سما SAMA

مذكرة قلب الأم

عمره ما يخذلك

WWW.SAMAKW.NET/AR

i teacher المعلم الذكي

المادة

الرياضيات إجابة

الصف

الثاني عشر علمي

أ. وليد حسين

الفصل الأول
2026-2025

www.samakw.com
samakw_net
60084568 /50855008/97442417
حولي مجمع بيروت الدور الأول

سما SAMA الرياضيات

أوجد

$$\lim_{x\to 2}\frac{(x+1)^2-9}{x^2-2x}$$

صيغة غير معينة $\frac{0}{0}$

$$=\lim_{x\to 2}\frac{((x+1)-3)((x+1)+3)}{x(x-2)}$$

$$=\lim_{x\to 2}\frac{(x-2)(x+4)}{x(x-2)}=\lim_{x\to 2}\frac{x+4}{x}$$

$$=\frac{\lim_{x\to 2}(x+4)}{\lim_{x\to 2}x}=\frac{2+4}{2}=3$$

نشرط لحظة

$\lim_{x\to 2} x = 2 \neq 0$

بفرض أن $\lim_{x\to 2} f(x)=7$, $\lim_{x\to 2} g(x)=-3$. أوجد:

a) $\lim_{x\to 2}(f(x)+g(x))$

b) $\lim_{x\to 2}(f(x).g(x))$

c) $\lim_{x\to 2}(\frac{8f(x).g(x)}{f(x)+g(x)})$

a) $\lim_{x\to 2} f(x) + \lim_{x\to 2} g(x)$

$= 7 + -3 = 4$

b) $\lim_{x\to 2}(f(x)\cdot g(x))$

$=\lim_{x\to 2} f(x)\cdot\lim_{x\to 2} g(x)$

$= 7(-3) = -21$

c) $\lim_{x\to 2}\frac{8f(x)\cdot g(x)}{f(x)+g(x)}$

نشترط لحظة

$\lim_{x\to 2}(f(x)+g(x))=\lim_{x\to 2} f(x)+\lim_{x\to 2} g(x)$

$= 7 + -3 = 4 \neq 0$

$$=\frac{8\lim_{x\to 2} f(x)\cdot g(x)}{\lim_{x\to 2}(f(x)+g(x))}$$

$$=\frac{8\lim_{x\to 2} f(x)\cdot\lim_{x\to 2} g(x)}{\lim_{x\to 2}(f(x)+g(x))}=\frac{8(7)(-3)}{4}$$

$= -42$

$$\lim_{x \to -1} \frac{\sqrt[3]{x^3 - 4x + 5}}{X - 2}$$

شرط الغاء

$$= \frac{\lim_{x \to -1} \sqrt[3]{x^3 - 4x + 5}}{\lim_{x \to -1} (x - 2)} =$$

$$= \frac{\sqrt[3]{\lim_{x \to -1} x^3 - 4x + 5}}{-3} = \frac{\sqrt[3]{(-1)^3 - 4(-1) + 5}}{-3}$$

$$= \frac{-2}{3}$$

$\lim_{x \to -1} (x - 2)$

$= -1 - 2 = -3$

$-3 \neq 0$

$$\lim_{x \to 3} \frac{\sqrt{3x^2 - 2}}{x - 2} = \frac{\sqrt{\lim_{x \to 3} (3x^2 - 2)}}{\lim_{x \to 3} (x - 2)}$$

$$= \frac{\sqrt{25}}{1} = 5$$

شرط أولي

$\lim_{x \to 3} 3x^2 - 2 =$

$= 25 > 0$

شرط الغاء

$\lim_{x \to 3} (x - 2)$

$= 3 - 2 = 1 \neq 0$

$$\lim_{x \to 0} \frac{(3 + x)^3 - 27}{x}$$

$\frac{0}{0}$ صيغة غير معينة

$$= \lim_{x \to 0} \frac{(3 + x - 3)\left((3 + x)^2 + 3(3 + x) + 9\right)}{x}$$

$$= \lim_{x \to 0} \frac{x\left((3 + x)^2 + 9 + 3x + 9\right)}{x} =$$

$$= \lim_{x \to 0} (3 + x)^2 + 3x + 18 = \left(\lim_{x \to 0} 3 + x\right)^2 + \lim_{x \to 0} (3x + 18)$$

$$= (3)^2 + 18 = 27$$

$$\lim_{x\to 3}\ \frac{x^4-7x^2-18}{x-3}$$

صورة $\frac{0}{0}$ مستقرصة

3	1	0	-7	0	-18
		3	9	6	18
	1	3	2	6	0

$$= \lim_{x\to 3}\ \frac{(x-3)(x^3+3x^2+2x+6)}{(x-3)}$$

$$= \lim_{x\to 3}\ (x^3+3x^2+2x+6)$$

$$= (3)^3+3(3)^2+2(3)+6 = 66$$

لتكن الدالة f : $f(x)=|x-3|+2x$

a) اكتب $f(x)$ دون استخدام رمز القيمة المطلقة.

b) أوجد: $\lim_{x\to 3^-} f(x)$. $\lim_{x\to 3^+} f(x)$

c) هل للدالة f نهاية عندما $x\to 3$ ؟

(a) $f(x)=|x-3|+2x$

$$f(x)=\begin{cases} x-3+2x=3x-3 & :x\geq 3 \\ -(x-3)+2x=x+3 & :x<3 \end{cases}$$

(b) $\lim_{x\to 3^-} f(x) = \lim_{x\to 3^-} (x+3)$

$= 3+3=6$

$\lim_{x\to 3^+} f(x) = \lim_{x\to 3^+} (3x-3)$

$= 9-3$

$= 6$

(c) $\lim_{x\to 3^-} f(x) = \lim_{x\to 3^+} f(x) = 6$

$\therefore \lim_{x\to 3} f(x) = 6$

أوجد

$$\lim_{x\to 2}\frac{\sqrt{2x-3}-1}{x-2}$$

صيغة غير معينة $\frac{0}{0}$ (نضرب بالمرافق)

$$=\lim_{x\to 2}\frac{(\sqrt{2x-3}-1)(\sqrt{2x-3}+1)}{(x-2)(\sqrt{2x-3}+1)}$$

$$=\lim_{x\to 2}\frac{(2x-3-1)}{(x-2)(\sqrt{2x-3}+1)}$$

$$=\lim_{x\to 2}\frac{2(x-2)}{(x-2)(\sqrt{2x-3}+1)}$$

$$=\lim_{x\to 2}\frac{2}{\sqrt{2x-3}+1}$$

$$=\frac{\lim_{x\to 2} 2}{\lim_{x\to 2}(\sqrt{2x-3}+1)}$$

$$=\frac{2}{2}=1$$

نتأكد ما عندنا البسط

$$\lim_{x\to 2}(2x-3)=2(2)-3$$
$$=1>0$$

نتأكد المقام

$$\lim_{x\to 2}(\sqrt{2x-3}+1)$$
$$=\lim_{x\to 2}\sqrt{\quad}+\lim_{x\to 2}1$$
$$=\sqrt{\lim_{x\to 2}2x-3}+\lim_{x\to 2}1$$
$$=\sqrt{1}+1=2\neq 0$$

$$\lim_{x\to 9}\frac{x-9}{3-\sqrt{x}}$$

صيغة غير معينة $\frac{0}{0}$ (نضرب بالمرافق)

$$=\lim_{x\to 9}\frac{(x-9)(3+\sqrt{x})}{(3-\sqrt{x})(3+\sqrt{x})}$$

$$=\lim_{x\to 9}\frac{(x-9)(3+\sqrt{x})}{9-x}$$

$$=\lim_{x\to 9}-(3+\sqrt{x})$$

$$=(-1)(\lim_{x\to 9}3+\lim_{x\to 9}\sqrt{x})=-1(3+3)=-6$$

$$\lim_{x\to 3}\frac{\sqrt{x^2+7}-4}{x^2-4x+3}$$

صيغة غير معينة $\frac{0}{0}$

$$=\lim_{x\to 3}\frac{(\sqrt{x^2+7}-4)(\sqrt{x^2+7}+4)}{(x^2-4x+3)(\sqrt{x^2+7}+4)}$$

$$=\lim_{x\to 3}\frac{x^2+7-16}{(x^2-4x+3)(\sqrt{x^2+7}+4)}$$

$$=\lim_{x\to 3}\frac{x^2-9}{(x-3)(x-1)(\sqrt{x^2+7}+4)}$$

$$=\lim_{x\to 3}\frac{(x-3)(x+3)}{(x-3)(x-1)(\sqrt{x^2+7}+4)}$$

$$=\lim_{x\to 3}\frac{x+3}{(x-1)(\sqrt{x^2+7}+4)}$$

$$=\frac{\lim_{x\to 3}(x+3)}{\lim_{x\to 3}(x-1)(\sqrt{x^2+7}+4)}=\frac{6}{16}=\frac{3}{8}$$

شرط أن:

$\lim_{x\to 3}(x^2+7)=9+7$

$=16>0$

شرط ثاني:

$\lim_{x\to 3}(x-1)(\sqrt{x^2+7}+4)$

$=\lim_{x\to 3}(x-1)\left(\sqrt{\lim_{x\to 3}x^2+7}+\lim_{x\to 3}4\right)$

$=(3-1)(\sqrt{16}+4)$

$=16\neq 0$

$$\lim_{x\to 1}\frac{x-1}{\sqrt[3]{x}-1}$$

صيغة غير معينة $\frac{0}{0}$

$$=\lim_{x\to 1}\frac{(\sqrt[3]{x}-1)(\sqrt[3]{x^2}-\sqrt[3]{x}+1)}{(\sqrt[3]{x}-1)}$$

$$=\lim_{x\to 1}(\sqrt[3]{x^2}-\sqrt[3]{x}+1)$$

$$=\sqrt[3]{\lim_{x\to 1}x^2}-\lim_{x\to 1}\sqrt[3]{x}+1$$

$$=1+1+1=3$$

$$\lim_{x \to 5} \frac{|x+2| - 7}{x^2 - 25}$$

$= \lim_{x \to 5} \frac{(x+2) - 7}{x^2 - 25} = \lim_{x \to 5} \frac{x - 5}{x^2 - 25}$ صورة $\frac{0}{0}$ صيغة

$= \lim_{x \to 5} \frac{x-5}{(x-5)(x+5)} = \lim_{x \to 5} \frac{1}{x+5}$

$= \frac{\lim_{x \to 5} 1}{\lim_{x \to 5} (x+5)} = \frac{1}{10}$

نفيد نرفع القيمة

$|x+2| = x+2$ عندما $x \to 5$

$\lim_{x \to 5} (x+5) = 10 \neq 0$

نرفع القيمة

$$\lim_{x \to 1} \frac{|x-1|}{x^2 - 1}$$

صورة $\frac{0}{0}$ صيغة غير

$f(x) = \frac{|x-1|}{x^2-1} = \begin{cases} \frac{x-1}{(x-1)(x+1)} = \frac{1}{x+1} & : x > 1 \\ \frac{-(x-1)}{(x-1)(x+1)} = \frac{-1}{x+1} & : x < 1 \end{cases}$

$\lim_{x \to 1^-} f(x) = \lim_{x \to 1^-} \frac{-1}{x+1} = \frac{\lim_{x \to 1^-} -1}{\lim_{x \to 1^-} (x+1)} = \frac{-1}{2}$

$\lim_{x \to 1^+} f(x) = \lim_{x \to 1^+} \frac{1}{x+1} = \frac{\lim_{x \to 1^+} 1}{\lim_{x \to 1^+} (x+1)} = \frac{1}{2}$

$\lim_{x \to 1^-} f(x) \neq \lim_{x \to 1^+} f(x)$ ∴

∴ غير موجودة $\lim_{x \to 1} f(x)$

نفيد نرفع القيمة

$|x-1| = \begin{cases} x-1 & : x > 1 \\ -(x-1) & : x \leq 1 \end{cases}$

نرفع القيمة

$\lim_{x \to 1^-} (x+1) = 2 \neq 0$

$\lim_{x \to 1^+} (x+1) = 2 \neq 0$

إذا كانت $\lim_{x\to\infty} \frac{x-2}{ax^2+bx-3} = -1$ أوجد قيمة كل من الثابتين a ، b

حسب نظرية (11) يجب أن يكون درجة حدوديه البسط = درجة حدودية المقام = 1

$\therefore -1 \neq 0$

$\therefore ax^2 = 0 \Rightarrow \boxed{a=0}$

$\therefore \lim_{x\to\infty} \frac{x-2}{bx-3} = -1 \Rightarrow \frac{1}{b} = -1 \Rightarrow \boxed{b=-1}$

$$\lim_{x\to\infty} \frac{\sqrt{2x^2-x}}{x+1} = \lim_{x\to\infty} \frac{\sqrt{x^2(2-\frac{1}{x})}}{x+1}$$

$\sqrt{x^2} = |x|$

$|x| = x$ عندما $x \to \infty$

$$= \lim_{x\to\infty} \frac{|x|\sqrt{2-\frac{1}{x}}}{x+1}$$

$$= \lim_{x\to\infty} \frac{x\sqrt{2-\frac{1}{x}}}{x(1+\frac{1}{x})}$$

$$= \lim_{x\to\infty} \frac{\sqrt{2-\frac{1}{x}}}{1+\frac{1}{x}}$$

$$= \frac{\lim_{x\to\infty}\sqrt{2-\frac{1}{x}}}{\lim_{x\to\infty} 1+\frac{1}{x}}$$

$$= \frac{\sqrt{\lim_{x\to\infty}(2-\frac{1}{x})}}{\lim_{x\to\infty}(1+\frac{1}{x})} = \frac{\sqrt{2}}{1}$$

$$= \sqrt{2}$$

شرط كبير (وهو قوي)

$\lim_{x\to\infty}(2-\frac{1}{x})$

$= \lim_{x\to\infty} 2 - \lim_{x\to\infty} \frac{1}{x}$

$= 2 - 0 = 2 > 0$

شرط ثاني

$\lim_{x\to\infty}(1+\frac{1}{x}) = \lim_{x\to\infty} 1 + \lim_{x\to\infty} \frac{1}{x}$

$= 1+0 = 1$

$1 \neq 0$

$$\lim_{x \to -\infty} \frac{x-2}{\sqrt{x^2+2x-4}}$$

$\sqrt{x^2} = |x| = -x \quad : \quad x \to -\infty$

$$= \lim_{x \to -\infty} \frac{(x-2)}{\sqrt{x^2\left(1+\frac{2}{x}-\frac{4}{x^2}\right)}}$$

$$= \lim_{x \to -\infty} \frac{x-2}{|x|\sqrt{1+\frac{2}{x}-\frac{4}{x^2}}}$$

$$= \lim_{x \to -\infty} \frac{-x\left(-1+\frac{2}{x}\right)}{-x\sqrt{1+\frac{2}{x}-\frac{4}{x^2}}}$$

$$= \lim_{x \to -\infty} \frac{-1+\frac{2}{x}}{\sqrt{1+\frac{2}{x}-\frac{4}{x^2}}}$$

$$= \frac{\lim\limits_{x \to -\infty}\left(-1+\frac{2}{x}\right)}{\lim\limits_{x \to -\infty}\sqrt{1+\frac{2}{x}-\frac{4}{x^2}}}$$

$$= \frac{\lim\limits_{x \to -\infty} -1 + \lim\limits_{x \to -\infty} \frac{2}{x}}{\lim\limits_{x \to -\infty}\sqrt{1+\frac{2}{x}-\frac{4}{x^2}}}$$

$$= \frac{-1+0}{1}$$

$$= -1$$

نرفع x^2

$$\lim_{x \to -\infty}\left(1+\frac{2}{x}-\frac{4}{x^2}\right)$$

$$= \lim_{x \to -\infty} 1 + \lim_{x \to -\infty}\frac{2}{x} - \lim_{x \to -\infty}\frac{4}{x^2}$$

$$= 1 + 0 - 0 = 1 > 0$$

نرفع الجذر

$$\lim_{x \to -\infty} \sqrt{\left(1+\frac{2}{x}-\frac{4}{x^2}\right)}$$

$$= \sqrt{\lim_{x \to -\infty} 1+\frac{2}{x}-\frac{4}{x^2}}$$

$$= \sqrt{1} = 1 \neq 0$$

أوجد $\lim_{x\to 0} \frac{x^2}{1-\cos x}$

$$= \lim_{x\to 0} \frac{x^2 (1+\cos x)}{(1-\cos x)(1+\cos x)}$$

$$= \lim_{x\to 0} \frac{x^2 (1+\cos x)}{\sin^2 x}$$

$$= \lim_{x\to 0} \frac{x^2}{\sin^2 x} \cdot \lim_{x\to 0} (1+\cos x)$$

$$= \left(\lim_{x\to 0} \frac{x}{\sin x}\right)^2 \cdot \left(\lim_{x\to 0} 1 + \lim_{x\to 0} \cos x\right) = (1)^2 (1+1) = 2$$

$\lim_{x\to 0} \frac{1-\cos 2x}{\sin 2x}$

$$= \lim_{x\to 0} \frac{(1-\cos 2x)(1+\cos 2x)}{\sin 2x (1+\cos 2x)}$$

$$= \lim_{x\to 0} \frac{\sin^2 2x}{\sin 2x (1+\cos 2x)}$$

$$= \lim_{x\to 0} \frac{\sin 2x}{(1+\cos 2x)}$$

$$= \frac{\lim_{x\to 0} \sin 2x}{\lim_{x\to 0} (1+\cos 2x)}$$

$$= \frac{0}{2} = 0$$

$\lim_{x\to 0} (1+\cos 2x)$

$= \lim_{x\to 0} 1 + \lim_{x\to 0} \cos 2x$

$= 1 + 1 = 2 \neq 0$

$$\lim_{x\to 0}\left(\frac{5x+Sin3x}{2x}\right)$$ أوجد

$$= \lim_{x\to 0}\left(\frac{5x}{2x} + \frac{Sin3x}{2x}\right)$$

$$= \lim_{x\to 0}\left(\frac{5}{2}\right) + \lim_{x\to 0}\frac{Sin3x}{2x}$$

$$= \frac{5}{2} + \frac{3}{2} = 1$$

$$\lim_{x\to 0}\frac{\tan 2x + 3x\cos 4x}{5x}$$

$$= \lim_{x\to 0}\left(\frac{\tan 2x}{5x} + \frac{3x\cos 4x}{5x}\right)$$

$$= \lim_{x\to 0}\left(\frac{\tan 2x}{5x}\right) + \frac{3}{5}\lim_{x\to 0}(\cos 4x)$$

$$= \frac{2}{5} + \frac{3}{5}(1) = 1$$

سما SAMA الرياضيات
iteacher_q8
50522331
www.samakw.net
إختر لنفسك ماتستحقه
SCAN ME!

$$\lim_{x \to 0} \frac{\sin x}{2x^2 - x}$$

$$= \lim_{x \to 0} \frac{\sin x}{x(2x-1)}$$

$$= \lim_{x \to 0} \frac{\sin x}{x} \cdot \frac{1}{2x-1}$$

$$= \lim_{x \to 0} \frac{\sin x}{x} \cdot \frac{\lim_{x \to 0} 1}{\lim_{x \to 0} (2x-1)}$$

$$= 1 \cdot \frac{1}{-1} = -1$$

شرط النهاية

$$\lim_{x \to 0} (2x-1)$$

$$= 2(0) - 1$$

$$= -1 \neq 0$$

$$\lim_{x \to 0} \frac{\sin 2x}{\tan 3x}$$

$$= \lim_{x \to 0} \frac{\frac{\sin 2x}{x}}{\frac{\tan 3x}{x}}$$

$$= \frac{\lim_{x \to 0} \frac{\sin 2x}{x}}{\lim_{x \to 0} \frac{\tan(3x)}{x}}$$

$$= \frac{2}{3}$$

$$\lim_{x \to 0} \frac{\tan 3x}{x}$$

$$= 3 \neq 0$$

$$\lim_{x \to 0} \frac{x^2 + 1}{1 + \cos 2x}$$

$$= \frac{\lim_{x \to 0} x^2 + 1}{\lim_{x \to 0} (1 + \cos 2x)}$$

$$= \frac{1}{2}$$

شرط النهاية

$$\lim_{x \to 0} (1 + \cos 2x)$$

$$= \lim_{x \to 0} 1 + \lim_{x \to 0} \cos 2x$$

$$= 1 + 1 = 2 \neq 0$$

لتكن f :

$$f(x)=\begin{cases}\dfrac{x^2-9}{x-3} & : x>3\\ 7 & : x\le 3\end{cases}$$

ابحث اتصال الدالة f عند $x=3$

$f(3)=7$

$$\lim_{x\to 3^-} f(x)=\lim_{x\to 3^-}(7)=7$$

$$\lim_{x\to 3^+} f(x)=\lim_{x\to 3^+}\frac{x^2-9}{x-3}$$

$$=\lim_{x\to 3^+}\frac{(x-3)(x+3)}{(x-3)}$$

$$=\lim_{x\to 3^+}(x+3)$$

$$=3+3=6$$

$$\lim_{x\to 3^+} f(x)\neq\lim_{x\to 3^-} f(x)$$

$\therefore \lim_{x\to 3} f(x)$ غير موجود

$\therefore f$ ليست متصلة عند $x=3$

iteacher_q8
50522331
www.samakw.net
إختر لنفسك ماتستحقه
SCAN ME!

أبحث اتصال الدالة f عند $x=-1$ حيث

$$f(x)=\begin{cases}\dfrac{|x+1|}{x+1}-2x & : x\neq -1\\ 2 & : x=-1\end{cases}$$

$$f(x)=\begin{cases}\dfrac{x+1}{x+1}-2x=1-2x & : x>-1\\ \dfrac{-(x+1)}{x+1}-2x=-1-2x & : x<-1\\ 2 & : x=-1\end{cases}$$

$\therefore f(-1)=2$

$\lim\limits_{x\to -1^-} f(x)=\lim\limits_{x\to -1^-}(-1-2x)$

$=-1-2(-1)=1$

$\lim\limits_{x\to -1^+} f(x)=\lim\limits_{x\to -1^+}(1-2x)$

$=1-2(-1)=3$

$\lim\limits_{x\to -1^-} f(x)\neq \lim\limits_{x\to -1^+} f(x)$

$\therefore \lim\limits_{x\to -1} f(x)$ غير موجود

$\therefore f$ غير متصلة عند $x=-1$

ابحث اتصال الدالة f عند $x=0$ حيث :

$$f(x)=\begin{cases}\dfrac{x^2-3x}{|x|} & : x\neq 0\\ -3 & : x=0\end{cases}$$

$$=\begin{cases}\dfrac{x(x-3)}{x}=(x-3) & : x>0\\ \dfrac{x(x-3)}{-x}=-x+3 & : x<0\\ -3 & x=0\end{cases}$$

$f(-1)=-3$

$\lim\limits_{x\to 0^-} f(x)=\lim\limits_{x\to 0^-}(-x+3)=3$

$\lim\limits_{x\to 0^+} f(x)=\lim\limits_{x\to 0^+}(x-3)=-3$

$\Rightarrow \lim\limits_{x\to 0^-} f(x)\neq \lim\limits_{x\to 0^+} f(x)$

$\therefore \lim\limits_{x\to 0} f(x)$ غير موجود

$\therefore f$ غير متصلة عند $x=0$

لتكن $f(x) = 2x^2 - 3$ ، $g(x) = \sqrt{x+4}$

ابحث اتصال الدالة $g \circ f$ عند $x = -2$

$f(x) = 2x^2 - 3$ ①

f كثيرة حدود متصلة عند كل $x \in R$

∴ f متصلة عند $x = -2$

$f(-2) = 2(-2)^2 - 3 = 5$ ②

$g(x) = \sqrt{x+4}$ ③

نفرض $h(x) = x+4$ متصلة عند $x=5$ ①

$h(5) = 5+4 = 9 > 0$ ②

من ①، ② تكون $g(x) = \sqrt{x+4}$ متصلة عند $x=5$ (نظرية)

من ①، ②، ③ $g \circ f$ متصلة عند $x=-2$ (نظرية)

لتكن الدالة f : $f(x) = x^2 - 3x$ ، الدالة g : $g(x) = \sqrt{x}$

إبحث إتصال الدالة (gof) عند $x = -1$

$f(x) = x^2 - 3x$ ①

f كثيرة حدود متصلة عند كل $x \in R$

∴ f متصلة عند $x = -1$

$f(-1) = (-1)^2 - 3(-1) = 4$ ②

$g(x) = \sqrt{x}$ ③ متصلة عند كل $x \in R^+$

∴ g متصلة عند $x = 4$

من ①، ②، ③ $(g \circ f)$ متصلة عند $x = -1$ (نظرية)

لتكن $f(x)=|x^2+6x+5|$ ابحث اتصال الدالة f عند $x=2$

$h(x)=|x|$ $\quad g(x)=x^2+6x+5$

$(h\circ g)(x)=h(g(x))$

$=h(x^2+6x+5)=|x^2+6x+5|=f(x)$

نفرض اتصال $h\circ g$ عند $x=2$

① $g(x)=x^2+6x+5$

كثيرة حدود متصلة عند كل $x\in R$

$\therefore g$ متصلة عند $x=2$

② $g(2)=(2)^2+6(2)+5$

$=21$

③ $h(x)=|x|$

h متصلة لكل $x\in R$

$\therefore h$ متصلة عند $x=21$

من ① و ② و ③ $f(x)=h\circ g(x)$ متصلة عند $x=2$

ابحث اتصال الدالة $f(x)=\dfrac{\sqrt[3]{x}}{x^2+4}$ عند $x=-2$

$f(x)=\dfrac{h(x)}{g(x)}$

① $h(x)=\sqrt[3]{x}$ متصلة عند $x=-2$ (إذن متصلة عند كل $x\in R$)

② $g(x)=x^2+4$ كثيرة حدود متصلة عند كل $x\in R$ $\therefore$ متصلة عند $x=-2$

③ $g(-2)=4+4=8\neq 0$

من ① و ② و ③ $\therefore$ دالة $f(x)=\dfrac{h(x)}{g(x)}$ متصلة عند $x=-2$

(نظرية)

لتكن f : $f(x) = \sqrt{x^2 - 7x + 10}$

أوجد مجال الدالة f ثم ادرس اتصال الدالة f على $[-1\ ,\ 1]$

$D_f = \{ x : x^2 - 7x + 10 \geq 0 \}$

$x^2 - 7x + 10 \geqslant 0$

المعادلة المناظرة $x^2 - 7x + 10 = 0$

$(x - 2)(x - 5) = 0$

$x = 2 \quad x = 5$ ∴

$D_f = (-\infty\ ,2] \cup [5, \infty)$

نفرض $g(x) = x^2 - 7x + 10$

$g(x)$ متصلة على $[-1, 1]$

$g(x) \geqslant 0 \quad \forall x \in [-1, 1] \subseteq D_f$

∴ $f(x) = \sqrt{g(x)}$ متصلة

على $[-1, 1]$

لتكن f : $f(x) = \sqrt{4 - x^2}$

ادرس اتصال الدالة f على $[-2, 2]$

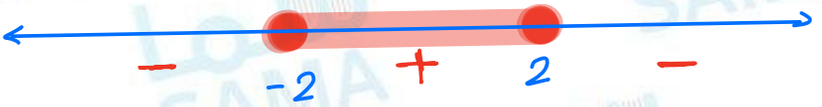
$D_f = \{ x : 4 - x^2 \geqslant 0 \}$

$4 - x^2 \geqslant 0$

المعادلة المناظرة $4 - x^2 = 0$

$(2 - x)(2 + x) = 0$

$x = 2 \ , \ x = -2$



$D_f = [-2\ ,\ 2]$

$h(x) = 4 - x^2$

$h(x)$ متصلة على $[-2, 2]$

$h(x) \geqslant 0 \ , \ \forall x \in [-2, 2]$

∴ $f(x) = \sqrt{h(x)}$ متصلة

على $[-2, 2]$

سما SAMA الرياضيات

إدرس إتصال الدالة f على $[1,3]$ حيث :

$$f(x)=\begin{cases}-2 & : x=1\\ x^2-3 & : 1<x<3\\ 5 & : x=3\end{cases}$$

$D_f = [1,3]$

① ندرس اتصال f عند $x=3$ من جهة اليسار :

$f(3) = 5$

$\lim_{x\to 3^-} f(x) = \lim_{x\to 3^-} (x^2-3)$

$= (3)^2 - 3$

$= 6$

$f(3) \neq \lim_{x\to 3^-} f(x)$

$\therefore f$ غير متصلة عند $x=3$ جهة اليسار

② ندرس اتصال f عند $x=1$ من جهة اليمين

$f(1) = -2$

$\lim_{x\to 1^+} f(x) = \lim_{x\to 1^+} (x^2-3)$

$= 1-3 = -2$

$f(1) = \lim_{x\to 1^+} f(x)$

$\therefore f$ متصلة عند $x=1$ جهة اليمين

③ نفرض $g(x) = x^2-3$

g كثيرة حدود متصلة على $\mathbb{R}$

$\therefore g$ متصلة على الفترة $(1,3) \subset \mathbb{R}$

واضح $f(x) = g(x) \quad \forall x \in (1,3)$

$\therefore f$ متصلة على $(1,3)$

من ①، ②، ③ f متصلة على $[1,3)$

ادرس اتصال الدالة f على مجالها حيث :

$$f(x)=\begin{cases} x+3 & : x\le -1 \\ \dfrac{4}{x+3} & : x>-1 \end{cases}$$

$D_f = (-\infty,-1] \cup (-1,\infty) = \mathbb{R}$

① نفرض $g(x)=x+3$

g كثيرة حدود متصلة على $\mathbb{R}$

$\therefore$ g متصلة على $(-\infty,-1]$

ولكن $f(x)=g(x) \quad \forall x\in(-\infty,-1]$

$\therefore$ f متصلة على $(-\infty,-1]$

② نفرض $h(x)=\dfrac{4}{x+3}$

h حدودية نسبية متصلة عند كل $x\in\mathbb{R}-\{-3\}$

$-3\notin(-1,\infty)$ $\therefore$ h متصلة على

ولكن

$f(x)=g(x) \quad \forall x\in(-1,\infty)$

$\therefore$ f متصلة على $(-1,\infty)$

③ ندرس اتصال f عند $x=-1$ من جهة اليمين

$f(-1)=(-1)+3=2$

$\lim\limits_{x\to -1+} f(x) = \lim\limits_{x\to -1+} \dfrac{4}{x+3}$

$= \dfrac{\lim\limits_{x\to -1+} 4}{\lim\limits_{x\to -1+}(x+3)} = \dfrac{4}{2} = 2$

$\lim\limits_{x\to -1+}(x+3)=2\neq 0$ (ثم إيضاحها)

$\therefore f(-1)=\lim\limits_{x\to -1+} f(x)$

$\therefore$ f متصلة عند $x=-1$ من جهة اليمين

من ① ، ② ، ③ f متصلة على $\mathbb{R}$

$\therefore$ f متصلة على مجالها $\mathbb{R}$

أوجد قيمة a, b بحيث تكون الدالة f متصلة على مجالها حيث :

$$f(x) = \begin{cases} x^2 & : x < 1 \\ 3x + a & : x > 1 \\ b & : x = 1 \end{cases}$$

∴ f متصلة على مجالها $\mathbb{R}$

$$\lim_{x \to 1^-} f(x) = f(1) = \lim_{x \to 1^+} f(x)$$ ∴

$$\lim_{x \to 1^-} (x^2) = b = \lim_{x \to 1} (3x + a)$$

∴ $1 = b \Rightarrow$ $b = 3 + a$

$1 = 3 + a \Rightarrow \boxed{a = 2}$

---

a) لتكن الدالة f :

$$f(x) = \begin{cases} 5 & : x = 1 \\ ax + b & : 1 < x < 4 \\ b + 8 & : x = 4 \end{cases}$$

أوجد قيم الثابتين a , b متصلة على $[1, 4]$

∴ f متصلة على $[1, 4]$

f متصلة عند $x = 1$ حيث $x = 1$ عند متصلة f

$$f(1) = \lim_{x \to 1^+} f(x)$$

$$5 = \lim_{x \to 1^+} (ax + b)$$

$$5 = a + b$$

$$5 = 4 + b$$

$$\boxed{b = 1}$$

∴ f متصلة عند $x = 4$ حيث $x = 4$ عند متصلة f

$$f(4) = \lim_{x \to 4^-} f(x)$$

$$b + 8 = \lim_{x \to 4} (ax + b)$$

$$b + 8 = 4a + b$$

$$4a = 8$$

$$\Leftarrow \boxed{a = 2}$$

ادرس اتصال الدالة f على الفترة $[1,5]$ حيث.

$$f(x)=\begin{cases}2 & : \quad x=1\\ \frac{x^2+1}{x} & : \quad 1<x<5\\ \frac{26}{5} & : \quad x=5\end{cases}$$

مجال الدالة $D_f=[1,5]$

① ندرس اتصال f عند $x=1$ من جهة اليمين

$f(1)=2$

$\lim\limits_{x\to 1^+} f(x)=\lim\limits_{x\to 1}\frac{x^2+1}{x}$ $\quad 1\neq 0$

$=\frac{1+1}{1}=2$

$\therefore \lim\limits_{x\to 1^+} f(x)=f(1)$

$\therefore$ f متصلة عند $x=1$ من جهة اليمين

② ندرس اتصال f عند $x=5$ من جهة اليسار

$f(5)=\frac{26}{5}$

$\lim\limits_{x\to 5^-} f(x)=\lim\limits_{x\to 5^-}\frac{x^2+1}{x}$ $\quad 5\neq 0$

$=\frac{5^2+1}{5}=\frac{26}{5}$

$\therefore \lim\limits_{x\to 5^-} f(x)=f(5)$

$\therefore$ f متصلة عند $x=5$ من جهة اليسار

---

③ بفرض $g(x)=\frac{x^2+1}{x}$ حدودية نسبية متصلة عند كل $x\in R-\{0\}$

$\therefore$ $g(x)$ متصلة على $(1,5)$ حيث $0\notin(1,5)$

ولكن $f(x)=g(x)$ $\forall x\in(1,5)$

$\therefore$ f متصلة على $(1,5)$

من ①، ②، ③ f متصلة على $[1,5]$

$\therefore$ f متصلة على مجالها.

باستخدام التعريف، أوجد مشتقة الدالة $f: f(x) = 2x^2 + 1$. عند $x = 1$.

$$f'(a) = \lim_{x \to a} \frac{f(x) - f(a)}{x - a}$$ إذا وجدت

$$= \lim_{x \to 1} \frac{f(x) - f(1)}{x - 1}$$

$f(1) = 2(1)^2 + 1 = 3$

$$= \lim_{x \to 1} \frac{2x^2 + 1 - 3}{x - 1}$$

$$= \lim_{x \to 1} \frac{2x^2 - 2}{x - 1} = \lim_{x \to 1} \frac{2(x^2 - 1)}{x - 1}$$

$$= \lim_{x \to 1} \frac{2(x-1)(x+1)}{(x-1)} = 2\lim_{x \to 1} (x+1) = 2(1+1)$$

$$= 4$$

لتكن الدالة: $f(x) = x^3$ ، أوجد $f'(x)$ باستخدام تعريف المشتقة إن وجدت.

$$f'(a) = \lim_{x \to a} \frac{f(x) - f(a)}{x - a}$$ إذا وجدت

$$= \lim_{x \to a} \frac{x^3 - a^3}{x - a}$$

$$= \lim_{x \to a} \frac{(x-a)(x^2 + ax + a^2)}{(x-a)}$$

$$= \lim_{x \to a} (x^2 + ax + a^2)$$

$$= a^2 + a^2 + a^2 = 3a^2$$

$$f'(x) = 3x^2$$

لتكن الدالة f :

$$f(x)=\begin{cases} x^2+1 & : \ x \le 2 \\ 4x-3 & : \ x>2 \end{cases}$$

دالة متصلة على مجالها

أوجد $f'(x)$ إن أمكن

$D_f = (-\infty, 2] \cup (2, \infty) = \mathbb{R}$

$$f'(x)=\begin{cases} 2x & : x<2 \\ \exists & : x=2 \\ 4 & : x>2 \end{cases}$$

$f(2)=(2)^2+1=5$

$$f'_-(2)=\lim_{x\to 2}\frac{f(x)-f(2)}{x-2}$$

$$=\lim_{x\to 2}\frac{x^2+1-5}{x-2}$$

$$=\lim_{x\to 2}\frac{x^2-4}{x-2}$$

$$=\lim_{x\to 2}\frac{(x-2)(x+2)}{(x-2)}$$

$$=\lim_{x\to 2}(x+2)$$

$$=2+2=4$$

$$f'_+(2)=\lim_{x\to 2}\frac{f(x)-f(2)}{x-2}$$

$$=\lim_{x\to 2}\frac{4x-3-5}{x-2}$$

$$=\lim_{x\to 2}\frac{4x-8}{x-2}$$

$$=\lim_{x\to 2}\frac{4(x-2)}{(x-2)}$$

$$=\lim_{x\to 2}(4)$$

$$=4$$

$f'(2)=f'_+(2)=4$

$f'(2)=4$

$$f'(x)=\begin{cases} 2x & : x<2 \\ 4 & : x\ge 2 \end{cases}$$

$\therefore$

$\therefore$

f' موجودة على $\mathbb{R}$

لتكن الدالة f : $f(x)=\begin{cases} x^2+1 & : x<1 \\ 2\sqrt{x} & : x\geq 1 \end{cases}$

أوجد $f'(x)$ إن أمكن ، دالة متصلة على مجالها

$D_f=(-\infty,1)\cup[1,\infty)=\mathbb{R}$

$f'(x)=\begin{cases} 2x & : x<1 \\ \text{غير موجودة} & : x=1 \\ \frac{2\cdot 1}{2\sqrt{x}}=\frac{1}{\sqrt{x}} & : x>1 \end{cases}$

$f(1)=2\sqrt{1}=2$

$f'_-(1)=\lim_{x\to 1^-}\frac{f(x)-f(1)}{x-1}$

$=\lim_{x\to 1^-}\frac{x^2+1-2}{x-1}$

$=\lim_{x\to 1^-}\frac{x^2-1}{x-1}$

$=\lim_{x\to 1^-}\frac{(x-1)(x+1)}{(x-1)}$

$=\lim_{x\to 1^-}(x+1)=2$

$f'_+(1)=\lim_{x\to 1^+}\frac{f(x)-f(1)}{x-1}$ لماذا وضعت

$=\lim_{x\to 1^+}\frac{2\sqrt{x}-2}{x-1}$

$=\lim_{x\to 1^+}\frac{2(\sqrt{x}-1)}{x-1}$

$=2\lim_{x\to 1^+}\frac{(\sqrt{x}-1)(\sqrt{x}+1)}{(x-1)(\sqrt{x}+1)}$

$=2\lim_{x\to 1^+}\frac{(x-1)}{(x-1)(\sqrt{x}+1)}$

$=2\lim_{x\to 1^+}\frac{1}{\sqrt{x}+1}$

$=2\,\frac{\lim_{x\to 1^+}1}{\lim_{x\to 1^+}\sqrt{x}+1}=\frac{2}{2}$

$=1$

لماذا وضعت $\lim$ هنا

$\lim_{x\to 1}\sqrt{x}+\lim_{x\to 1}1$

$=1+1=2$

$2\neq 1$

$\therefore f'_-(1)\neq f'_+(1)$ $\Leftarrow$ $f'(1)$ غير موجودة

$f'(x)=\begin{cases} 2x & : x<1 \\ \text{غير موجودة} & : x=1 \\ \frac{1}{\sqrt{x}} & : x>1 \end{cases}$

$\therefore$ مجال f' هو $\mathbb{R}-\{1\}$

لتكن : $g(x) = x^2 + 1$, $f(x) = \frac{2x+1}{x}$ $(x \neq 0)$

1) أوجد $(f \circ g)'(x)$ باستخدام قاعدة السلسلة

2) $(f \circ g)'(1)$

$(f \circ g)'(x) = f'(g(x)) \cdot g'(x)$ ① ②

$f'(x) = \frac{(2x+1)' \cdot x - (2x+1)(x)'}{x^2}$ ①

$f'(x) = \frac{2x - (2x+1)}{x^2}$

$f'(x) = \frac{-1}{x^2}$

$f'(g(x)) = \frac{-1}{(x^2+1)^2} = \frac{-1}{(x^2+1)^2}$

$\therefore (f \circ g)'(x) = \frac{-1}{(x^2+1)^2} \cdot 2x = \frac{-2x}{(x^2+1)^2}$

② $g(x) = x^2 + 1$

$g'(x) = 2x$

إذا كانت : $f(x) = 2x + 1$, $g(x) = x^3$

(1) أوجد $(g \circ f)'(x)$

(2) أوجد معادلة المماس للدالة $(g \circ f)(x)$ عند النقطة $A(0, 1)$

$(g \circ f)'(x) = g'(f(x)) \cdot f'(x)$

$g'(x) = 3x^2$

$g'(f(x)) = 3(2x+1)^2$

$f'(x) = 2$

$(g \circ f)'(x) = g'(f(x)) \cdot f'(x) = 3(2x+1)^2 \cdot 2$

$= 6(2x+1)^2$

ميل المماس $(g \circ f)'(0) = 6(2(0)+1)^2 = 6$ ④

معادلة المماس $y - y_1 = m(x - x_1)$

$y - 1 = 6(x - 0) \Rightarrow \boxed{y = 6x + 1}$

للمنحنى الذي معادلته $x^2 - y^2 + yx - 1 = 0$

أوجد y' ثم أوجد ميل المماس لهذا المنحنى عند النقطة $(1, 1)$

$$2x - 2yy' + y'x + y = 0$$

$$-2yy' + y'x = -y - 2x$$

$$y'(-2y + x) = -y - 2x$$

$$y' = \frac{-y - 2x}{-2y + x} = \frac{y + 2x}{2y - x}$$

$$y'\Big|_{\substack{x=1\\y=1}} = \frac{1 + 2(1)}{2(1) - 1} = 3$$

∴ ميل المماس = 3

للمنحنى الذي معادلته $2\sqrt{y} + y = x$ أوجد:

1) y'

2) ميل المماس لهذا المنحنى عند النقطة $(1 ، 3)$

بتفاضل $2\frac{1}{2\sqrt{y}}y' + y' = 1$

$$\frac{1}{\sqrt{y}}y' + y' = 1$$

$$y'\left(\frac{1}{\sqrt{y}} + 1\right) = 1$$

$$\boxed{y' = \frac{1}{\frac{1}{\sqrt{y}} + 1}}$$

(2) $y'\Big|_{(3,1)} = \frac{1}{\frac{1}{\sqrt{1}} + 1} = \frac{1}{2}$

∴ ميل المماس $= \frac{1}{2}$

أوجد ميل المماس ($\frac{dy}{dx}$) للمنحنى الذي معادلته :

$2y = x^2 - \cos y$ عند النقطة $A(1,0)$

$$2y' = 2x + \sin y \cdot y'$$

$$2y' - \sin y \cdot y' = 2x$$

$$y'(2 - \sin y) = 2x$$

$$y' = \frac{2x}{2 - \sin y}$$

$$y'\Big|_{(1,0)} = \frac{2(1)}{2 - \sin(0)} = \frac{2}{2} = 1$$

∴ ميل المماس = 1

أوجد معادلة المستقيم العمودي لمنحنى الدالة: $y = \tan x$ عند النقطة $p(\frac{\pi}{4}, 1)$

$$y' = \sec^2 x$$

$$y'_{x=\frac{\pi}{4}} = \sec^2(\tfrac{\pi}{4}) = 2$$

∴ ميل العمودي $= m = \frac{-1}{f'(\frac{\pi}{4})} = -\frac{1}{2}$

معادلة العمودي $y - y_1 = m(x - x_1)$

$$y - 1 = -\frac{1}{2}(x - \tfrac{\pi}{4})$$

$$y = -\frac{x}{2} + \frac{\pi}{8} + 1$$

إذا كان : $y = x \sin x$

فأثبت أن : $y'' + y - 2\cos x = 0$

$y' = 1 \cdot \sin x + x \cos x$

$y' = \sin x + x \cos x$

$y'' = \cos x + 1 \cdot \cos x + x(-\sin x)$

$y'' = 2\cos x - x \sin x$

$\therefore y'' = 2\cos x - y$

$y'' + y - 2\cos x = 0$

إذا كانت: $y = \sqrt{1-2x}$. فأثبت ان: $y\,y'' + (y')^2 = 0$

$y^2 = 1 - 2x$

نشتق $2yy' = -2$

$yy' = -1$

نشتق مرة أخرى $y'y' + yy'' = 0$

$(y')^2 + yy'' = 0$

أوجد معادلة المماس عند النقطة $\left(1,\frac{2}{3}\right)$ لمنحنى الدالة f

حيث $f(x)=\frac{x^3+1}{x^2+2}$

$$f'(x)=\frac{(x^3+1)'(x^2+2)-(x^3+1)(x^2+2)'}{(x^2+2)^2}$$

$$f'(x)=\frac{3x^2(x^2+2)-(x^3+1)(2x)}{(x^2+2)^2}$$

$$f'(1)=\frac{3(1)(1+2)-(1+1)(2)}{(1^2+2)^2}=\frac{+5}{9}$$

$f'(1)=\frac{5}{9}$ ميل المماس $\quad (1,\frac{2}{3})$

$$y-y_1=m(x-x_1)$$

$$y-\frac{2}{3}=\frac{5}{9}(x-1)$$

$$y-\frac{2}{3}=\frac{5}{9}x-\frac{5}{9}$$

$$y=\frac{5}{9}x-\frac{5}{9}+\frac{2}{3}$$

$$y=\frac{5}{9}x+\frac{1}{9}$$

لتكن: $g(x)=\sqrt{x}$. $f(x)=\frac{x^2-4}{x^2+4}$. أوجد باستخدام قاعدة السلسلة: $(f\circ g)'(1)$

$(f\circ g)'(1) = f'(g(1)) \cdot g'(1)$

$f'(x)=\frac{(x^2-4)'(x^2+4)-(x^2-4)(x^2+4)'}{(x^2+4)^2}$

$f'(x)=\frac{2x(x^2+4)-(x^2-4)(2x)}{(x^2+4)^2}$

$g(x)=\sqrt{x} \Rightarrow g(1)=\sqrt{1}=1$

$g'(x)=\frac{1}{2\sqrt{x}} \quad g'(1)=\frac{1}{2}$

$f'(g(1)) = f'(1)$

$=\frac{2(5)-(-3)(2)}{(1+4)^2}=$

$=\frac{16}{25}$

$\therefore (f\circ g)'(1)=\frac{16}{25}\cdot\frac{1}{2}=\frac{8}{25}$

أوجد القيم العظمى والصغرى المطلقة للدالة المتصلة f : $f(x)=x^{\frac{2}{3}}$ في الفترة $[-2,3]$.

$f(x)=x^{\frac{2}{3}}$ متصلة على $\mathbb{R}$ $\therefore$ متصلة على $[-2,3]$

$f'(x)=\frac{2}{3}x^{-\frac{1}{3}}$

f متصلة على $[-2,3]$ $\therefore$ يوجد قيمة عظمى مطلقة وقيمة صغرى مطلقة (نظرية)

$f'(x)=\frac{2}{3\sqrt[3]{x}}$ فيما يلي حالات تعدم عند

$(-2,3)$ $f'(x)$ غير موجود

$3\sqrt[3]{x}=0$

$x=0 \in (-2,3)$

$f'(x)\neq 0 \quad 2\neq 0$

x	-2	0	3
y	$\sqrt[3]{4}\approx$	0	$\sqrt[3]{9}\approx$

عند $x=0$ قيمة صغرى مطلقة حيث $f(0)=0$

ولما $x=3$ يوجد قيمة عظمى مطلقة حيث $f(3)=\sqrt[3]{9}$

أوجد معادلة المماس لمنحنى الدالة $y = \frac{8}{4+x^2}$ عند $x = 2$

$$f'(x) = \frac{-8(4+x^2)'}{(4+x^2)^2} = \frac{-8(2x)}{(4+x^2)^2} = \frac{-16x}{(4+x^2)^2}$$

$$f'(2) = \frac{-16(2)}{(4+4)^2} = -\frac{1}{2} = m$$

$$y = \frac{8}{4+(2)^2} = 1 \quad \Leftarrow \quad x = 2 \quad \therefore$$

$\therefore$ المماس عند $(2,1)$ $\quad m = -\frac{1}{2}$

$$y - y_1 = m(x - x_1)$$

$$y - 1 = -\frac{1}{2}(x - 2) \Rightarrow y - 1 = -\frac{x}{2} + 1$$

$$\boxed{y = -\frac{x}{2} + 2}$$ وهي معادلة المماس المطلوبة

أثبت أن من بين المستطيلات التي محيطها $8\ cm$ واحداً منها يعطي أكبر مساحة ويكون مربعاً ؟

المساحة = الطول × العرض

$A = x \cdot y$

$A = x(4-x)$

$A(x) = 4x - x^2$

$A'(x) = 4 - 2x$

$4 - 2x = 0$

$x = 2$ نقطة حرجة

$A''(x) = -2 < 0$

$\therefore$ عند $x = 2$ يكون المستطيل أكبر ما يمكن

المحيط $= 2x + 2y$

$8 = 2x + 2y$

$4 = x + y$

$y = 4 - x$

$0 < x < 4$

$y = 4 - x$

$y = 4 - 2 = 2$

$\therefore$ المستطيل المربع $x = y = 2$

تعطي الدالة $V(h) = 2\pi(-h^3 + 36h)$ حجم أسطوانه بدلالة إرتفاعها h

أوجد الإرتفاع $h(cm)$ للحصول على أكبر حجم للأسطوانه

ثم أوجد هذا الحجم .

$V'(h) = 2\pi(-3h^2 + 36)$

$V' = 0$ نضع

$2\pi(-3h^2 + 36) = 0$

$-3h^2 = -36 \Rightarrow h^2 = 12 \Rightarrow h = \sqrt{12} = 2\sqrt{3}$

$h > 0$ نرفض السالب

$V''(h) = 2\pi(-6h)$

$V''(2\sqrt{3}) = 2\pi(-6(2\sqrt{3})) < 0$

$\therefore$ عند $h = 2\sqrt{3}$ عظمى

$\therefore$ يكون الحجم أكبر ما يمكن عندما $h = 2\sqrt{3}$

$V(2\sqrt{3}) = 2\pi(-(2\sqrt{3})^3 + 36(2\sqrt{3}))$

$\approx 522.37 \ cm^3$

أوجد عددين موجبين مجموعهما 20 وناتج ضربهما أكبر ما يمكن

نفرض العددين x, y

$x + y = 20$

$y = 20 - x$

$0 < x < 20$

$0 < y < 20$

ناتج الضرب $= xy$

$= x(20 - x)$

$f(x) = 20x - x^2$

$f'(x) = 20 - 2x$

$20 - 2x = 0$ نضع

$2x = 20 \Rightarrow x = 10$

$f''(x) = -2 < 0$

عند $x = 10$ يكون ناتج الضرب أكبر ما يمكن

$y = 20 - 10 = 10$

العددان هما $10, 10$

لتكن الدالة f : $f(x) = x^3 - 12x - 5$

أوجد كلا مما يلي :

(1) النقاط الحرجة للدالة

(2) الفترات التي تكون الدالة f متزايدة أو متناقصة عليها

(3) القيم القصوى المحلية

f كثيرة حدود قابلة للاشتقاق على R

$f'(x) = 3x^2 - 12$

نضع $f'(x) = 0 \Leftarrow 3x^2 - 12 = 0$

$x^2 - 4 = 0$

$x - 2 = 0$ or $x + 2 = 0$

$x = 2$ $\quad$ $x = -2$

$(2, \quad)$ $\quad$ $(-2, \quad)$

x	$-\infty$		-2		2		∞
الفترات	$(-\infty, -2)$		$(-2, 2)$		$(2, \infty)$		
اشارة f'		$+$		$-$		$+$	
سلوك f		↗		↘		↗	

f متزايدة على $(-\infty, -2)$ ، $(2, \infty)$

f متناقصة على $(-2, 2)$

عند $x = -2$ يوجد للدالة قيمة عظمى محلية هي $f(-2) = 11$

عند $x = 2$ يوجد للدالة قيمة صغرى محلية هي $f(2) = -21$

سما SAMA الرياضيات

ادرس تغير الدالة f : $f(x) = 1 - x^3$

ثم ارسم بيانها

f كثيرة حدود معرفة ومتصلة على $\mathbb{R}$

$$\lim_{x \to -\infty} f(x) = \lim_{x \to -\infty} (-x^3) = \infty$$

$$\lim_{x \to \infty} f(x) = \lim_{x \to \infty} (-x^3) = -\infty$$

$f'(x) = -3x^2$

$f'(x) = 0$ نضع

$-3x^2 = 0 \Rightarrow$

$x = 0$

$(0, 1)$ عدد f نقطة حرجة

x	$-\infty$		0		∞
القترات	$(-\infty, 0)$		0		$(0, \infty)$
اشارة f'	$-$		0		$-$
سلوك f	↘		0		↘

f متناقصة على $(-\infty, 0)$, $(0, \infty)$

$f''(x) = -6x$

$f''(x) = 0$ نضع

$x = 0$ ∴

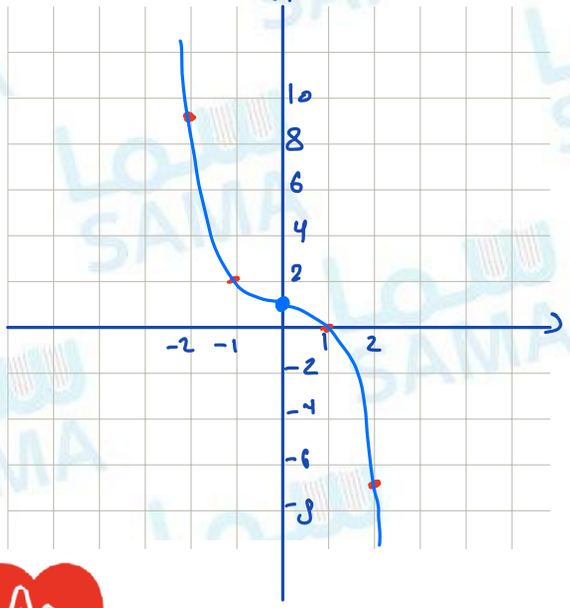
x	$-\infty$		0		∞
القترات	$(-\infty, 0)$		0		$(0, \infty)$
اشارة f''	$+$		0		$-$
التقعر	∪		$(0,1)$		∩

منحنى f مقعر للأعلى $(-\infty, 0)$

منحنى f مقعر للأسفل $(0, \infty)$

النقطة $(0,1)$ هي نقطة انقطاف

x	-2	-1	0	1	2
y	9	2	1	0	-7
النوع			انقطاف		



سما SAMA الرياضيات

ادرس تغير الدالة f : $f(x) = 2x^3 + 3x^2 - 1$ ثم ارسم بيانها

f دالة كثيرة حدود متصلة وقابلة للاشتقاق على $\mathbb{R}$

$$\lim_{x \to -\infty} f(x) = \lim_{x \to -\infty} (2x^3) = -\infty$$

$$\lim_{x \to \infty} f(x) = \lim_{x \to \infty} (2x^3) = \infty$$

$f'(x) = 6x^2 + 6x$

$6x^2 + 6x = 0$ نضع

$6x(x+1) = 0$

$x = 0$ or $x = -1$

$(0, -1)$ $(-1, 0)$

x	$-\infty$		-1		0		∞
القترات	$(-\infty, -1)$		$(-1, 0)$		$(0, \infty)$		
اشارة f'	+		−		+		
سلوك f	↗		↘		↗		

f متزايدة على $(-\infty, -1)$ ، $(0, \infty)$

f متناقصة على $(-1, 0)$

عند $x = -1$ يوجد قيمة عظمى محلية هي $f(-1) = 0$

عند $x = 0$ يوجد قيمة صغرى محلية هي $f(0) = -1$

$f''(x) = 12x + 6$

$12x + 6 = 0$ نضع

$\frac{12x}{12} = -\frac{6}{12}$

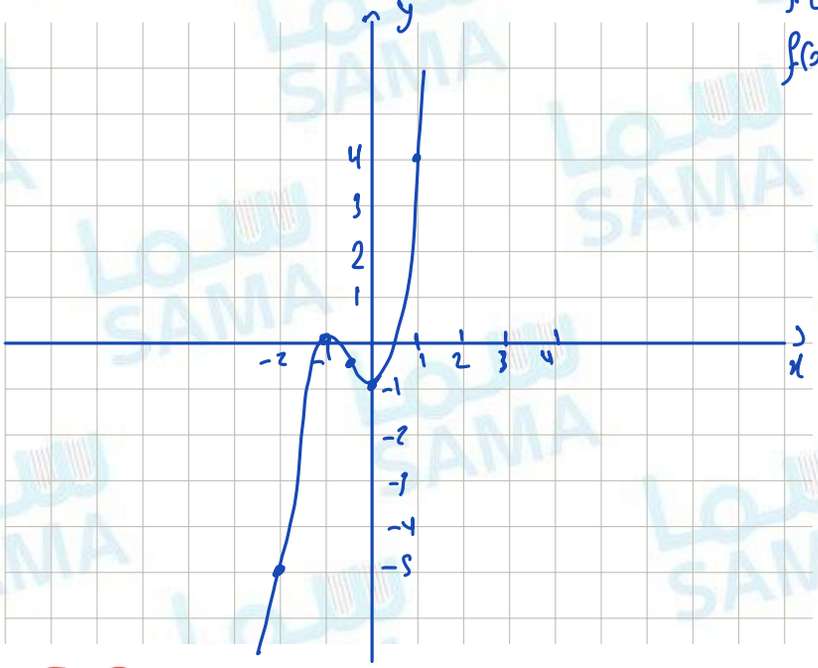
$x = -\frac{1}{2}$ $\left(-\frac{1}{2}, -\frac{1}{2}\right)$

x	$-\infty$		$-\frac{1}{2}$		∞
القترات	$(-\infty, -\frac{1}{2})$		$(-\frac{1}{2}, \infty)$		
اشارة f''	−		+		
التقعر	∩		∪		

منحنى f مقعر لأعلى في $\left(-\frac{1}{2}, \infty\right)$

منحنى f مقعر لأسفل في $\left(-\infty, -\frac{1}{2}\right)$

نقطة انعطاف $\left(-\frac{1}{2}, -\frac{1}{2}\right)$



x	-2	-1	$-\frac{1}{2}$	0	$+1$
y	-5	0	$-\frac{1}{2}$	-1	4
النوع	اضافية	قيمة عظمى محلية	انعطاف	قيمة صغرى محلية	اضافية

ادرس تغير الدالة f : $f(x) = x^3 - 3x$ وارسم بيانها

سما SAMA الرياضيات

f كثيرة حدود متصلة وقابلة للاشتقاق على $\mathbb{R}$

$$\lim_{x \to -\infty} f(x) = \lim_{x \to -\infty} (x^3) = -\infty$$

$$\lim_{x \to \infty} f(x) = \lim_{x \to \infty} (x^3) = \infty$$

$f'(x) = 3x^2 - 3$

نضع $f'(x) = 0$

$3x^2 - 3 = 0$

$3(x^2 - 1) = 0$

$(x-1)(x+1) = 0$

$x = 1$ $\quad x = -1$

$(1, -2)$, $(-1, 2)$

x	$-\infty$		-1		1		∞
التقعر	$(-\infty, -1)$		$(-1, 1)$		$(1, \infty)$		
إشارة f'		+		−		+	
سلوك f		↗		↘		↗	

f متزايدة على $(-\infty, -1)$, $(1, \infty)$

f متناقصة على $(-1, 1)$

$f''(x) = 6x$

نضع $f''(x) = 0$

$\therefore 6x = 0 \Rightarrow x = 0$

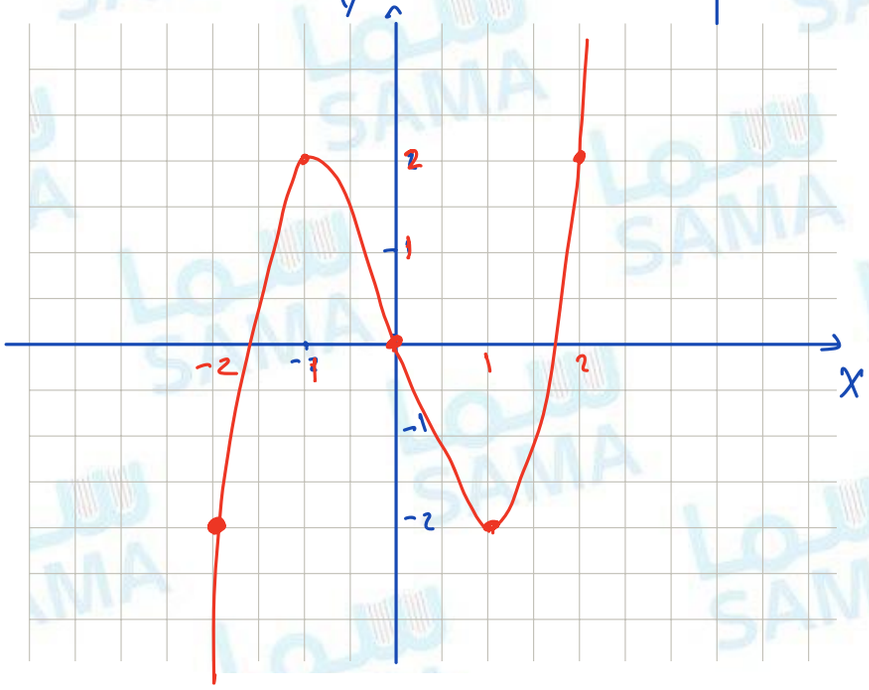
$(0, 0)$

x	$-\infty$		0		∞
التقعر	$(-\infty, 0)$		$(0, \infty)$		
إشارة f''		−		+	
التقعر		∩		∪	

f تقعر لأعلى في $(0, \infty)$

f تقعر لأسفل $(-\infty, 0)$

نقطة انعطاف $(0, 0)$



x	-2	-1	0	1	2
y	-2	2	0	-2	2
النوع	أصغرية	عظمى محلية	انعطاف	صغرى محلية	أصغرية

سما SAMA الرياضيات

حدّد فترات التزايد وفترات التناقص للدالة f : $f(x)=\dfrac{x^2}{2x-1}$

$x \in \mathbb{R}-\{\frac{1}{2}\}$ أحادية مستمرة عند كل

$$f'(x)=\frac{2x(2x-1)-x^2(2)}{(2x-1)^2}$$

$$=\frac{4x^2-2x-2x^2}{(2x-1)^2}=\frac{2x^2-2x}{(2x-1)^2}$$

$f'(x)=0 \Rightarrow 2x^2-2x=0$

$x=0$ أو $x=1$

لا يوجد x حيث $f'(x)$ غير موجودة

x	$-\infty$		0		$\frac{1}{2}$		1		∞
القترات	$(-\infty,0)$		$(0,\frac{1}{2})$		$(\frac{1}{2},1)$		$(1,\infty)$		
إشارة f'		+		−		−		+	
سلوك f		↗		↘		↘		↗	

f متزايدة على $(-\infty,0)$ و $(1,\infty)$

f متناقصة على $(0,\frac{1}{2})$ و $(\frac{1}{2},1)$

بين أن الدالة f : $f(x)=x+\dfrac{1}{x}$ تحقق شروط نظرية القيمة المتوسطة على الفترة $\left[\frac{1}{2},2\right]$ ثم أوجد قيمة c التي تنبئ به النظرية ، فسر اجابتك

f متصلة عند كل $x \in \mathbb{R}-\{0\}$ $\therefore$ f متصلة على $[\frac{1}{2},2]$

$f'(x)=1-\frac{1}{x^2}$ $\therefore$ f قابلة للاشتقاق على $(\frac{1}{2},2)$

$\therefore$ f تحقق نظرية القيمة المتوسطة على الفترة $[\frac{1}{2},2]$

$\therefore$ يوجد $c \in (\frac{1}{2},2)$ حيث $f'(c)=\dfrac{f(2)-f(\frac{1}{2})}{2-\frac{1}{2}}$

$1-\frac{1}{c^2}=0 \Rightarrow \frac{1}{c^2}=1$ $\therefore$ $f(2)=\frac{5}{2}$, $f(\frac{1}{2})=\frac{5}{2}$

$\therefore c^2=1 \Rightarrow c=\pm 1$

$c=1 \in (\frac{1}{2},2)$ ، $-1 \notin (\frac{1}{2},2)$

$\therefore$ التفسير : عند $c=1$ يكون ميل المماس مساويًا لميل المستقيم الواصل بين النقطتين $(2,\frac{1}{2})$ ، $(\frac{1}{2},\frac{5}{2})$

إذا كانت : $n = 20\ ,\quad \bar{x} = 40\ ,\quad S = 7$

اختبر الفرض بأن $\mu = 35$ عند مستوى معنوية $\alpha = 0.05$

① الفروض الإحصائية :

$H_0: \mu = 35$

$H_1: \mu \neq 35$

② المقياس الإحصائي : ∵ σ غير معلوم ∴ $n = 20 < 30$

$$t = \frac{\bar{X} - \mu}{\frac{S}{\sqrt{n}}} = \frac{40 - 35}{\frac{7}{\sqrt{40}}} \approx 3.19$$

③ نوجد القيمة الحرجة

$t_{\frac{\alpha}{2}} = 2.093$

عند درجة ثقة 95٪ ، $\alpha = 0.05$

$\frac{\alpha}{2} = 0.025$

درجة الحرية $= n - 1 = 19$

④ فترة قبول فرض العدم

$3.19 \notin (-2.093\ ,\ 2.093)$

⑤ القرار : رفض فرض العدم أن $\mu = 35$

وقبول الفرض البديل أن $\mu \neq 35$

أجريت دراسة لعينة من الإناث حول معدل النبض لديهن فإذا كان حجم عينة الإناث $n = 40$ والانحراف المعياري لمجتمع الإناث $\sigma = 12.5$ ، والمتوسط الحسابي للعينة $\bar{x} = 76.3$.

استخدم مستوى ثقة 95% لإيجاد:

1) هامش الخطأ 2) فترة الثقة للمتوسط الحسابي للمجتمع الإحصائي μ

$\bar{x} = 76.3\ ,\ \sigma = 12.5\ ,\ n = 40\ ,\ 1 - \alpha = 0.95$

$\alpha = 0.05$

① ∵ σ معلوم ، عند مستوى ثقة 95٪

$Z_{\frac{\alpha}{2}} = 1.96$

$$E = Z_{\frac{\alpha}{2}} \times \frac{\sigma}{\sqrt{n}} = 1.96 \times \frac{12.5}{\sqrt{40}} \approx 3.87$$ ∴

② فترة الثقة

$(\bar{X} - E\ ,\ \bar{X} + E)$

$= (76.3 - 3.87\ ,\ 76.3 + 3.87) = (72.43\ ,\ 80.17)$

أخذت عينه عشوائية من مجتمع طبيعي حجمها n=81 ومتوسطها الحسابي هو $\bar{x} = 50$
وإنحرافها المعياري S=9 بإستخدام مستوى ثقة 95%

(1) أوجد هامش الخطأ

(2) أوجد فترة الثقة للمتوسط الحسابي للمجتمع الإحصائي μ

(3) فسر فترة الثقة

$n=81$ ، $\bar{x}=50$ ، $S=9$

$1-\alpha = 0.95$

$n=81>30$ ∴ σ غير معلوم

$E = Z_{\frac{\alpha}{2}} \times \frac{S}{\sqrt{n}}$

$Z_{\frac{\alpha}{2}} = 1.96$ عند مستوى ثقة 95%

$E = 1.96 \times \frac{9}{\sqrt{81}} = 1.96$

② ∴ فترة الثقة

$(\bar{x} - E \ , \ \bar{x} + E)$

$= (50 - 1.96 \ , \ 50 + 1.96)$

$= (48.04 \ , \ 51.96)$

التفسير: عند اختيار عينات عشوائية متساوية الحجم من الحجم (n=81) وحساب حدود فترة الثقة بـ 95% فترة منها تحوي المتوسط الحسابي الحقيقي لـ .

أخذت عينة عشوائية من مجتمع طبيعي حجمها $n = 25$ ، فإذا كان الانحراف المعياري للعينة (s) يساوي 10 ، ومتوسطها الحسابي ($\bar{x}$) يساوي 15 ، استخدم مستوى ثقة 95% لإيجاد:

1) هامش الخطأ

2) فترة الثقة للمتوسط الحسابي للمجتمع الإحصائي μ

$1-\alpha = 0.95$ ، $\bar{x}=15$ ، $S=10$ ، $n=25$

∴ $n=25<30$ ∴ σ غير معلوم

$E = t_{\frac{\alpha}{2}} \times \frac{S}{\sqrt{n}}$

$E = 2.063 \times \frac{10}{\sqrt{25}} = 4.126$

$t_{\frac{\alpha}{2}} = 2.063$

عند درجة حرية $= n-1 = 24$

حيث $1-\alpha = 0.95$

$\alpha = 0.05$

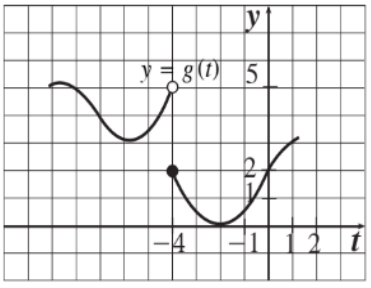
$\frac{\alpha}{2} = 0.025$

② فترة الثقة

$(\bar{x} - E, \bar{x} + E)$

$= (15 - 4.126 \ , \ 15 + 4.126)$

$= (10.874 \ , \ 19.126)$

البنود الموضوعية – صح أو خطأ	
✓ إذا كانت الدالة f متصلة على $[-3,1]$ ، g دالة متصلة على $[-1,3]$ فإن $f+g$ هي دالة متصلة عند $x=0$	1
✓ $\lim\limits_{x\to 0^-} \frac{\sqrt{x^2}-x}{x} = -2$	2
✗ الشكل المقابل، يمثّل بيان الدالة g  $\lim\limits_{x\to -4} g(x) = 2$	3
✗ $\lim\limits_{x\to -\infty} \frac{x}{\lvert 2x-3\rvert} = \frac{1}{2}$	4
✓ $\lim\limits_{x\to \infty} \frac{2x-1}{\lvert x\rvert -3} = 2$	5
✓ $\lim\limits_{x\to 1^+} (2x - \lvert x\rvert +2) = 3$	6
✓ $\lim\limits_{x\to 0} \frac{1+\sin 2x}{2\cos 2x} = \frac{1}{2}$	7
✗ $\lim\limits_{x\to 0} \frac{1-\sin x}{\cos^2 x} = 0$	8
✗ $\lim\limits_{x\to 0} \frac{5x+\sin x}{x} = 5$	9
✓ إذا كان $\lim_{x\to\infty}\left(\frac{ax^2+3x}{\frac{1}{2}x^2-5}\right) = -2$ فإن $a=-1$	10
✗ تصبح الدالّة التالية متّصلة عند $x=3$: $f(x)=\begin{cases} x^2-1 & , \quad x<3 \\ 2ax & , \quad x\geq 3 \end{cases}$ حيث $a=\frac{2}{3}$	11
✓ إذا كانت الدالة f متصلة عند $x=-1$ وكان $\lim\limits_{x\to -1}(f(x)-2) = -1$ فإنّ $f(-1)=1$	12
✗ إذا كانت f ليست معرفة عند $x=c$ فإن $\lim\limits_{x\to c} f(x)$ غير موجودة	13
✓ إذا كانت $g(x)=\sqrt{x}$ ، $f(x)=4-\sqrt{x}$ فإن $\lim\limits_{x\to 1}(f(x)+g(x)) = 4$	14

15	إذا كانت f دالة متصلة على كل من $[5\ ,\ 3]$, $[3\ ,\ 1)$ فإن f متصلة على $[5\ ,\ 1]$	✗
16	الدالة: $y=\dfrac{1}{x^2+1}$ متصلة عند كل $x\in\mathbb{R}$	✓
17	الدالة f : $f(x)=\sqrt{-x^2+5x-4}$ متصلة عند $x=2$	✓
18	الدالة f : $f(x)=x^2-\lvert x\rvert$ متصلة لكل قيم $x\in\mathbb{R}$	✓
19	الدالة f : $f(x)=\dfrac{2x-2}{\lvert x\rvert-1}$ متصلة عند $x=0$	✓
20	إذا كانت g دالة متصلة عند $x=a$ $\quad g(x)=\begin{cases}3x^2 & : \quad x>a\\ 2x & : \quad x\le a\end{cases}$ $\quad a\in\mathbb{Z}$ $\quad\Rightarrow a=0$	✓
21	ميل مماس منحنى الدالة f عند النقطة $(c\ ,\ f(c))$ هو $\dfrac{f(c+h)-f(c)}{h}$	✗
22	يكون مماس منحنى الدالة f : $f(x)=4$ عند النقطة $(-1\ ,\ 4)$ موازيًا لمحور السينات.	✓
23	الدالة f : $f(x)=x\lvert x\rvert$ غير قابلة للاشتقاق $\forall x\in\mathbb{R}$.	✗
24	يمكن أن تكون النقطة الحرجة نقطة انعطاف.	✓
25	إذا أخذنا عينة من 225 هاتفًا، ووجدنا أنّ متوسط صلاحية استخدامها $\bar{x}$ هو 1.7 سنة، والانحراف المعياري $S=0.5$، ودرجة الثقة 95% فنجد أن فترة الثقة هي: $2.63<\mu<2.76$	✗
26	أصغر محيط ممكن لمستطيل مساحته $16\,\text{cm}^2$ هو $16\,\text{cm}$	✓
27	إذا كان لمنحنى الدالة f نقطة انعطاف هي $(c\ ,\ f(c))$ فإن $f''(c)=0$.	✗
28	الدالة f : $f(x)=\begin{cases}2x-1 & : \quad x<4\\ x^2-9 & : \quad x>4\end{cases}$ قابلة للاشتقاق عند $x=4$.	✗
29	إذا كانت f دالة متصلة على $(a\ ,\ b)$ فإن f لها قيمة عظمى مطلقة وقيمة صغرى مطلقة على هذه الفترة.	✗
30	إذا كانت $y=\dfrac{(x-1)(x^2+x+1)}{x^3}$ فإن $\dfrac{dy}{dx}=\dfrac{3}{x^4}$	✓
31	إذا كانت $y=(x+\sqrt{x})^{-2}$ فإن $\dfrac{dy}{dx}=-2(x+\sqrt{x})^{-1}\left(1+\dfrac{1}{2\sqrt{x}}\right)$	✗

32	الدالة f: $f(x)=x^{\frac{2}{3}}$ تحقق شروط نظرية القيمة المتوسطة على $[0,\ 1]$
33	ميل المماس لمنحنى الدالة $y=\sin x+3$ عند $x=\pi$ هو 1

الاختيار من متعدد

34 ليكن منحنى الدالة f: $f(x)=x^2-4x+3$ فإن النقطة التي يكون مماس المنحنى عندها أفقيًّا هي:

(a) $(3\ ,\ 0)$ (b) $(1\ ,\ 0)$ (c) $(2\ ,\ -1)$ (d) $(-1\ ,\ 2)$

35 إذا كانت الدالة f متصلة عند $x=-2$ وكانت $\lim\limits_{x\to -2}(x^2+f(x))=7$ فإن $f(-2)$ تساوي:

(a) 3 (b) 5 (c) 9 (d) 11

36 إذا كانت الدالة g متصلة عند $x=1$ وكانت النقطة $(3\ ,\ -1)$ تقع على منحنى الدالة g فإن $\lim\limits_{x\to 1}(g(x))^2$ تساوي:

(a) -6 (b) -3 (c) 1 (d) 9

37 لتكن الدالة f: $f(x)=\dfrac{x}{\sqrt{x-3}}$ ، الدالة g: $g(x)=x^2+3, x\neq 0$ ، فإن: $(f\circ g)(x)$ تساوي:

(a) $\dfrac{x^2}{x-3}+3$ (b) $\dfrac{x}{\sqrt{x-3}}+3$ (c) $\dfrac{-(x^2+3)}{x}$ (d) $\dfrac{x^2+3}{|x|}$

38 لتكن الدالة f: $f(x)=\sqrt{x^2+7}$ ، $g(x)=x^2-3$: g فإن: $(f\circ g)(0)$ يساوي:

(a) 4 (b) 1 (c) -4 (d) -1

39 $\lim\limits_{x\to -8}\dfrac{x+8}{\sqrt[3]{x}+2}=$

(a) 12 (b) -12 (c) 4 (d) -4

40 $\lim\limits_{x\to -3}\dfrac{2x^3+9x^2+9x}{x+3}=$

(a) 9 (b) 0 (c) -3 (d) -9

41 $\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{x^3-2x+5}{2x^4+x^2-2}=$

(a) $\frac{1}{2}$ (b) 0 (c) ∞ (d) $-\infty$

42 عدد النقاط الحرجة للدالة: $y=3x^3-9x-4$ على الفترة $(0\ ,\ 2)$ هو:

(a) 3 (b) 2 (c) 1 (d) 0

43 إذا كان: $\lim_{x\to\infty}\frac{mx^2+nx+4}{\sqrt{x^2-2x+4}}=-2$ فإن قيم m , n هي:

(a) $m=0$, $n=-2$ (b) $m=0$, $n=2$ (c) $m=1$, $n=-1$ (d) $m=1$, $n=1$

44 $\lim_{x\to\infty}\frac{-5x+3}{\sqrt{9x^2-2x+4}}=$

(a) $\frac{5}{3}$ (b) $-\frac{5}{9}$ (c) $-\frac{5}{3}$ (d) $\frac{5}{9}$

45 $\lim_{x\to 2^+}\frac{|x-2|}{x^2-4}=$

(a) $\frac{1}{2}$ (b) $-\frac{1}{2}$ (c) $\frac{1}{4}$ (d) $-\frac{1}{4}$

46 $\lim_{x\to 0}\frac{\frac{1}{2+x}-\frac{1}{2}}{x}=$

(a) $-\frac{1}{2}$ (b) $\frac{1}{2}$ (c) $\frac{1}{4}$ (d) $-\frac{1}{4}$

47 $\lim_{x\to 2^+}\frac{|x-2|}{x^2-4}=$

(a) $\frac{1}{2}$ (b) $-\frac{1}{2}$ (c) $\frac{1}{4}$ (d) $-\frac{1}{4}$

48 إذا كانت f دالة متصلة على الفترة $[-3\ ,\ 5]$ فإن:

(a) $\lim_{x\to -3^+} f(x)=\lim_{x\to 5^-} f(x)$ (b) $\lim_{x\to 5^-} f(x)=f(-3)$

(c) $\lim_{x\to 2} f(x)=f(2)$ (d) $\lim_{x\to -3^+} f(x)=f(5)$

49 بفرض أن $\lim_{x\to 2} g(x)=0$ ، $\lim_{x\to 2} f(x)=-3$ فإن $\lim_{x\to 2}\left(\frac{8g(x)+f(x)}{|f(x)|}\right)=$

(a) 1 (b) - 1 (c) 8 (d) - 8

50 الدالة f : $f(x)=\frac{2x-1}{\sqrt{x^2-25}}$ متصلة على:

(a) $(-\infty\ ,\ \frac{1}{2}]$ (b) $(5\ ,\ \infty)$ (c) $\mathbb{R}$ (d) $(-5\ ,\ 5)$

51 إذا كانت g دالة متصلة عند $x=2$ فإن الدالة المتصلة عند $x=2$ فيما يلي هي $f(x)$ تساوي:

(a) $\sqrt{g(x)}$ (b) $\frac{1}{g(x)}$ (c) $\frac{g(x)}{x-2}$ (d) $|g(x)|$

52 لتكن الدالة f : $f(x)=\sqrt{x}$ ، الدالة g : $g(x)=x^4+2$ فإن: $(g\circ f)(x)$ تساوي

ⓐ $\sqrt{x^2+2}$ ⓑ $\sqrt{x}+2$ ⓒ x^2+2 ⓓ $\sqrt{x+2}$

53 إذا كانت الدالة f : $f(x)=\sqrt{x^2-a}$ متصلة عند $x=3$ فإن a يمكن أن تساوي:

(a) 16 (b) 9 (c) 4 (d) 25

54 $f(x)=\begin{cases}2ax-2 & : x\neq a\\ 3a & : x=a\end{cases}$ إذا كانت f متصلة عند $x=a$

فإن a يمكن ان تساوي :

(a) -1 (b) 0 (c) 2 (d) 1

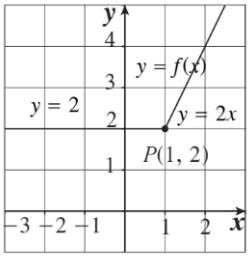
55 الدالة g : $g(x)=\begin{cases}\frac{x^2-1}{x-1} & : x>1\\ 3x & : x\leq 1\end{cases}$ متصلة على:

(a) $(-\infty,1],(1,\infty)$ (b) $(-\infty,1),[1,\infty)$ (c) $(-\infty,\infty)$ (d) $(-\infty,3]$

56 إن الدالة f : $f(x)=x+\sqrt{x^2+2}$ ليست قابلة للاشتقاق عند $x=0$ والسبب هو:

(a) ناب (b) ركن (c) مماس عمودي (d) غير متصلة

57 في الشكل المقابل، عند النقطة P :



(a) $f'_+(1)=1$ (b) $f'_-(1)=0$

(c) $f'_-(1)=2$ (d) f قابلة للاشتقاق

58 إذا كانت $f(x)=5x^3-3x^5$ فإن $f'(x)$ تساوي:

(a) $20x+60x^3$ (b) $15x^2-15x^4$ (c) $30x-30x^4$ (d) $30x-60x^3$

59 للدالة f : $f(x)=\sqrt[3]{x-1}$ مماس رأسي معادلته:

(a) $x=0$ (b) $y=0$ (c) $x=1$ (d) $y=1$

60 إن معادلة المماس لمنحنى الدالة f : $f(x)=2x^2-13x+2$ عند $x=3$ هي:

(a) $y=x-16$ (b) $y=-x+16$ (c) $y=-x-13$ (d) $y=-x-16$

61 النقاط على منحنى الدالة $y = 2x^3 - 3x^2 - 12x + 20$ التي يكون المماس عندها موازيًا لمحور السينات هي:

$6x^2 - 6x - 12$

(a) $(-1\ ,\ 27)$ (b) $(2\ ,\ 0)$ (c) $(2,0)\ ,\ (-1,27)$ (d) $(-1,27)\ ,\ (0,20)$

62 إذا كانت $y = \frac{1}{\sin x}$ فإن y' تساوي:

(a) $\cot x \cdot \csc x$ (b) $\cos x$ (c) $-\cot x \cdot \csc x$ (d) $-\cos x$

63 إذا كانت $y = \frac{x}{1+\cos x}$ فإن $\frac{dy}{dx}$ تساوي:

(a) $-\frac{x\sin x}{(1+\cos x)^2}$ (b) $\frac{1+\cos x - x\sin x}{(1+\cos x)^2}$ (c) $\frac{1+\cos x - x\sin x}{1+\cos^2 x}$ (d) $\frac{1+\cos x + x\sin x}{(1+\cos x)^2}$

64 إذا كانت $f(x) = ax^2 - 25x$ لها قيمة قصوى محلية عند $x = \frac{5}{2}$، فإنّ a تساوي:

(a) 2 (b) 3 (c) 4 (d) 5

65 إذا كانت f دالة كثيرة حدود، $(c\ ,\ f(c))$ نقطة انعطاف لها فإن:

(a) $f''(c) = 0$ (b) $f'(c) = 0$ (c) $f(c) = 0$ (d) $f''(c)$ غير موجودة

66 إذا كانت $f(x) = 3x + x\tan x$ فإن $f'(0)$ يساوي:

(a) -3 (b) 0 (c) 1 (d) 3

67 إذا كانت الدالة f متصلة عند $x = -2$ وكانت $\lim_{x\to -2}(x^2 + f(x)) = 7$ فإن $f(-2)$ تساوي:

(a) 3 (b) 5 (c) 9 (d) 11

68 لتكن الدالتين $f(x) = x^2 + 3$ ، $g(x) = 5x + 1$ فإن $(g \circ f)(x)$ تساوي:

(a) $5x^2 + 16$ (b) $25x^2 + 10x + 4$ (c) $10x$ (d) $50x + 10$

69 أي من الدوال التالية ليس لها نقطة انعطاف:

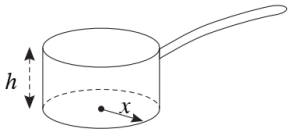
(a) $f(x) = x^3 + 5x$ (b) $f(x) = 4x^2 - 2x^4$ (c) $f(x) = x^3$ (d) $f(x) = (x-2)^4$

70 لتكن f : $a \neq 0$ ، $f(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d$. لمنحنى f دائمًا:

(a) قيمة عظمى محلية وقيمة صغرى محلية.
(b) نقطة انعطاف.
(c) تقعُّر لأسفل ثم تقعُّر لأعلى.
(d) لا تمر بنقطة الأصل.

71 مستطيل مساحته $36\,cm^2$ فإن أبعاده التي تعطي أصغر محيط هي:

(a) 9 cm ، 4 cm (b) 12 cm ، 3 cm (c) 6 cm ، 6 cm (d) 18 cm ، 2 cm

72	تعطى المساحة الكلية لوعاء أسطواني الشكل بالمعادلة $s = \pi x^2 + \frac{2v}{x}$، حيث x طول نصف قطر قاعدته وV حجمه. (**تذكر:** $V = \pi x^2 h$).  إذا كان حجم الوعاء ثابتًا فإن القيمة الدنيا لمساحته هي عندما: (a) $x > h$ (b) $x < h$ (c) $x = h$ (d) ليس أيّ مما سبق
73	أي من الدوال التالية ليس لها نقطة انعطاف: (a) $f(x) = x^3 + 5x$ (b) $f(x) = 4x^2 - 2x^4$ (c) $f(x) = x^3$ (d) $f(x) = (x-2)^4$
74	لتكن f : $a \neq 0$, $f(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d$. لمنحنى f دائمًا: (a) قيمة عظمى محلية وقيمة صغرى محلية. (b) نقطة انعطاف. (c) تقعُّر لأسفل ثم تقعُّر لأعلى. (d) لا تمر بنقطة الأصل.
75	لنفترض أن متوسط مجتمع إحصائي يقع ضمن الفترة $62.84 < \mu < 69.46$ فمتوسط هذه العينة يساوي: (a) 56.34 (b) 62.96 (c) 6.62 (d) 66.15
76	تتقارب قيمتي t , Z المتناظرة في جدول التوزيع الطبيعي المعياري إذا زادت درجات الحرية عن: (a) 29 (b) 28 (c) 27 (d) 26
77	إذا كان القرار رفض فرض العدم، وفترة الثقة $(1.96 \ , \ -1.96)$ فإن قيمة الاختبار Z ممكن أن تكون: (a) 1.5 (b) -2.5 (c) 1.87 (d) -1.5
78	في دراسة لمجتمع إحصائي تبيّن أنّ متوسطه الحسابي $\mu = 125$ أخذت عينة من هذا المجتمع حجمها $n = 36$ فتبيّن أن متوسطها الحسابي $\overline{x} = 130$. إذا كان المقياس الإحصائي $Z = 3.125$ فإنّ الانحراف المعياري σ هو: (a) -9.6 (b) 6.9 (c) 9.6 (d) -6.9
79	إنّ القيمة الحرجة $Z_{\frac{\alpha}{2}}$ لدرجة الثقة 96.6% هي: (a) 2.12 (b) 2.17 (c) 21.2 (d) 21%
80	إن حجم العينة المطلوبة لتقدير المتوسط الحسابي للمجتمع مع هامش خطأ وحدتين، ومستوى ثقة 95%، وانحراف معياري للمجتمع $\sigma = 8$ يساوي: (a) 65 (b) 62 (c) 8 (d) 26