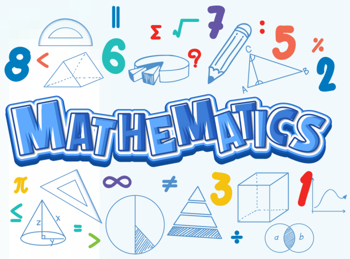
سما
SAMA

تَدرّب مَعَ سَمَا

الفصل الثاني

الرّياضِــــيَّات



الوحدة التاسعة

المرحلة الثانوية

WWW.SAMAKW.NET/AR

i teacher
المعلم الذكي

www.samakw.com
samakw_net
60084568 /50855008/97442417
حولي مجمع بيروت الدور الأول

٩ الهندسة التحليلية

	الوحدة التاسعة : الهندسة التحليلية
(٩ – ١)	المستوى الإحداثي
(٩ – ٢)	تقسيم قطعة مستقيمة
(٩ – ٣)	ميل الخط المستقيم – معادلة الخط المستقيم
(٩ – ٤)	البعد بين نقطة و مستقيم
(٩ – ٥)	الدائرة

(٩-١)المستوى الاحداثي

المسافة بين نقطتين :

(١) إذا كانت h ب موازية للمحور السيني (قطعة أفقية) حيث h ($س_١$ ، $ص_١$) ، ب ($س_٢$ ، $ص_١$)
فإن طول h ب = | $س_١$ - $س_٢$ |

(٢) إذا كانت جـ د موازية للمحور الصادي (قطعة رأسية) حيث جـ ($س_١$ ، $ص_١$) ، د ($س_١$ ، $ص_٢$)
فإن طول جـ د = | $ص_١$ - $ص_٢$ |

قانون المسافة بين نقطتين ا, ب في مستوى الإحداثي :

المسافة بين النقطتين = ا ب = $\sqrt{(س_١ - س_٢)^٢ + (ص_١ - ص_٢)^٢}$

تدريب : أذا كانت ا (٢ ، ٥) ، ب (١٠ ، ٥) ، جـ (١٠ ، ٨) , فأوجد أطوال كلاً من ا ب ، ب جـ

الحل :

حاول أن تحل صـ ١٢١ (١) : أوجد المسافة بين م (-٢ ، ١) ، ن (-٧ ، ٤) قرب إجابتك إلى أقرب جزء من عشرة

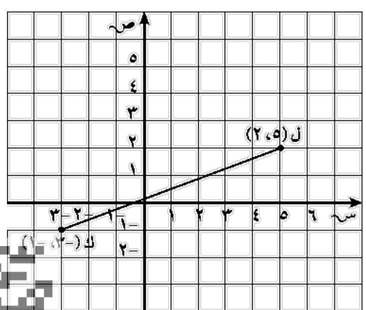
الحل :

نقطة المنتصف لقطعة مستقيمة : لتكن م هي نقطة المنتصف للقطعة ا ب حيث :

h ($س_١$ ، $ص_١$) ، ب ($س_٢$ ، $ص_٢$) فأن احداثيات النقطة م تعطى بالقوانين

$$م = \left(\frac{س_١ + س_٢}{٢} \ ، \ \frac{ص_١ + ص_٢}{٢} \right)$$

أن تحل صـ ١٢٢ (٢) : في الشكل المقابل أوجد نقطة منتصف ك ل حيث :



ك (-٣ ، -١) ، ل (٥ ، ٢)

الحل :

(٩ـ ٢) تقسيم قطعة مستقيمة

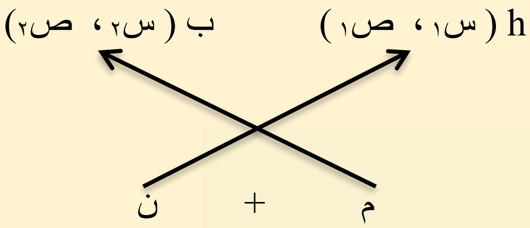
أولاً :التقسيم من الداخل :

إذا كانت h ب قطعة مستقيمة بحيث h (س١، ص١) ، ب (س٢، ص٢) ,

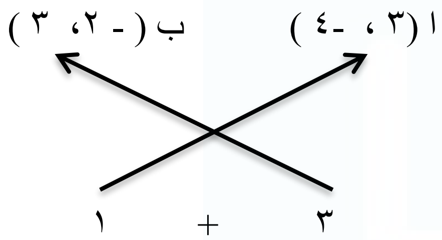
جـ تقسمها من جهة h بنسبة م : ن من الداخل

عندئذٍ احداثيات جـ تعطى بالقانون :

$$\text{جـ} \left(\frac{\text{م س}_2 + \text{ن س}_1}{\text{م} + \text{ن}} \,,\, \frac{\text{م ص}_2 + \text{ن ص}_1}{\text{م} + \text{ن}} \right)$$



تدريب : إذا كان ا (٣، -٤) ، ب (-٢، ٣) فأوجد جـ نقطة تقسيم h ب من جهة h بنسبة ٣ : ١ من الداخل على الترتيب



الحل :

حاول أن تحل صـ ١٢٦ (١) : إذا كان ا (٣، -٤) ، ب (-٢، ٣) فأوجد جـ بحيث ٢ ا جـ = جـ ب

الحل :

إذا كان أ (٤ ، ١٢) ، ب (٢٨ ، ٤) ويراد تقسيم $\overline{\text{أ ب}}$ من الداخل

من جهة أ في نقطة جـ بنسبة ٢ : ٥ أوجد احداثيات النقطة جـ

(٩ ـ ٣) ١ ـ ميل الخط المستقيم

ميل = $\frac{\text{التغير الرأسي}}{\text{التغير الأفقي}}$

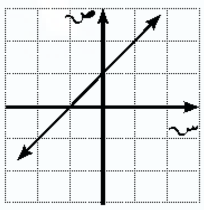
إذا كانت h (س١، ص١) ، ب (س٢، ص٢) فإن ميل $\overleftrightarrow{\text{h ب}}$ هو الميل = م = $\frac{\text{ص٢ – ص١}}{\text{س٢ – س١}}$ ، س٢ ≠ س١

حاول أن تحل صـ ١٣٣ (٢) : أوجد ميل الخط المستقيم الذي يمر بكل من النقاط

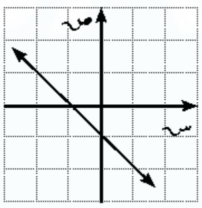
ا~ جـ (٢، ٥) ، د (٤، ٧)   ب~ ق (-١، ٤) ، ك (٣، -٢)   ج~ م(٤، ٣) ، ن (-٣،٧)

الحل :

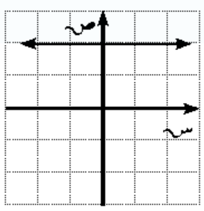
ملاحظة :



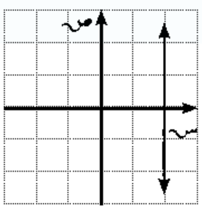
ميل المستقيم موجب



ميل المستقيم سالب



ميل المستقيم الأفقي يساوي صفرًا



المستقيم الرأسي ليس له ميل

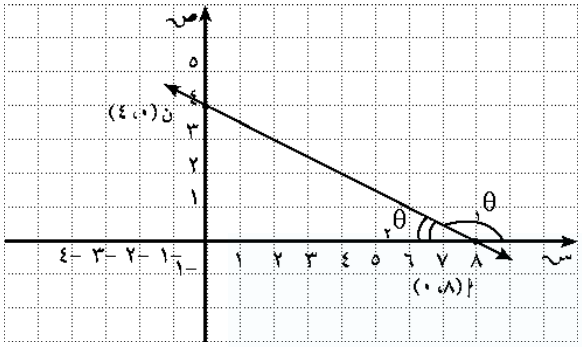
حاول أن تحل صـ ١٣٤ (٣): أثبت أن النقاط ا (٢ ، -١) ، ب (-١، ٥)، جـ (٣، -٣)على استقامة واحدة.

الحل :

ملاحظة : العلاقة بين ظل الزاوية θ التي يصنعها المستقيم مع الاتجاه الموجب للمحور السيني وميل هذا المستقيم هي : م = ظا θ

حاول أن تحل صـ ١٣٥ (٤) : أوجد ميل المستقيم ان تي وقارنه بظل الزاوية التي قياسها $\theta_٢$ وظل الزاوية المنفرجة التي قياسها $\theta_١$.

الحل :



(٩- ٣) ب - معادلة الخط المستقيم

أولاً : معادلة مستقيم ميله معلوم ومار بنقطة معلومة :

إذا كان المستقيم مار بالنقطة ا (س١ ، ص١) ، ميله معلوم م

فإن : معادلة المستقيم تعطى بالعلاقة : ص – ص١ = م (س – س١)

ثم نعوض إحداثيات النقطة والميل بالمعادلة

حاول أن تحل صـ ١٣٦ (١) : اكتب معادلة الخط المستقيم الذي ميله - $\frac{٢}{٣}$ ويمر بالنقطة (-٦، ٥)

الحل :

ثانياً : معادلة مستقيم مار بنقطتين معلومتين :

إذا كان المستقيم مار بالنقطة ا (س١ ، ص١) ، ب (س٢ ، ص٢) نوجد الميل م = $\frac{ص٢ - ص١}{س٢ - س١}$

فيصبح لدينا ميل ونختار نقطة من النقطتين فترّد المسألة للحالة الأولى .

حاول أن تحل صـ ١٣٧ (٢) : اكتب معادلة الخط المستقيم يمر بالنقطتين جـ (٣، -١) ، د (٢، -٢)

الحل :

ثالثاً : معادلة مستقيم مار بنقطة معلومة ويوازي مستقيم معلوم :

إذا كان المستقيم مار بالنقطة ا ($س_١$ ، $ص_١$) ويوازي مستقيم معلوم نوجد ميل المستقيم المعلوم فيكون هو نفسه ميل المستقيم المطلوب فيصبح لدينا ميل و نقطة فترّد المسألة للحالة الأولى .

رابعاً : معادلة مستقيم مار بنقطة معلومة ويعامد مستقيم معلوم :

إذا كان المستقيم مار بالنقطة ا ($س_١$ ، $ص_١$) ويعامد مستقيم معلوم نوجد ميل المستقيم المعلوم فيكون ميل المستقيم المطلوبهو مقلوب ميل المستقيم المعطى بعد تغيير الاشارة فيصبح لدينا ميل و نقطة فترّد المسألة للحالة الأولى .

حاول أن تحل صـ ١٣٨ (٣) : إذا كان المستقيم ك : ٣ ص + س + ٣ = ٠ فأوجد :

ا~ معادلة المستقيم الموازي للمستقيم ك والذي يمر بالنقطة (-٣، ٢)

ب~ معادلة المستقيم العمودي على المستقيم ك والذي يمر بالنقطة (١، ٤)

الحل :

.

اذا كان المستقيم ك: ٣ص + س + ٣ = ٠

فأوجد معادلة المستقيم ب العمودي على المستقيم ك والذي يمر بالنقطة (١ ، ٤).

اكتب معادلة الخط المستقيم يمر بالنقطتين جـ (٣، -١) ، د (٢، -٢)

(٩ـ ٤) البعد بين نقطة ومستقيم

بعد النقطة ($س_1$ ، $ص_1$) عن المستقيم الذي معادلة h س + ب ص + جـ = ٠ يعطي بالصيغة :

$$ف = \frac{|h\,س_1 + ب\,ص_1 + جـ|}{\sqrt{h^2 + ب^2}}$$

حاول أن تحل صـ ١٤٢ (١) : أوجد البعد بين المستقيم ل : ص = - س + ٣ والنقطة د (٢، ٥)

الحل :

حاول أن تحل صـ ١٤٢ (٢) : أوجد البعد بين النقطة ط (٣، -٤) إلى المستقيم

$$ل : ص = -\frac{٤}{٣} + \frac{س}{٦}$$

الحل

(٩ ـ ٥) معادلة الدائرة

الصورة القياسية لمعادلة الدائرة :

إذا كان مركز الدائرة م (د ، هـ) وطول نصف قطرها نق فإن الصورة القياسية لمعادلة الدائرة هي :

(س – د)^{٢} + (ص – هـ)^{٢} = نق^{٢}

أي لتعيين معادلة دائرة يجب أن يكون لدينا مركزها وطول نصف قطرها ثم نعوض في الصورة القياسية لمعادلة الدائرة .

ملاحظة : إذا كانت الدائرة مركزها نقطة الأصل تكون الصورة القياسية لمعادلة الدائرة هي :

س^{٢} + ص^{٢} = نق^{٢}

حاول أن تحل صـ ١٤٣ (١) : أوجد معادلة الدائرة التي مركزها (٣ ، -٢) وطول نصف قطرها ٧ وحدات .

الحل :

حاول أن تحل صـ ١٤٤ (٢) : أوجد معادلة الدائرة قطرها $\overline{\text{ا ب}}$ حيث ا (- ٣ , ٦) , ب (١ , -٢).

الحل :

حاول أن تحل صـ ١٤٤ (٣) : أوجد معادلة الدائرة التي مركزها نقطة الأصل وطول قطرها ٦ سم .

الحل :

معادلة الدائرة التي مركزها نقطة وطول نصف قطرها نق هي نق = ٦

س^{٢} + ص^{٢} = نق^{٢}

س^{٢} + ص^{٢} = ٣٦

ملاحظة : إذا كانت الدائرة مركزها م (د ، هـ) عندئذٍ :

(١) إذا كانت الدائرة تمس محور السينات فإنّ : نق = ' صادات المركز ' = ' هـ '

(٢) إذا كانت الدائرة تمس محور الصادات فإنّ : نق = ' سينات المركز ' = ' د '

(٣) إذا كانت الدائرة تمس المحورين فإنّ :

نق = ' سينات المركز '= ' صادات المركز ' = ' هـ ' = ' د '

حاول أن تحل صـ ١٤٥ (٤) : أوجد معادلة الدائرة التي مركزها (٣، ٤) وتمس محور الصادات .

الحل :

حاول أن تحل صـ ١٤٥ (٥) : أوجد مركز ونصف قطر الدائرة التي معادلتها :

ا~ س^{٢} + ص^{٢} = ٤٩

ب~ (س – ٤)^{٢} + (ص + ٥)^{٢} = ٣٦

الحل :

الصورة العامة لمعادلة الدائرة :

س^2 + ص^2 + ل س + ك ص + ب = ٠

مركز الدائرة = م $\left(\frac{-ل}{٢} ، \frac{-ك}{٢} \right)$ طول نصف قطرها = نق = $\frac{١}{٢} \sqrt{ل^2 + ك^2 - ٤ ب}$

يجب أن يكون معامل س^2 = معامل ص^2 = ١

الشروط التي يجب تحقيقها لكي تكون المعادلة من الدرجة الثانية على صورة

س^2 + ص^2 + ل س + ك ص + ب = ٠ معادلة دائرة :

(١) أنها معادلة من الدرجة الثانية في س ، ص .

(٢) معامل س^2 = معامل ص^2 .

(٣) لا يوجد الحد الذي يتضمن س ص .

(٤) ل^2 + ك^2 – ٤ ب > ٠

إذا كانت ل^2 + ك^2 – ٤ ب = ٠ عندئذٍ المعادلة تمثل نقطة .

إذا كانت ل^2 + ك^2 – ٤ ب آ ٠ عندئذٍ المعادلة تمثل مجموعة خالية .

حاول أن تحل صـ ١٤٧ (٦) : عين مركز ونصف قطر الدائرة الممثلة بالمعادلة :

٢ س^2 + ٢ ص^2 – ١٢ س – ٤ ص – ٣٠ = ٠

الحل :

حاول أن تحل صـ ١٤٨ (٧) : هل كل معادلة مما يلي تمثل معادلة دائرة ؟ فسّر .

ا~ س^2 + ص^2 – ٤ س + ٧ ص + ١٧ = ٠

ب~ س^2 + ص^2 + ٥ س – ٦ ص – ٤ = ٠

ج~ س^2 + ص^2 – ٢ س – ٢ ص + ٢ = ٠

الحل

٦٦ إذا كانت قاθ = $\frac{٣}{٢}$ ، θ تقع في الربع الرابع. فإن ظا θ =

(أ) $\frac{\sqrt{٥}}{٢}$ (ب) $\frac{٢}{\sqrt{٥}}$ (جـ) $\frac{-٢}{\sqrt{٥}}$ (د) $\frac{-\sqrt{٥}}{٢}$

الهندسة الاحداثية

٦٧ إن ميل المستقيم الذي يمر بالربع الثالث ونقطة الأصل هو دائمًا سالب.

٦٨ المستقيم الذي ميله يساوي ١ دائمًا يمر بنقطة الأصل.

٦٩ بعد النقطة (٠ ، ٠) عن المستقيم الذي معادلته ص = ٤ يساوي

(أ) ٥ وحدات (ب) ٣ وحدات (جـ) ٤ وحدات (د) ١٠ وحدات

٧٠ معادلة المستقيم المار بالنقطة (٢ ، ٣) و يوازي المستقيم س = ٠ هي :

(أ) ص = ٢ (ب) س = ٣ (جـ) س = ٢ (د) ص = ٣

٧١ معادلة الدائرة التي مركزها النقطة (٣ ، ٢) و تمس محور الصادات هي :

(أ) $(س-٣)^{٢} + (ص-٢)^{٢} = ٣$ (ب) $(س+٣)^{٢} + (ص+٢)^{٢} = ٩$

(جـ) $(س+٣)^{٢} + (ص+٢)^{٢} = ٤$ (د) $(س-٣)^{٢} + (ص-٢)^{٢} = ٩$

٧٢ طول نصف قطر الدائرة التي معادلتها : $(س - ١)^{٢} + (ص + ١)^{٢} = ٤$ هو:

(أ) ١٦ (ب) ١ (جـ) ٤ (د) ٢

٧٣ نصف قطر الدائرة التي معادلتها : $٢س^{٢} + ٢ص^{٢} - ١٢س - ٤ص - ٣٠ = ٠$ هو:

(أ) $\sqrt{٧٠}$ (ب) $\frac{١}{٢}\sqrt{٣٠}$ (ج) ١٠ (د) ٥

٧٤	النقطة التي تنتمي للمستقيم ٣ ص – س + ١ = ٠ هي: أ (٣ ، ٣) ب (٢ ، ٠) ج (٠ ، ٢) د (٤ ، ١)
٧٥	المسافة بين النقطتين ك (٤ ، ٠) ، ل(٠ ، ٣) بوحدات الطول تساوي: أ ٥ ب ٦ ج ٧ د ٨
٧٦	البعد بين نقطة الأصل والمستقيم ٤ص = ٣ س + ٥ يساوي : أ ١ ب ١– ج ٥ د – ٥
٧٧	احداثي منتصف المسافة بين النقطتين (٢ ، ٠) ، (٠ ، ٤) هو أ (٢ ، ٤) ب (١ ، ٢) ج (١ ، ١) د (٤ ، ٢)
٧٨	معادلة المستقيم المار بالنقطة (٤ ، ٥) ويوازي المستقيم ص = ٠ هى : أ س = ٤ ب ص = ٥ ج ص = ٤ د س = ٥