدالة المثلثية $y = a\sin(bx)$ حيث السعة 3 والدورة $\frac{\pi}{2}$ يمكن أن تكون:

- (a) $y = 3\sin\left(\frac{\pi}{2}x\right)$ أو $y = -3\sin\left(\frac{\pi}{2}x\right)$
- (b) $y = 3\sin\left(\frac{2}{\pi}x\right)$ أو $y = -3\sin\left(\frac{2}{\pi}x\right)$
- (c) $y = 3\sin\left(\frac{\pi}{4}x\right)$ أو $y = -3\sin\left(\frac{\pi}{4}x\right)$
- (d) $y = 3\sin(4x)$ أو $y = -3\sin(4x)$ ✔

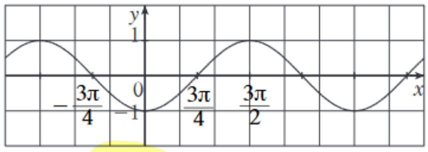
34 إذا كان: $m(\widehat{C}) = 40°$, $b = 3\text{ cm}$, $a = 2\text{ cm}$ فإن مساحة المثلث ABC تساوي حوالي:

- (a) 4.6 cm^2
- (b) 3.86 cm^2
- (c) 1.93 cm^2 ✔
- (d) 2.3 cm^2

35 مساحة مثلث متطابق الأضلاع طول ضلعه a هي:

- (a) $\frac{a^2\sqrt{3}}{4}\text{ units}^2$ ✔
- (b) $a^2\text{ units}^2$
- (c) $\frac{1}{2}a^2\text{ units}^2$
- (d) $\frac{a^2\sqrt{3}}{2}\text{ units}^2$

36 ليكن g دالة دورية بيانها كما في الشكل التالي فإن الدورة تساوي:



ⓐ π ⓑ 2π ⓒ 3π ⓓ $\frac{6\pi}{4}$

37 معادلة الدالة المثلثية $y = \tan(bx)$ حيث الدورة $\frac{3}{4}$ يمكن أن تكون:

ⓐ $y = \tan\left(\frac{4}{3}\pi x\right)$ ⓑ $y = \tan\left(\frac{3}{4}x\right)$

ⓒ $y = \tan\left(\frac{4}{3}x\right)$ ⓓ $y = \tan\left(\frac{3}{4}\pi x\right)$

38 **مساحة المثلث الذي أطوال أضلاعه $5\ cm, 6\ cm, 7\ cm$ هي :**

ⓐ $6\sqrt{6}\ cm^2$ ⓑ $12\sqrt{6}\ cm^2$

ⓒ $6\sqrt{3}\ cm^2$ ⓓ $12\sqrt{3}\ cm^2$

39 مثلث قياسات زواياه: $50°, 60°, 70°$، طول أصغر ضلع فيه هو 9 cm
طول أطول ضلع حوالي:

ⓐ 11 cm ⓑ 11.5 cm ⓒ 12 cm ⓓ 12.5 cm

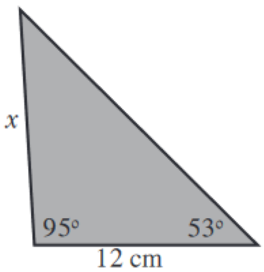
40 **إذا كان: $m(\hat{C}) = 40°$, $a = 2cm, b = 3cm$ فإن مساحة المثلث ABC تساوي حوالي:**

ⓐ $4.6\ cm^2$ ⓑ $3.86\ cm^2$ ⓒ $1.93\ cm^2$ ⓓ $2.3\ cm^2$

41 مساحة المثلث الذي أطوال أضلاعه 7 cm , 8 cm , 9 cm هي:

ⓐ $6\sqrt{15}\ cm^2$ ⓑ $12\sqrt{5}\ cm^2$ ⓒ $16\sqrt{3}\ cm^2$ ⓓ $18\sqrt{3}\ cm^2$

42 في المثلث المقابل، x تساوي حوالي:



ⓐ 8.6 cm ⓑ 15 cm

ⓒ 18.1 cm ⓓ 19.2 cm

43	$\sec x - \cos x = \tan x \ \sin x$ تمثل متطابقة. ✓
44	$\cos(h + \frac{\pi}{2}) = -\cos h$ ✗
45	$\tan^2\frac{\pi}{12} + \tan^2\frac{5\pi}{12} = 14$ ✓
46	$\cos x = 2\cos^2\frac{x}{2} - 1$ ✓
47	$\cos\frac{\pi}{12} = \frac{\sqrt{6}-\sqrt{2}}{4}$ ✗
48	$\sin 4x = 2\sin 2x \cos 2x$ ✓
49	حل المعادلة $\sin x = \frac{1}{2}$ هو: $x = \frac{\pi}{6} + 2k\pi$، حيث k عدد صحيح. ✗
50	حلول المعادلة $\sin x \tan^2 x = \sin x$ على الفترة $(0, \pi)$ هي: $\frac{\pi}{4}$ و $\frac{3\pi}{4}$ ✓
51	حل المعادلة $\tan x = -\sqrt{3}$ هو: $x = +\frac{5\pi}{6} + k\pi$، حيث k عدد صحيح. ✗

52 حلول المعادلة: $2\sin^2 x + 3\sin x + 1 = 0$ على الفترة $[0, 2\pi)$ هي:

a) $-\frac{\pi}{6}, \frac{7\pi}{6}, \frac{3\pi}{2}$
b) $\frac{4\pi}{3}, \frac{3\pi}{2}, \frac{5\pi}{3}$
c) $\frac{3\pi}{2}, \frac{11\pi}{6}$
d) $\frac{7\pi}{6}, \frac{3\pi}{2}, \frac{11\pi}{6}$

53 إذا كان $\sin x + \cos x = 0$ فإن x تقع في الربع:

a) الأول
b) الأول أو الثالث
c) الثالث
d) الثاني أو الرابع

54 $\sin\left(x + \frac{\pi}{6}\right)$ تساوي:

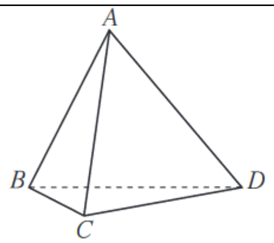
a) $\frac{1}{2}\sin x + \frac{\sqrt{3}}{2}\cos x$
b) $\frac{1}{2}(\sin x + \cos x)$
c) $\frac{\sqrt{3}}{2}\sin x + \frac{1}{2}\cos x$
d) $\frac{\sqrt{3}}{2}\sin x - \frac{1}{2}\cos x$

55	$\dfrac{\tan\frac{\pi}{5}-\tan\frac{\pi}{3}}{1+\tan\frac{\pi}{5}\tan\frac{\pi}{3}}$ تساوي: ⓐ $\tan\frac{2\pi}{15}$ ⓑ $\tan\frac{8\pi}{15}$ ⓒ $\tan\left(\frac{-8\pi}{15}\right)$ ⓓ $\tan\left(\frac{-2\pi}{15}\right)$
56	$\sin\frac{\pi}{3}\cos\frac{\pi}{7}-\sin\frac{\pi}{7}\cos\frac{\pi}{3}$ تساوي: ⓐ $\cos\frac{4\pi}{21}$ ⓑ $\sin\frac{4\pi}{21}$ ⓒ $\cos\frac{10\pi}{21}$ ⓓ $\sin\frac{10\pi}{21}$
57	$\tan\left(h+\frac{\pi}{4}\right)$ تساوي: ⓐ $1+\tan h$ ⓑ $\frac{1-\tan h}{1+\tan h}$ ⓒ $\frac{1+\tan h}{1-\tan h}$ ⓓ $1-\tan h$
58	$\cos 94^\circ\cos 18^\circ+\sin 94^\circ\sin 18^\circ$ تساوي: ⓐ $\cos 112^\circ$ ⓑ $\cos 76^\circ$ ⓒ $\sin 112^\circ$ ⓓ $\sin 76^\circ$
59	$\cos\frac{\pi}{8}$ تساوي: ⓐ $\frac{2+\sqrt{2}}{2}$ ⓑ $\sqrt{2}-1$ ⓒ $\frac{\sqrt{2+\sqrt{2}}}{2}$ ⓓ $\sqrt{\frac{2-\sqrt{2}}{2}}$
60	إذا كان: $\pi<\theta<\frac{3\pi}{2}$, $\cos\theta=\frac{-7}{25}$ فإن $\cos\frac{\theta}{2}$ يساوي: ⓐ $\frac{2}{5}$ ⓑ $\frac{-2}{5}$ ⓒ $\frac{-3}{5}$ ⓓ $\frac{3}{5}$
61	$\frac{\sin 2x}{1+\cos 2x}$ تساوي : ⓐ $\csc x$ ⓑ $\csc 2x\cos x$ ⓒ $\tan 2x$ ⓓ $\tan x$

62	إذا كان: $\overleftrightarrow{m} \parallel \pi$, $\overleftrightarrow{l} \parallel \pi$ فإن $\overleftrightarrow{l} \parallel \overleftrightarrow{m}$	✗
63	إذا وازى مستقيم l مستوي π فإن $\overleftrightarrow{l}$ يوازي مستقيمًا وحيدًا في π	✗
64	إذا توازى مستقيمان ومرّ بهما مستويان متقاطعان فإن تقاطعهما هو مستقيم يوازي كلًّا من هذين المستقيمين.	✓
65	إذا كان المستقيمان l , m متخالفان و كان $\overleftrightarrow{n} \perp \overleftrightarrow{m}$ فإن $\overleftrightarrow{l} , \overleftrightarrow{n}$ متخالفان.	✗
66	إذا كان $\overleftrightarrow{m} \subset \pi$, $\overleftrightarrow{l} \perp \overleftrightarrow{m}$ فإن $\overleftrightarrow{l} \subset \pi$	✗
67	إذا كان $ABCD$ هرم ثلاثي القاعدة جميع أحرفه متطابقة فإن: $\overleftrightarrow{AB} \perp \overleftrightarrow{CD}$	✓
68	إذا كان المستقيمان l , m متخالفان و كان $\overleftrightarrow{n} \perp \overleftrightarrow{m}$ فإن $\overleftrightarrow{l} \perp \overleftrightarrow{n}$	✗

69

النقاط B, C, D تعيّن:



a) مستويًا واحدًا
b) مستويين مختلفين
c) عدد لا منته من المستويات المختلفة
d) لا يمكن أن تعيّن مستويًا

إذا كان $\pi_1 // \pi_2$ ، $\pi \cap \pi_1 = \overleftrightarrow{l}$ ، $\pi \cap \pi_2 = \overleftrightarrow{m}$ **فإن :**

ⓐ $\pi // \pi_1$
ⓑ $\pi // \pi_2$
ⓒ $\overleftrightarrow{l} \perp \overleftrightarrow{m}$
ⓓ $\overleftrightarrow{l} // \overleftrightarrow{m}$

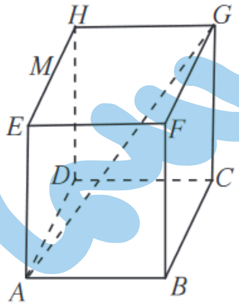
70

إذا توازى مستويان مختلفان وقطعهما مستو ثالث فإن خطّي التقاطع:

a) متقاطعان
b) متخالفان
c) متوازيان
d) متعامدان

71

يمثل الشكل المقابل مكعبًا، إذا كان طول حرفه $3\,cm$ فإن طول قطره $\overline{AG}$ يساوي:



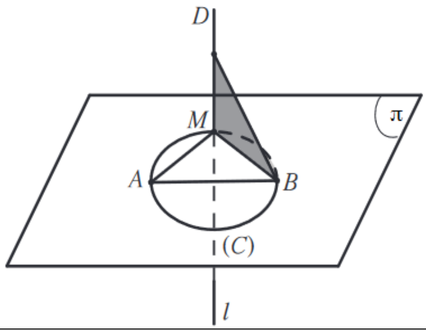
(a) $\sqrt{3}\,cm$ (b) $3\sqrt{3}\,cm$

(c) $9\,cm$ (d) $18\,cm$

72

في الشكل المقابل :

إذا كان $\overleftrightarrow{l} \perp (AMB)$، $\overline{AB}$ قطر في الدائرة (C) فإن:

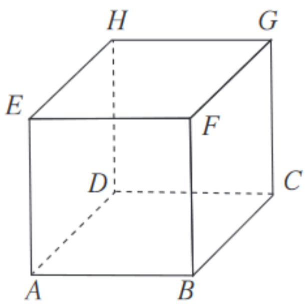


(a) $\overleftrightarrow{AB} \perp \overleftrightarrow{BD}$ (b) $\overleftrightarrow{l} \perp (BMD)$

(c) $\overleftrightarrow{AM} \perp (BMD)$ (d) $\overleftrightarrow{AB} \perp \overleftrightarrow{BM}$

73

في المكعّب $ABCDEFGH$، $\overleftrightarrow{BD}$, $\overleftrightarrow{EG}$ هما:



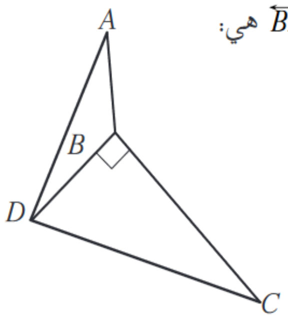
(a) متوازيان (b) متقاطعان

(c) متخالفان (d) يحويهما مستوٍ واحد

74

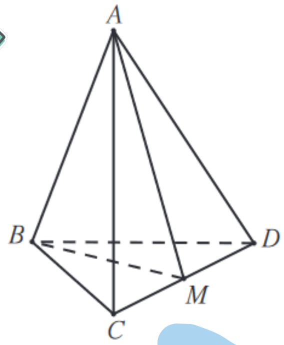
في الشكل المقابل، المثلث DBC قائم الزاوية في B،

فإذا كان $\overleftrightarrow{AB}$ عمودي على (DBC) فإن الزاوية المستوية للزاوية الزوجية $\overleftrightarrow{BD}$ هي:



(a) $D\widehat{B}C$ (b) $A\widehat{B}C$

(c) $A\widehat{B}D$ (d) $A\widehat{D}C$

75	
	إذا كان $ABCD$ هرم جميع حروفه متساوية الطول، M منتصف $\overline{CD}$ فإن: $\overline{CD}$ عمودي على $\overline{AB}$ 

76	
	في الشكل المقابل إذا كان $m(\widehat{B}) = 90°$ ، $\overleftrightarrow{SA} \perp (ABC)$ فإن: (a) المثلث SAB قائم في $\widehat{B}$ (b) $\overleftrightarrow{CB} \perp (SAB)$ (c) المثلث SAB متطابق الضلعين. (d) المثلث SCB قائم في $\widehat{C}$