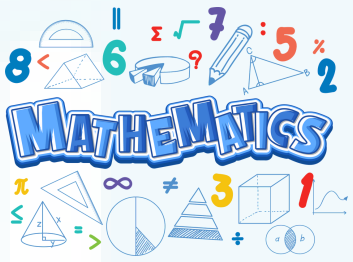
سما
SAMA

تَدرّب مَعَ سَمَا

الفصل الثاني

الرّياضِـــيَّات



الوحدة السابعة

المرحلة الثانوية

WWW.SAMAKW.NET/AR

i teacher
المعلم الذكي

www.samakw.com
samakw_net
60084568 /50855008/97442417
حولي مجمع بيروت الدور الأول

٧ المصفوفـــات

	الوحدة السابعة : المصفوفات
(٧ – ١)	تنظيم البيانات في مصفوفات
(٧ – ٢)	جمع وطرح المصفوفات
(٧ – ٣)	ضرب المصفوفات
(٧ – ٤)	مصفوفات الوحدة والنظير الضربي(المعكوسات)
(٧ – ٥)	حل نظام من معادلتين خطيتين

(٧-١) تنظيم البيانات في مصفوفات

تعريف : المصفوفة هي تنظيم من الأعداد المرتبة في صفوف وأعمدة .

الأعداد المكونة للمصفوفة تسمى عناصر المصفوفة .

رتبة المصفوفة :

نرمز إلى المصفوفة بأحد حروف الهجاء ونضع تحته خطاً ، نكتب $\underline{أ}$ وتقرأ المصفوفة أ

إذا كان عدد الصفوف (م) وعدد الأعمدة (ن) فإنّ رتبة المصفوفة تكتب بالشكل : م × ن

ملاحظة : لكتابة رتبة المصفوفة تكتب أولا عدد الصفوف يليه عدد الأعمدة

على سبيل المثال :

$$\underline{أ} = \begin{bmatrix} ٢ & ٣ & ٤ \\ ٦ & ٧ & ٠ \end{bmatrix}$$

المصفوفة $\underline{أ}$ هي مصفوفة من الرتبة ٢ × ٣

حاول أن تحل صـ ٥٥ (١) : اكتب رتبة كل مصفوفة مما يلي :

$$\underline{أ} = \begin{bmatrix} ٤ & ٥ & ٠ \\ -٢ & ٠,٥ & ٧ \end{bmatrix} \quad , \quad \underline{ب} = \begin{bmatrix} -٨ & ٣ & ١٠ \end{bmatrix} \quad , \quad ج = \begin{bmatrix} ٠ & ١٠ \\ -٥ & ١ \\ ٩ & ٠,٦ \end{bmatrix}$$

الحل :

المصفوفة $\underline{أ}$ من الرتبة ٢ × ٣ , المصفوفة $\underline{ب}$ من الرتبة ١ × ٣ , المصفوفة ج من الرتبة ٢ × ٣

ترميز عناصر المصفوفة:

يحدد أي عنصر في المصفوفة بدلاله رقمي الصف والعمود الواقع فيهما فمثلا في المصفوفة

$$\underline{أ} = \begin{bmatrix} أ_{١١} & أ_{٢١} & أ_{٣١} \\ أ_{١٢} & أ_{٢٢} & أ_{٣٢} \\ أ_{١٣} & أ_{٢٣} & أ_{٣٣} \end{bmatrix}$$

العنصر الذي في الصف الأول والعمود الثالث نرمز إليه بالرمز $أ_{٣١}$

أنواع المصفوفات : (وصف المصفوفة)

المصفوفة المربعة: هي مصفوفة فيها عدد الصفوف يساوي عدد الأعمدة

المصفوفة المستطيلة: هي مصفوفة فيها عدد الصفوف لا يساوي عدد الأعمدة

المصفوفة الأفقية: هي مصفوفة مكونة من صف واحد .

المصفوفة العمودية: هي مصفوفة مكونة من عمود واحد .

حاول أن تحل صـ ٥٨ (٤) : صنّف المصفوفات التالية :

$$\underline{أ} = \begin{bmatrix} ٤ & ٥ & ٠ \\ -٢ & ٠,٥ & ٧ \end{bmatrix} \quad , \quad \underline{ب} = \begin{bmatrix} -٨ & ٣ & ١٠ \end{bmatrix} \quad , \quad \underline{ج} = \begin{bmatrix} ٠ & ١٠ \\ -٥ & ١ \\ ٩ & ٠,٦ \end{bmatrix}$$

الحل :

المصفوفة $\underline{أ}$ مستطيلة ، المصفوفة $\underline{ب}$ أفقية ، المصفوفة $\underline{ج}$ مستطيلة

المصفوفات المتساوية :

تكون مصفوفتان متساويتين إذا كانت لهما الرتبة نفسها وكانت عناصرها المتناظرة متساوية والعكس صحيح

حاول أن تحل صـ ٥٩ (٥) : هل المصفوفتان $\underline{س}$, $\underline{ص}$ متساويتان ؟ فسّر .

$$\underline{س} = \begin{bmatrix} ٣ & ٤ \\ ٠ & -٢ \end{bmatrix} \quad , \quad \underline{ص} = \begin{bmatrix} -١ & ٩ \\ ٠ & ٢ \end{bmatrix}$$

الحل :

كل من $\underline{س}$ ، $\underline{ص}$ لهما صفان وعمودان ولكن عناصرهما المتناظرة غير متساوية فالمصفوفتان $\underline{س}$ ، $\underline{ص}$ غير متساويتين .

ملاحظة : يمكن أن نستخدم تعريف المصفوفات المتساوية لحل المعادلات .

حاول أن تحل صـ ٥٩ (٦) : $\underline{ا} = \underline{ب}$ إذا كانت :

$$\begin{bmatrix} ٣٨ & ٥ \\ ٣ & ٤ص - ١٠ \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} س + ٨ & ٥ \\ ٣ & -ص \end{bmatrix}$$ فأوجد قيمة كل من س ، ص

الحل :

ب~ إذا كانت : $\begin{bmatrix} ٣س & س + ص \\ ٤ & س - ص \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -٩ \\ -١٠ \end{bmatrix}$

فأوجد قيمة كل من س ، ص

حل كتاب التمارين بند (٧ – ١) تنظيم البيانات في مصفوفات
المجموعة ١ تمارين أساسية صفحة ٣٠ , ٣١

□: أوجد قيمة كل من س ، ص

$$\begin{bmatrix} س^{٢} & ٤ \\ -٢ & ص^{٢} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} ٩ & ٤ \\ -٢ & ٥ص \end{bmatrix}$$

الحل ::

□ : أوجد قيم المتغيرات بحيث تكون المصفوفتين متساويتين

$$\begin{bmatrix} ٢س - ٨ & ٣ \\ ٥ & ٢ص + ١٠ \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} ١٢ & ٣ \\ ٥ & ٤ص + ١٩ \end{bmatrix}$$

(٧-٢) جمع وطرح المصفوفات

جمع المصفوفات : (حتى نجمع مصفوفتين يجب أن يكون لهما نفس الرتبة) .

ناتج جمع مصفوفتين هو مصفوفة عناصرها هي جمع العناصر المتناظرة في المصفوفتين .

حاول أن تحل صـ ٦١ (١) : أوجد ناتج ما يلي :

$$\begin{bmatrix} -١ & -٣ \\ ٤ & -٥ \\ -٧ & ١ \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} ٢٤ & -١٢ \\ ٥ & -٣ \\ ١٠ & -١ \end{bmatrix}$$

الحل :

$$\begin{bmatrix} ٢٣ & -١٥ \\ ٩ & -٨ \\ ٣ & ٠ \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -١+٢٤ & -٣+١٢- \\ ٤+٥ & -٥+٣- \\ -٧+١٠ & ١+١- \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -١ & -٣ \\ ٤ & -٥ \\ -٧ & ١ \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} ٢٤ & -١٢ \\ ٥ & -٣ \\ ١٠ & -١ \end{bmatrix}$$

خواص جمع المصفوفات :

إذا كان $\underline{أ}$, $\underline{ب}$, $\underline{ج}$ مصفوفات من الرتبة م × ن فإن :

١) $\underline{أ} + \underline{ب}$ هي مصفوفة من الرتبة م × ن . (خاصية الإنغلاق)

٢) $\underline{أ} + \underline{ب} = \underline{ب} + \underline{أ}$ (خاصية الأبدال)

٣) $(\underline{أ} + \underline{ب}) + \underline{ج} = \underline{أ} + (\underline{ب} + \underline{ج})$ (خاصية التجميع)

٤) $\underline{٠}_{م \times ن} + \underline{أ} = \underline{أ} + \underline{٠}_{م \times ن} = \underline{أ}$ (المصفوفة الصفرية هي العنصرالمحايد الجمعي)

٥) $\underline{أ} + (-\underline{أ}) = \underline{٠}_{م \times ن}$ (خاصية المعكوس الجمعي) (النظير الجمعي)

طرح المصفوفات :

(حتى نطرح مصفوفتين يجب أن يكون لهما نفس الرتبة) .

نرد طرح مصفوفتين إلى جمع مصفوفتين باستخدام خاصية مصفوفة المعكوس الجمعي كما يلي:

$$\underline{أ} - \underline{ب} = \underline{أ} + (-\underline{ب})$$

حاول أن تحل صـ ٦٥ (٤) : أوجد ناتج ما يلي :

ا- $\begin{bmatrix} ٦ & -٩ & ٧ \\ -٢ & ١ & ٨ \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} -٤ & ٣ & ٠ \\ ٦ & ٥ & ١٠ \end{bmatrix}$

الحل :

ب- $\begin{bmatrix} -٣ & ٥ \\ -١ & ١٠ \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} ١ & -٣ \\ -٤ & ٢ \end{bmatrix}$

الحل :

حل المعادلات المصفوفية :

المعادلات المصفوفية :

هي معادلة إحدى مصفوفاتها غير معلوم يمكن استخدام خواص المساوات لحل المعادلات المصفوفية

لأي مصفوفات $أ, ب, ج$ لها الرتبة نفسها إذا كان : $أ = ب$ فإن :

$$أ + ج = ب + ج \quad ، \quad أ - ج = ب - ج$$

حاول أن تحل صـ ٦٥ (٥) : أوجد $س$ حيث :

$$س - \begin{bmatrix} -١ & ٠ \\ ٢ & ٥ \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} ١٠ & ٧ \\ -٤ & ٤ \end{bmatrix}$$

الحل :

حل كتاب التمارين بند (٧ – ٢) جمع وطرح المصفوفات

المجموعة ١ تمارين أساسية صفحة ٣٤ ، ٣٥

□ : أوجد س حيث :

$$\begin{bmatrix} ١ & ٢ & ٣- \\ ٢ & ١ & ٣ \end{bmatrix} + س = \begin{bmatrix} ٥ & ١ & ٨ \\ ٦- & ٠ & ٥ \end{bmatrix}$$

الحل

□ : أوجد س حيث :

$$س - \begin{bmatrix} ٤ & ١٢ \\ ٧٥ & ١٠- \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} ٥ & ٥٠ \\ ٥٠ & ١٠- \end{bmatrix}$$

□ : أوجد س حيث :

$$-\text{س} + \begin{bmatrix} ٣ & ٢ & ١ \\ ٠ & ٥ & ٩ \\ ١٢ & ٨ & ٣- \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} ٥- & ٠ & ٠ \\ ٢ & ٠ & ٢ \\ ٠ & ٥ & ٣- \end{bmatrix}$$

الحل :

$$-\text{س} + \begin{bmatrix} ٣ & ٢ & ١ \\ ٠ & ٥ & ٩ \\ ١٢ & ٨ & ٣- \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} ٥- & ٠ & ٠ \\ ٢ & ٠ & ٢ \\ ٠ & ٥ & ٣- \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} ٣ & ٢ & ١ \\ ٠ & ٥ & ٩ \\ ١٢ & ٨ & ٣- \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} ٣ & ٢ & ١ \\ ٠ & ٥ & ٩ \\ ١٢ & ٨ & ٣- \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} ٥- & ٠ & ٠ \\ ٢ & ٠ & ٢ \\ ٠ & ٥ & ٣- \end{bmatrix}$$

$$-\text{س} = \begin{bmatrix} ٥- & ٠ & ٠ \\ ٢ & ٠ & ٢ \\ ٠ & ٥ & ٣- \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} ٣- & ٢- & ١- \\ ٠ & ٥- & ٩- \\ ١٢- & ٨- & ٣ \end{bmatrix}$$

$$-\text{س} = \begin{bmatrix} ٨- & ٢- & ١- \\ ٢ & ٥- & ٧- \\ ١٢- & ٣- & ٠ \end{bmatrix}$$

$$\text{س} = -\begin{bmatrix} ٨- & ٢- & ١- \\ ٢ & ٥- & ٧- \\ ١٢- & ٣- & ٠ \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} ٨ & ٢ & ١ \\ ٢- & ٥ & ٧ \\ ١٢ & ٣ & ٠ \end{bmatrix}$$

□ : أوجد س حيث :

$$\begin{bmatrix} ٠ & ٠ & ٠ \\ ٢٤- & ٤ & ٢ \end{bmatrix} = \text{س} - \begin{bmatrix} ١٣ & ٢٤ & ٥ \\ ٦- & ١٧- & ١ \end{bmatrix}$$

الحل :

$$\begin{bmatrix} ١٣ & ٢٤ & ٥ \\ ٦- & ١٧- & ١ \end{bmatrix} + \text{س} = \begin{bmatrix} ١٣ & ٢٤ & ٥ \\ ٦- & ١٧- & ١ \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} ١٣ & ٢٤ & ٥ \\ ٦- & ١٧- & ١ \end{bmatrix} - \text{س}$$

$$\text{س} = \begin{bmatrix} ٠ & ٠ & ٠ \\ ٢٤- & ٤ & ٢ \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} ١٣ & ٢٤ & ٥ \\ ٦- & ١٧- & ١ \end{bmatrix}$$

$$\text{س} = \begin{bmatrix} ١٣ & ٢٤ & ٥ \\ ٤- & ١٣- & ٢٣- \end{bmatrix}$$

(٧-٣) ضرب المصفوفات

ضرب مصفوفة بعدد :

نضرب هذا العدد بجميع عناصر المصفوفة .

على سبيل المثال : إذا كانت

$$\text{أ} = \begin{bmatrix} ٢ & ٣ & ٤ \\ ٦ & ٧ & ٠ \end{bmatrix} \quad \text{فإنّ} \quad ٣\,\text{أ} = \begin{bmatrix} ٢\times٣ & ٣\times٣ & ٤\times٣ \\ ٦\times٣ & ٧\times٣ & ٠\times٣ \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} ٦ & ٩ & ١٢ \\ ١٨ & ٢١ & ٠ \end{bmatrix}$$

حاول أن تحل صـ ٦٧ (١) : إذا كانت :

$$\text{أ} = \begin{bmatrix} ٢ & ٣ & ٤- \\ ٥ & ٤ & ٣ \end{bmatrix} \quad , \quad \text{ب} = \begin{bmatrix} ٠ & ١ & ٢ \\ ٢- & ١- & ٣ \end{bmatrix}$$ فأوجد :

٥ ب − ٤ أ , أ + ٦ ب

الحل :

حاول أن تحل صـ ٦٩ (٣) : حل كل معادلة مما يلي :

$$\text{ا} \sim \quad ٢\,\underline{س} = \begin{bmatrix} ٤ & ١٢ \\ ١ & ٤- \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} ٢- & ٠ \\ ٣ & ٤ \end{bmatrix}$$

الحل

$$\text{ب} \sim \quad -٣\,\underline{س} = \begin{bmatrix} ٧ & ٠ & ١- \\ ٢ & ٣- & ٤ \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} ١٠ & ٠ & ٨ \\ ١٩- & ١٨- & ١٠ \end{bmatrix}$$

الحل :

ضرب المصفوفات :

هناك شرط لتكون عملية ضرب المصفوفات معرفة هو أن يكون عدد أعمدة المصفوفة الأولى يساوي عدد صفوف المصفوفة الثانية .

كيفية إيجاد ناتج ضرب مصفوفتين :

$$\underset{٣\times ٣}{\begin{bmatrix} \square & \square & \square \\ \square & \square & \square \\ \square & \square & \square \end{bmatrix}} = \underset{٣\times ٢}{\begin{bmatrix} ب_{١١} & ب_{٢١} & ب_{٣١} \\ ب_{١٢} & ب_{٢٢} & ب_{٣٢} \end{bmatrix}} \times \underset{٢\times ٣}{\begin{bmatrix} م_{١١} & م_{٢١} \\ م_{١٢} & م_{٢٢} \\ م_{١٣} & م_{٢٣} \end{bmatrix}}$$

نتحقق من أنّ عملية ضرب المصفوفات معرفة (أعمدة المصفوفة الأولى = صفوف المصفوفة الثانية = ٢)

فتكون المصفوفة الناتجة من الرتبة ٣ × ٣

خطوات

حاول أن تحل صـ ٧١ (٤) : أوجد ناتج الضرب :

$$\begin{bmatrix} ٣ & ٣- \\ ٠ & ٥ \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} ٠ & ١- \\ ٤- & ٣ \end{bmatrix}$$

الحل :

٢×٢ ← ٢×٢ متساويان → ٢×٢

٢×٢

رتبة المصفوفة الناتج

مربع المصفوفة : (حتى نطرح مصفوفتين يجب أن يكون لهما نفس الرتبة) .

: إذا كان أ مصفوفة مربعة فإنّ المصفوفة أ × أ يرمز إليها بالرمز أ@ وتقرأ مربع المصفوفة أ

وبالمثل أ# = أ × أ × أ , أ$ = أ × أ × أ × أ

حاول أن تحل صـ ٧٣ (٦) : إذا كانت ب = $\begin{bmatrix} ٢ & ١ \\ ١- & ٤ \end{bmatrix}$ أوجد : ب

الحل :

$$ب^{٢} = ب \times ب = \begin{bmatrix} ٢ & ١ \\ ١- & ٤ \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} ٢ & ١ \\ ١- & ٤ \end{bmatrix}$$

حل كتاب التمارين بند (٧ – ٣) ضرب المصفوفات
المجموعة ١ تمارين أساسية صفحة ٣٩ ، ٤٠ ، ٤١ ، ٤٢

□: أوجد ناتج ما يلي :

$$\begin{bmatrix} ٣- & ١ \\ ٥ & ٠ \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} ٤ & ٣- \\ ٢ & ٥ \end{bmatrix} =$$

□: أوجد ناتج ما يلي :

$$\begin{bmatrix} ٣- \\ ٥ \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} ٥ & ٣- \end{bmatrix} =$$

□: أوجد ناتج ما يلي :

$$\begin{bmatrix} ٠ & ١- \\ ١- & ٠ \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} ٠ & ١- \\ ٥- & ١- \\ ٣ & ٠ \end{bmatrix} =$$

(٧-٤) مصفوفات الوحدة والنظير الضربي(المعكوسات)

مصفوفة الوحدة :

هي مصفوفة مربعة عناصر قطرها الرئيسي ١ و بقية العناصر صفر ويرمز إليها بـ و

عندئذٍ : أ × و = و × أ = أ

النظير الضربي :

إذا كانت أ ، ب مصفوفتين مربعتين من الرتبة نفسها بحيث يكون أ × ب = و ، فإن ب هي النظير الضربي للمصفوفة أ ويرمز إليها بـ $أ^{-١}$.

عندئذٍ : أ × $أ^{-١}$ = $أ^{-١}$ × أ = و

حاول أن تحل صـ ٧٥ (١) :

ا- أثبت أن المصفوفة $\begin{bmatrix} ٢ & ١ \\ ٢,٥ & ١ \end{bmatrix}$ هي النظير الضربي لـِ $\begin{bmatrix} ٢ & -٢ \\ -٤ & ٥ \end{bmatrix}$

ب- أثبت أن المصفوفة أ = $\begin{bmatrix} ٢ & ٣ \\ ٢ & ١ \end{bmatrix}$ هي النظير الضربي لـِ ب = $\begin{bmatrix} ٢ & -٣ \\ ٢ & -١ \end{bmatrix}$

محدد مصفوفة :

أ = $\begin{bmatrix} م & ب \\ جـ & د \end{bmatrix}$ يرمز له بـ | أ | = $\begin{vmatrix} م & ب \\ جـ & د \end{vmatrix}$ = (ا) (د) – (ب) (ج)

ملاحظة : تكون المصفوفة منفردة إذا وفقط إذا كان محددها = الصفر

حاول أن تحل صـ ٧٦ (٢) : أوجد محدد كل من المصفوفات التالية :

ا- أ = $\begin{bmatrix} ٤ & ٢ \\ ٤ & ٢ \end{bmatrix}$ ، ب- ب = $\begin{bmatrix} ٨ & ٧ \\ ٢ & ١٠ \end{bmatrix}$ ، جـ- جـ = $\begin{bmatrix} ك & ٣ \\ ٣+ك & -٣ \end{bmatrix}$

الحل :

حاول أن تحل صـ $\begin{vmatrix} ٤ & ٢ \\ ٤ & ٢ \end{vmatrix}$ إذا كانت المصفوفة ب = $\begin{bmatrix} ٥ & ١٠ \\ -٤ & ٢ س \end{bmatrix}$ منفردة أوجد قيمة س .

الحل :

ملاحظة : لإيجاد النظير الضربي للمصفوفة $أ = \begin{bmatrix} ا & ب \\ ج & د \end{bmatrix}$ نتبع خطوتين :

(١) نوجد قيمة المحدد مم = $|أ|$ (يجب أن يكون مم $\neq 0$)

(٢) نطبق القانون $أ^{-١} = \frac{١}{مم} \times \begin{bmatrix} د & -ب \\ -ج & ا \end{bmatrix}$ نبدل أماكن عناصر القطر الرئيسي و نغير إشارات عناصر القطر الثانوي

ملاحظة : إذا كان مم = ٠ عندئذٍ لا يوجد نظير ضربي للمصفوفة

حاول أن تحل صـ ٧٧ (٤) :

ا~ هل $أ = \begin{bmatrix} ١ & ٢ \\ ٣ & ٤ \end{bmatrix}$ لها نظير ضربي ؟ فسر إجابتك .

ب~ هل $أ = \begin{bmatrix} ٦ & ٨ \\ -٣ & -٤ \end{bmatrix}$ لها نظير ضربي ؟ فسر إجابتك .

الحل :

حاول أن تحل صـ ٧٨ (٥) : حدد أي مصفوفة من المصفوفات لها نظير ضربي (معكوس) ثم أوجده .

ا~ $\begin{bmatrix} ٢ & ٤ \\ ١ & ٣ \end{bmatrix}$ ب~ $\begin{bmatrix} ٠,٥ & ٢,٣ \\ ٣ & ٧,٢ \end{bmatrix}$

الحل :

(ب) إذا كانت: $\underline{أ} = \begin{bmatrix} ٠ & ١ \\ ٢ & ٣- \end{bmatrix}$ ، $\underline{ب} = \begin{bmatrix} ٢- & ٢ \\ ٥ & ٤- \end{bmatrix}$

أوجد:

(١) $٢\underline{أ} - \underline{ب}$ (٢) $\underline{ب}^{-١}$ (٣) $\underline{أ} \times \underline{ب}$

(٧-٥) حل نظام معادلتين خطيتين

$$\left.\begin{array}{l} أ_{1} س + ب_{1} ص = ج_{1} \\ أ_{2} س + ب_{2} ص = ج_{2} \end{array}\right\}$$

أولاً : طريقة النظير الضربي : نتبع الخطوات :

(١) نكتب المصفوفات

$$أ = \begin{bmatrix} أ_{1} & ب_{1} \\ أ_{2} & ب_{2} \end{bmatrix} \quad , \quad ع = \begin{bmatrix} س \\ ص \end{bmatrix} \quad , \quad ب = \begin{bmatrix} ج_{1} \\ ج_{2} \end{bmatrix}$$

مصفوفة المعاملات — مصفوفة المتغيرات — مصفوفة الحدود الثابتة

(٢) نكتب المعادلة المصفوفية للنظام :

$$\begin{bmatrix} أ_{1} & ب_{1} \\ أ_{2} & ب_{2} \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} س \\ ص \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} ج_{1} \\ ج_{2} \end{bmatrix} \quad (*)$$

(٣) نوجد $أ^{-1}$ (النضير الضربي للمصفوفة أ)

(٤) نضرب طرفي المعادلة (*) بـ $أ^{-1}$ من اليمين : $\begin{bmatrix} س \\ ص \end{bmatrix} = أ^{-1} \times \begin{bmatrix} ج_{1} \\ ج_{2} \end{bmatrix}$

(٥) نوجد حاصل ضرب المصفوفتين في الطرف الثاني فنحصل على قيمة س , ص ثم نكتب مجموعة الحل

م . ح = { (س , ص) }

حاول أن تحل صـ ٨٠ (١) : حل النظام :

$$\left.\begin{array}{l} ٥ س + ٣ ص = ٧ \\ ٣ س + ٢ ص = ٥ \end{array}\right\}$$

باستخدام النظير الضربي للمصفوفة .

الحل :

ثانياً : طريقة كرامر : نتبع الخطوات :

ملاحظة : إذا كان المدد = الصفر عندئذٍ لا يوجد حل للنظام .

حاول أن تحل صـ ٨١ (٢) : حل النظام :

$$\begin{cases} ٣ س + ٢ ص = -٦ \\ -٤ س - ٣ ص = ٧ \end{cases}$$

باستخدام طريقة كرامر .

الحل :

المصفوفات

٢٨	إذا كانت $\underline{ب} = \begin{bmatrix} ٤ & -٣ \\ & ٢ \\ -٥ & \end{bmatrix}$ فإن $\|\underline{ب}\| = ٧$	
٢٩	اذا كانت المصفوفة $\begin{bmatrix} س & ٤ \\ ١٢ & ٦ \end{bmatrix}$ منفردة فان قيمة س $= ٨$	
٣٠	إذا كانت المصفوفة $\begin{bmatrix} س & ٢ \\ ٨ & ٤ \end{bmatrix}$ منفردة فإن س $= ٤$	
٣٢	إذا كانت المصفوفة $\underline{أ} = \begin{bmatrix} ٣ & ٤ \\ ٦ & س \end{bmatrix}$ منفردة ، فإن قيمة س هي -٨	
٣٢	المصفوفة $\begin{bmatrix} ٢ & -١ \\ -٣ & ١ \end{bmatrix}$ هي النظير الضربي للمصفوفة $\begin{bmatrix} -١ & -١ \\ -٣ & -٢ \end{bmatrix}$	
٣٣	للمصفوفة $\underline{أ} = \begin{bmatrix} -٤ & ٠ \\ ٨ & -٢ \end{bmatrix}$ نظير ضربي.	
٣٤	إذا كانت $\begin{bmatrix} ٢ & ٣ \\ -٢ & ٤ \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} س-١ & ٣ \\ -٢ & ٤ \end{bmatrix}$ فإن س $= ٢$	
٣٤	إذا كانت $\underline{أ}_{٤\times٢}$ ، $\underline{ب}_{٢\times٤}$ فإن رتبة المصفوفة $\underline{أ} \times \underline{ب}$ هي ٢×٢	

٣٥	لأي مصفوفتين $\underline{أ}$ ، $\underline{ب}$ يكون $\underline{أ} \times \underline{ب} = \underline{ب} \times \underline{أ}$	
٣٦	إذا كانت $\underline{أ} = \begin{bmatrix} ١ \\ ٢ \\ ٣ \end{bmatrix}$ ، $\underline{ب} = [-١ \quad ٢ \quad ٥]$ و كان $\underline{أ} \times \underline{ب} = \underline{جـ}$ فإن $\underline{جـ}$ من الرتبة ١×١	
٣٧	إذا كانت $\underline{أ}_{٤\times٢}$ ، $\underline{ب}_{٢\times٤}$ فإن رتبة المصفوفة $\underline{أ} \times \underline{ب}$ هي ٢×٢	

٣٨	إذا كان $\underline{أ} = \begin{bmatrix} ٣ & ١ \\ ٥ & ٢ \end{bmatrix}$ ، $\underline{ب} = \begin{bmatrix} ٢ & -١ \\ -٥ & ٣ \end{bmatrix}$ فإن $\underline{أ} \times \underline{ب} =$ (أ) $\begin{bmatrix} ١ & ٠ \\ ١ & ٠ \end{bmatrix}$ (ب) $\begin{bmatrix} ١ & ١ \\ ١ & ١ \end{bmatrix}$ (جـ) $\begin{bmatrix} ١ & ٠ \\ ١ & ٠ \end{bmatrix}$ (د) $\begin{bmatrix} ٠ & ٠ \\ ٠ & ٠ \end{bmatrix}$
٣٩	إذا كانت $\underline{أ} = \begin{bmatrix} ١ & ٢ \\ ٢ & ١ \end{bmatrix}$ ، $\underline{ب} = \begin{bmatrix} ١ & ٣ \\ ٢ & ١ \end{bmatrix}$ فإن $\underline{أ} + ٢\underline{ب} =$ (أ) $\begin{bmatrix} ٢ & ٦ \\ ٤ & ٣ \end{bmatrix}$ (ب) $\begin{bmatrix} ٢ & ٢ \\ ٤ & ٣ \end{bmatrix}$ (جـ) $\begin{bmatrix} ٣ & ٧ \\ ٦ & ٣ \end{bmatrix}$ (د) $\begin{bmatrix} ٣ & ٨ \\ ٦ & ٣ \end{bmatrix}$
٤٠	إذا كانت $\underline{ب} = \begin{bmatrix} ٥ & ١٠ \\ ٤- & ٢س \end{bmatrix}$ منفردة فإن س تساوي : (أ) ٦ (ب) ١٠ (جـ) ٤- (د) ٤٠-
٤١	إذا كانت المصفوفة $\underline{أ} = \begin{bmatrix} ٢ & ٣- \\ ١- & ٢ \end{bmatrix}$ فإن $\underline{أ}^{-١} =$ (أ) $\begin{bmatrix} ٢- & ٣ \\ ١ & ٢- \end{bmatrix}$ (ب) $\begin{bmatrix} ٢ & ٣ \\ ١ & ٢ \end{bmatrix}$ (جـ) $\begin{bmatrix} ٢- & ٣- \\ ١ & ٢ \end{bmatrix}$ (د) $\begin{bmatrix} ٢ & ١ \\ ٣ & ٢ \end{bmatrix}$
٤٢	اذا كانت $\begin{bmatrix} ٢ & ٣ \\ ٢- & ٤ \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} س- ١ & ٣ \\ ٢- & ٤ \end{bmatrix}$ فإن س = (أ) ٢ (ب) ٤ (جـ) ٢- (د) ٣

٤٣ محدد المصفوفة $\begin{bmatrix} ٢ & ٣ \\ ١ & ١ \end{bmatrix}$ هو

(أ) ١ (ب) ٥ (جـ) -١ (ء) ٧

٤٤ إذا كانت $\begin{bmatrix} ٢س - ٥ & ٤ \\ ٣ & ٣ص + ٢ \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} ٤ & ٢٥ \\ ص + ٨ & ٣ \end{bmatrix}$

فإن قيمة س و ص على الترتيب هي:

(أ) ١٥ ، ٣ (ب) -١٢ ، ٤ (ج) -١٥ ، -٣ (د) ١٢ ، -٤

٤٥ إذا كانت $أ = \begin{bmatrix} ١ & ٠ \\ ٠ & ١ \end{bmatrix}$ فإن $أ^{٢}$ =

(أ) ٢ $\begin{bmatrix} ٢ & ٠ \\ ٠ & ٢ \end{bmatrix}$ (ب) $\begin{bmatrix} ٠ & ٢ \\ ٢ & ٠ \end{bmatrix}$ (جـ) $\begin{bmatrix} ١ & ٠ \\ ٠ & ١ \end{bmatrix}$ (د) $\begin{bmatrix} ٠ & ١ \\ ١ & ٠ \end{bmatrix}$

٤٦ حل المعادلة المصفوفية : $س - \begin{bmatrix} ١ & ١ \\ ٣ & ٢ \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} ٠ & ١ \\ ٨ & ٩ \end{bmatrix}$ هو :

(أ) $\begin{bmatrix} ١ & ٢ \\ ٥ & ٧ \end{bmatrix}$ (ب) $\begin{bmatrix} ١ & ٢ \\ -٥ & -٧ \end{bmatrix}$ (جـ) $\begin{bmatrix} ٠ & ٠ \\ ٥ & ٧ \end{bmatrix}$ (د) $\begin{bmatrix} ١ & ١ \\ ١١ & ١١ \end{bmatrix}$