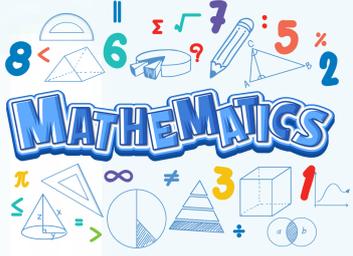


تَدْرِبْ مَعَ سَمَا

الفصل الثاني

الرِّياضِيَّات



الوحدة العاشرة



المرحلة الثانوية

WWW.SAMAKW.NET/AR

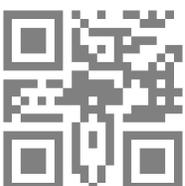
i teacher
المعلم الذكي



الإحصاء والاحتمال

١٠

الوحدة العاشرة : الإحصاء والاحتمال	
تحليل البيانات	(١ - ١٠)
الأرباعيات	(٢ - ١٠)
الانحراف المعياري	(٣ - ١٠)
طرق العد	(٤ - ١٠)
الاحتمال المشروط	(٥ - ١٠)



(١٠-١) تحليل البيانات (١٠-٢) الانحراف المعياري

التباين والانحراف المعياري :

إذا كانت س_١، س_٢، س_٣، ...، س_ن مجموعة من القيم حيث متوسطها الحسابي $\bar{س}$ فإن :

$$\frac{\sum_{i=1}^n (س_i - \bar{س})^2}{n} = \sigma^2 = \text{التباين} = \sigma = \text{الانحراف المعياري} = \sigma$$

$$\frac{\sum_{i=1}^m (س_i - \bar{س})^2}{\frac{م}{ن}} = \sigma^2 = \text{التباين} = \sigma = \text{الانحراف المعياري} = \sigma$$

حاول أن تحل ص ١٧٨ (١) : أوجد التباين والانحراف المعياري للقيم التالية :

٢، ٤، ٦، ٨، ٧، ٩

الحل :



حاول أن تحل ص ١٨١ (٣) :

يبين الجدول التالي التكراري لأوزان ١٠٠ طالب ثانوي (الوزن بالكيلو جرام)

٧٦	-٨٢	-٦٨	-٦٤	-٦٠	الفئة
٨	٢٧	٤٢	١٨	٥	التكرار

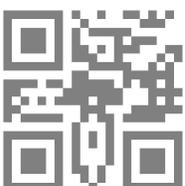
أوجد المتوسط الحسابي \bar{x} و الانحراف المعياري σ لهذه الأوزان .

الحل :

حاول أن تحل ص ١٨٤ (٤) : الانحراف المعياري لمجموعة قيم من بيانات هو $\sigma = U$, ومجموعة

مربعات انحرافات هذه القيم عن متوسطها الحسابي هو ٤٨٠ . فما عدد قيم هذه البيانات ؟

الحل :



□ أوجد الانحراف المعياري لقيم البيانات التالية :

٦٦ ، ٧٠ ، ٥٤ ، ٦٣ ، ٥٢ ~

الحل :

LOW
SAMIA

إذا كان الانحراف المعياري لمجموعة قيم من البيانات هو $\sigma = 6$ وكان

$$\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2 = 540 \text{ فأوجد عدد القيم.}$$



(١٠ - ٤) طرق العد

المبدأ الأساسي للعد: لإجراء عملية على م مرحلة متتابعة، وقد أجريت المرحلة الأولى بـ ن_١ طريقة مختلفة،

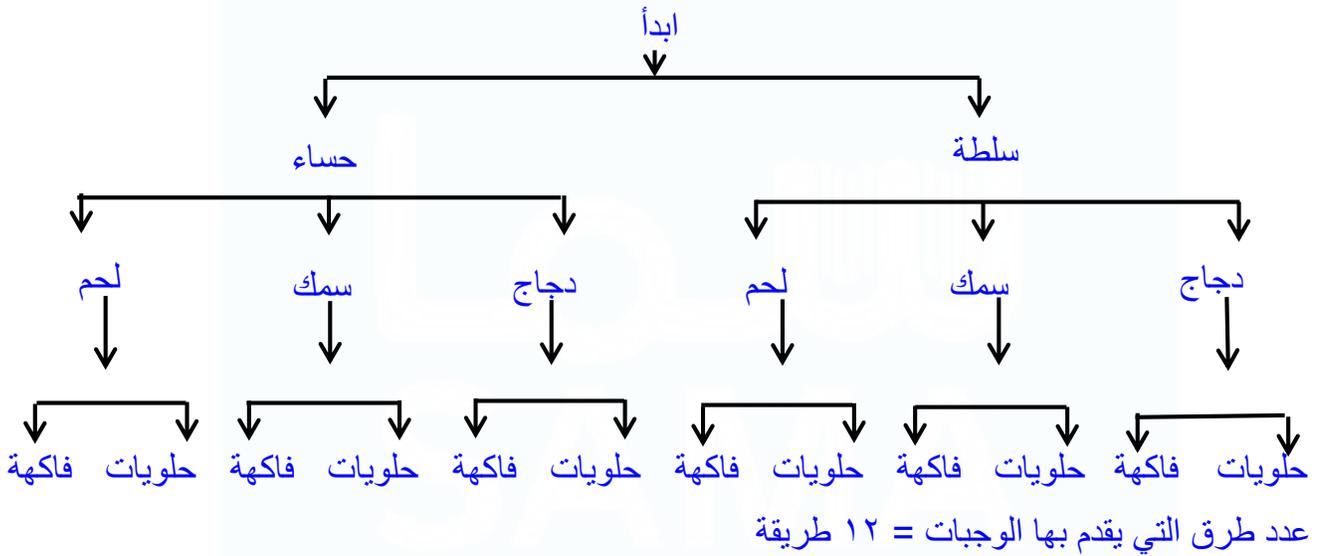
والمرحلة الثانية بـ ن_٢ طريقة مختلفة، وهكذا حتى المرحلة م بـ ن_م طريقة مختلفة، فإن عدد طرق هذه العملية

هو: ن_١ × ن_٢ × × ن_م

حاول أن تحل صد ١٨٤ (٢): يقدم أحد المطاعم وجبة غذاء مؤلفة من: سلطة أو حساء، دجاج أو سمك

أو لحم، حلويات أو فاكهة. استخدم الشجرة البيانية لإعطاء عدد الوجبات الممكنة.

الحل:



طريقة ثانية باستخدام المبدأ الأساسي للعد: نلاحظ ان العملية هنا مكونة من ثلاث مراحل

المرحلة الأولى: اختيار المقبلات (سلطة , حساء) وتتم بـ ٢ طريقة .

المرحلة الثانية: اختيار الوجبة (دجاج , سمك , لحم) وتتم بـ ٣ طريقة .

المرحلة الثالثة: اختيار (حلويات , فاكهة) وتتم بـ ٢ طريقة .

إعداد طرق التي يقدم بها الوجبات = ١٢ = ٢ × ٣ × ٢ طريقة .



حاول أن تحل ص ١٨٦ (٤) : اشترك ٢٠ جماً في سباق للهجن , ووصلت جميعها إلى خط النهاية في

أوقات مختلفة (أي أنه لا يوجد أي تعادل) . ما عدد النتائج الممكنة لهذا السباق ؟

الحل :

حاول أن تحل ص ١٨٦ (٥) : في إحدى الجمعيات الخيرية يوجد ٢٠ عضواً يشكلون مجلس الأمناء

يريدون اختيار رئيساً , أميناً للسر , أميناً للصندوق . حدد كم طريقة يمكن بها الاختيار لهذه المناصب .

الحل :

مضروب عدد : يستخدم هذا المبدأ لتحديد عدد طرق ترتيب عدة أشياء .
 $n! = n \times (n-1) \times (n-2) \times \dots \times 3 \times 2 \times 1$

على سبيل المثال : $6! = 6 \times 5 \times 4 \times 3 \times 2 \times 1 = 720$

$6! = 6 \times 5 \times 4 \times 3 \times 2 \times 1 = 720$

نعتبر دوماً $0! = 1$

التباديل : يستخدم هذا المبدأ لتحديد عدد طرق اختيار مجموعة جزئية عددها r من مجموعة كلية عددها n

مع مراعاة الترتيب . (هنا الترتيب مهم)

$nPr = n \times (n-1) \times (n-2) \times \dots \times (n-r+1)$
 ر عامل



نعتبر دوماً نل . ١ =

حاول أن تحل صد ١٨٨ (٦) : اشترك ٢٠ جملاً في سباق للهجن , ووصلت جميعها إلى خط النهاية في

نعتبر دوماً ١ = , ١ =

حاول أن تحل صد ١٨٩ (٨) : ما عدد اللجان المكون من شخصين والتي يمكن تكوينها من مجموعة من

مجموعة من أربعة أشخاص ؟

الحل :

$$٦ = \frac{٣ \times ٤}{١ \times ٢} = \frac{٢ل٤}{!٢} = \binom{٤}{٢} = \text{عدد اللجان}$$

حاول أن تحل صد ١٩٠ (٩) : إذا كان فريق كرة قدم يتكون من ٢٠ لاعباً ٠ فما عدد الفرق المختلفة التي

يمكن تكوينها من ١١ لاعباً من بين لاعبي هذا الفريق ؟ (يمكن لأي لاعب اللعب في أي مركز)

الحل :

حاول أن تحل صد ١٩١ (١٠) : أثناء الإعداد لزيارة المتحف الوطني ، أراد منظمو الزيارة إعداد لوائح

للطلاب لاستخدام حافلات تتسع كل منها ١٥ طالباً علمًا بأن عدد الطلاب هو ٦٠ طالباً ، فما عدد اللوائح

المختلفة التي يمكن إعداد لهذا الزيارة ؟

الحل :



- حاول أن تحل صد ١٩١ (١١) :** فيما يلي حدد ما إذا كان المثال يبين تباديلاً أو توافقاً .
- ا~ اختيار ٣ طلاب من الصف العاشر للمشاركة في مسابقة القرآن .
- ب~ مراكز المشاركين الثلاثة في المباراة .
- الحل :**



(١٠ - ٥) الاحتمال المشروط

التجربة العشوائية: هي تجربة أو عملية تحقق الشروط التالية:

(١) جميع النتائج الممكنة للتجربة تكون معلومة مسبقاً قبل إجراءها .

(٢) لا يمكن توقع نتيجة التجربة بشكل مؤكد قبل إجراءها .

(٣) يمكن حساب فرصة ظهور كل نتيجة من نتائج التجربة قبل إجراء التجربة .

فضاء العينة: هو المجموعة المكونة من جميع النواتج الممكنة للتجربة العشوائية ونرمز له بـ ف .

نرمز لعدد عناصر فضاء العينة بالرمز ن(ف)

الحدث: هو مجموعة جزئية من فضاء العينة وقد يساويه .

احتمال وقوع الحدث ا يرمز له بالرمز ل (ا) ويُعطى بالقانون:

$$ل(ا) = \frac{\text{عدد عناصر الحدث (ا)}}{\text{عدد عناصر فضاء العينة (ف)}} = \frac{ن(ا)}{ن(ف)}$$

ا~ ٠ . حمس ل (ا) حمس ١ .

ب~ ل (~~ب~~) = ٠ .

ج~ ل (ف) = ١ .

حاول أن تحل صد ١٩٣ (١): في لعبة "رمي حجري نرد منتظمين ومتمايزين" والتجربة هي ملاحظة

الوجه العلوي لكل من الحجرين

ا~ مم يتألف كل ناتج؟ اكتب فضاء العينة ف؟ وما عدد عناصر فضاء العينة؟

ب~ مثل فضاء العينة بجدول وشبكة بيانياً

ج~ ما احتمال الحدث " ب " : " ظهور عددين مجموعهما يساوي ٧ "

د~ ما احتمال الحدث " ج " : " ظهور عددين مجموعهما يساوي ١٣ "

ه~ ما احتمال الحدث " د " : " ظهور عددين أحدهما مربعاً للآخر "



حاول أن تحل صد ١٩٤ (٢) : في لعبة "رمي حجري نرد منتظمين ومتمايزين" والتجربة هي ملاحظة

الوجه العلوي لكل من الحجريين وكان الحدث ب " الحصول على مجموع أصغر من ١٣ "

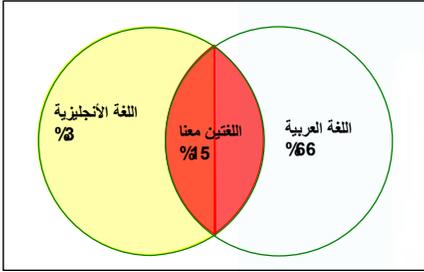
ما احتمال وقوع الحدث ب ؟

الحل :

حاول أن تحل صد ١٩٥ (٤) : يقرأ ٨٤ مئة من طلاب الصف العاشر كتب مطالعة باللغة العربية ،

ويقرأ ١٨٪ من طلاب هذا الصف كتباً باللغة الإنجليزية ويقرأ ١٥ مئة من الطلاب كتباً باللغتين • اختير

طالب عشوائياً من طلاب هذا الفصل



ا- ما احتمال أن يكون ممن يقرأون كتباً باللغة الإنجليزية فقط ؟

ب- ما احتمال أن يكون ممن يقرأون كتباً باللغتين معاً ؟

الحل :



العمليات على الأحداث واحتمالاتهما :

- إذا كان A , B حدثين في فضاء العينة فإن :

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$$

$$P(A \cap B) = P(A) + P(B) - P(A \cup B)$$
 ومنها :

$$P(A \cap B) = P(A) + P(B) - P(A \cup B)$$
- **متتم الحدث** \bar{A} ويرمز له بالرمز \bar{A} , وهو مجموعة كل نواتج فضاء العينة والغير موجودة في الحدث A

$$\bar{A \cup B} = \bar{A} \cap \bar{B} , \quad \bar{A \cap B} = \bar{A} \cup \bar{B}$$

قاعدة الحدث المتمم : $P(\bar{A}) = 1 - P(A)$

- **الحدثين المتنافيين** : نقول عن حدثين أنهما متنافيين إذا لم يوجد عناصر مشتركة بينهما أي تقاطعهما

الخالية \emptyset , B متنافيين إذا فقط إذا كان $A \cap B = \emptyset$

إذا كان A , B حدثين متنافيين في فضاء العينة فإن : $P(A \cup B) = P(A) + P(B)$

حاول أن تحل ص ١٩٦ (٥) : إذا كان P , B حدثين في فضاء العينة F وكان :

$$P(A) = 0,3 , P(B) = 0,5 , P(A \cup B) = 0,6$$

$$P(\bar{A} \cap \bar{B}) = ? , P(\bar{A} \cup \bar{B}) = ?$$

حاول أن تحل ص ١٩٧ (٦) : إذا كان h , B حدثين في فضاء العينة F وكان :

$$P(A) = 0,5 , P(B) = 0,6 , P(A \cap B) = 0,2$$

$$P(\overline{A \cup B}) = ?$$

الحل :



حاول أن تحل ص ١٩٨ (٧) : في فضاء العينة ف لدينا حدثان h ، ب متنافيان حيث :

$$P(A) = 0.4, P(B) = 0.5 \text{ أوجد كلاً من :}$$

$$P(\overline{A \cap B}), P(\overline{A \cup B})$$

الحل :

الأحداث المستقلة : يكون الحدثان مستقلان إذا كان وقوع أحدهما ليس له أي تأثير على وقوع الحدث الآخر.

على سبيل المثال مسائل التصويب على هدف تكون الاحداث مستقلة .

قانون الحدثان المستقلان :

إذا كان A, B حدثان مستقلان في فضاء العينة فإن احتمال وقوع الحدثين معاً هو :

$$P(A \cap B) = P(A) \times P(B)$$

حاول أن تحل ص ١٩٩ (٨) : في تجربة عشوائية عند رمي قطعة نقود معدنية ثلاث مرات زملاحظة

الوجه العلوي. ما احتمال أن يكون الناتج (ص , ك , ص) ؟

الحل :

الحدث التابع :

يكون الحدث أ تابعاً عندما يتأثر ظهوره بحدوث الحدث ب .



ليكن A ، B حدثان مستقلان في فضاء عينة S حيث $P(A) = 0.2$ ، $P(B) = 0.7$. احسب:

- (أ) $P(A \cap B)$ (ب) $P(A|B)$ (ج) $P(A \cup B)$ (د) $P(A|B)$

في فضاء العينة S لدينا حدثان A ، B متنافيان حيث: $P(A) = 0.4$ ، $P(B) = 0.5$.
أوجد كلاً من: (أ) $P(A \cup B)$ ، (ب) $P(\overline{A \cup B})$



إذا كان ل، ب حدثين مستقلين في فضاء العينة وكان ل(أ) = ٠,٦ ، ل(ب) = ٠,٤ =
فإن ل(أ|ب) =

(أ) ٠,٦ (ب) ٠,٤ (ج) ٠,٢ (د) ١

إذا كان ل، ب حدثين في فضاء العينة وكان ل(أ) = ٠,٧ ، ل(ب) = ٠,٥ ، ل(أ ∪ ب) = ٠,٨ =
فإن ل(أ ∩ ب) =

(أ) ٠,٢ (ب) ٠,٤ (ج) ٠,٦ (د) ١,٢

إذا كان ل، ب حدثين مستقلين وكان ل(أ) = ٠,٢ ، ل(ب) = ٠,٥ =
فإن ل(أ ∪ ب) =

(أ) ٠,٥ (ب) ٠,٧ (ج) ٠,٨ (د) ٠,٦

إذا كان ل، ب حدثين في فضاء العينة وكان ل(أ) = ٠,٧ ، ل(ب) = ٠,٥ ، ل(أ ∪ ب) = ٠,٨ =
فإن ل(أ ∩ ب) =

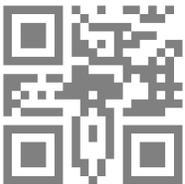
(أ) ٠,٢ (ب) ٠,٤ (ج) ٠,٦ (د) ١,٢

إذا كان أ ، ب حدثين مستقلين في فضاء العينة وكان ل(أ) = ٠,٦ ، ل(ب) = ٠,٤ =
فإن ل(أ ∩ ب) =

(أ) ٠,٢ (ب) ٠,٤ (ج) ٠,٦ (د) ١

إذا كان ل، ب حدثين مستقلين وكان ل(أ) = ٠,٢ ، ل(ب) = ٠,٥ =
فإن ل(أ ∪ ب) =

(أ) ٠,٥ (ب) ٠,٧ (ج) ٠,٨ (د) ٠,٦



٨٢	عدد طرق اختيار رئيس ، نائب رئيس ، أمين سر من بين ٦ أعضاء في نادي الرياضيات هو :	<p>Ⓐ ٣٠ Ⓑ ١٢٠ Ⓒ ١٨٠ Ⓓ ٢٠</p>
٨٣	إذا كان ب حدث في فضاء العينة ف وكان ل (ب) = ٠,٤ ، فإن ل (ب̄) =	<p>Ⓐ ١ Ⓑ ٠,٠٦ Ⓒ ٠,٦ Ⓓ ٦</p>
٨٤	١ إذا كان ل، ب حدثين مستقلين في فضاء العينة وكان ل (ل) = ٠,٦ ، ل (ب) = ٠,٤ ، فإن ل (ل ب) =	<p>Ⓐ (١) ٠,٦ Ⓑ (ب) ٠,٤ Ⓒ (ج) ٠,٢ Ⓓ (د) ١</p>
٨٥		
٨٦	في البيانات: ١٠، ١٣، ٩، ٧، ١٢، ١٥ الانحراف المعياري هو:	<p>Ⓐ (أ) ٧ Ⓑ (ب) ٦ Ⓒ (ج) $\sqrt{٧}$ Ⓓ (د) ليس أيّ مما سبق</p>
٨٧	إذا كان الانحراف المعياري لمجموعة قيم بيانات يساوي ٤ ومجموع مربعات انحرافات قيم البيانات عن متوسطها الحسابي يساوي ١٩٢ فإن عدد قيم هذه البيانات هو:	<p>Ⓐ (أ) ١٦ Ⓑ (ب) ٤٨ Ⓒ (ج) ١٢ Ⓓ (د) ليس أيّ مما سبق</p>
٨٨	إذا كان التباين لمجموعة قيم من بيانات هو $٣٦ = ٤$ ومجموع مربعات انحرافات القيم عن متوسطها الحسابي هو ٥٤٠ فإن عدد قيم هذه البيانات يساوي :	<p>Ⓐ (أ) ١٥ Ⓑ (ب) ٩٠ Ⓒ (ج) ٥٠٤ Ⓓ (د) ٥٧٦</p>
٨٩	إذا كان الانحراف المعياري لمجموعة قيم بيانات يساوي ٤ ومجموع مربعات انحرافات قيم هذه البيانات عن متوسطها الحسابي يساوي ١٩٢ فإن عدد قيم هذه البيانات هو :	<p>Ⓐ (أ) ١٢ Ⓑ (ب) ١٦ Ⓒ (ج) ٤٨ Ⓓ (د) ليس أيّ مما سبق</p>



	<p>إذا كانت أ، ب حدثين و كان ل (ب أ) = ٠,٢ ، ل (أ) = ٠,٥ = فبان ل (أ ∩ ب) =</p> <p>Ⓐ ٠,٥ Ⓑ ٠,١ Ⓒ ٠,٢ Ⓓ ٠,٢٥</p>	٩٠
<p>Ⓐ ٦٠ Ⓑ ٥ Ⓒ ١٢٠ Ⓓ ١٥</p>	<p>$= r l^o$</p>	٩١
<p>Ⓐ ١ Ⓑ صفر Ⓒ ١ Ⓓ ١</p>	<p>$= n! \times \binom{n}{n}$</p>	٩٢

LOW
SAMIA

