سما SAMA

# اختبارات قلب الأم

عمره ما يخذلك

WWW.SAMAKW.NET/AR

i teacher المعلم الذكي

## المادة

الرياضيات إجابة

## الصف

الثاني عشر علمي

الفصل الأول
2026-2025


www.samakw.com
samakw_net
60084568 /50855008/97442417
حولي مجمع بيروت الدور الأول

## القسم الأول : أسئلة المقال.

15

**أجب عن جميع أسئلة المقال موضحاً خطوات الحل**

### السـؤال الأول :

**(a)**

بيّن أن الدالة $f: f(x) = x + \frac{1}{x}$ تحقّق شروط نظريّة القيمة المتوسطة على $\left[\frac{1}{2}, 2\right]$. ثمّ أوجد قيمة $c$ التي تنبئ بها النظرية. فسّر إجابتك.

f متصلة عند كل $x \in R/\{0\}$ ∴ f متصلة على $[\frac{1}{2}, 2] \subset R/\{0\}$

$f'(x) = 1 - \frac{1}{x^2}$

f قابلة للاشتقاق على الفترة $(\frac{1}{2}, 2)$

∴ f تحقق شروط نظرية القيمة المتوسطة على الفترة $[\frac{1}{2}, 2]$

∴ يوجد نقطة $c \in (\frac{1}{2}, 2)$ وتحقق أن

$f'(c) = \frac{f(2) - f(\frac{1}{2})}{2 - \frac{1}{2}}$

$f(2) = \frac{5}{2}$

$f(\frac{1}{2}) = \frac{5}{2}$

$1 - \frac{1}{c^2} = \frac{\frac{5}{2} - \frac{5}{2}}{2 - \frac{1}{2}} = 0$

$\therefore 1 - \frac{1}{c^2} = 0 \Rightarrow 1 = \frac{1}{c^2} \Rightarrow c^2 = 1$

$\therefore c = \mp\sqrt{1} = \mp 1$

$1 \in (\frac{1}{2}, 2)$ ، $-1 \notin (\frac{1}{2}, 2)$

∴ $c = 1$

التفسير: ميل المماس عند $x = 1$ يساوي ميل المستقيم القاطع المار من $(2, \frac{5}{2})$ $(\frac{1}{2}, \frac{5}{2})$

i teacher
المعلم الذكي

**تابع / السؤال الأول :** أوجد :

(b)

$$\lim_{x\to\infty} \frac{x+5}{\sqrt{x^2+2x+7}}$$

سما SAMA

$$= \lim_{x\to\infty} \frac{x+5}{\sqrt{x^2\left(1+\frac{2}{x}+\frac{7}{x^2}\right)}}$$

$\sqrt{x^2} = |x|$

$|x| = x \quad : x \to \infty$

$$= \lim_{x\to\infty} \frac{x+5}{|x|\sqrt{1+\frac{2}{x}+\frac{7}{x^2}}}$$

$$= \lim_{x\to\infty} \frac{\cancel{x}\left(1+\frac{5}{x}\right)}{\cancel{x}\sqrt{1+\frac{2}{x}+\frac{7}{x^2}}} = \lim_{x\to\infty} \frac{1+\frac{5}{x}}{\sqrt{1+\frac{2}{x}+\frac{7}{x^2}}}$$

نتحقق أن :

$$\lim_{x\to\infty} 1+\frac{2}{x}+\frac{7}{x^2} = \lim_{x\to\infty} 1 + \lim_{x\to\infty}\frac{2}{x} + \lim_{x\to\infty}\frac{7}{x^2} = 1 > 0$$

(حتى يمكن إيجاد)

$$\lim_{x\to\infty} \sqrt{1+\frac{2}{x}+\frac{7}{x^2}} = \sqrt{\lim_{x\to\infty} 1+\frac{2}{x}+\frac{7}{x^2}} = \sqrt{1} = 1 \neq 0$$

$$\therefore \lim_{x\to\infty} \frac{x+5}{\sqrt{x^2+2x+7}} = \lim_{x\to\infty} \frac{1+\frac{5}{x}}{\sqrt{1+\frac{2}{x}+\frac{7}{x^2}}}$$

$$= \frac{\lim_{x\to\infty} 1 + \lim_{x\to\infty}\frac{5}{x}}{\lim_{x\to\infty}\sqrt{1+\frac{2}{x}+\frac{7}{x^2}}} = \frac{1}{\sqrt{1}} = 1$$



www.samakw.net
إختر لنفسك ماتستحقه
SCAN ME!
50522331
أ / وليد حسين

15

السؤال الثاني : أوجد :

(a)

$$\lim_{x\to 1} \frac{\sqrt{x^2+3}-2}{x^2-x}$$

$= \lim_{x\to 1} \frac{\sqrt{x^2+3}-2}{x^2-x} \cdot \frac{(\sqrt{x^2+3}+2)}{(\sqrt{x^2+3}+2)}$ صيغة غير معينة $\frac{0}{0}$

$= \lim_{x\to 1} \frac{x^2+3-4}{x(x-1)(\sqrt{x^2+3}+2)} = \lim_{x\to 1} \frac{x^2-1}{x(x-1)(\sqrt{x^2+3}+2)}$

$= \lim_{x\to 1} \frac{(x-1)(x+1)}{x(x-1)(\sqrt{x^2+3}+2)} = \lim_{x\to 1} \frac{x+1}{x(\sqrt{x^2+3}+2)}$

$= \lim_{x\to 1} \frac{x+1}{x(\sqrt{x^2+3}+2)} = \frac{2}{4} = \frac{1}{2}$

شرط البسط

$\lim_{x\to 1}(x^2+3) = 1+3 = 4$

$4 > 0$

شرط المقام

$\lim_{x\to 1} x(\sqrt{x^2+3}+2)$

$= \lim_{x\to 1} x\left(\sqrt{\lim_{x\to 1} x^2+3} + \lim_{x\to 1} 2\right)$

$= 1(\sqrt{4}+2) = 4$

$4 \neq 0$



أ / وليد حسين
50522331
www.samakw.net
إختر لنفسك ماتستحقه
SCAN ME!

تابع : السؤال الثاني :

(b) إذا كانت : $f(x) = 2x + 1$ , $g(x) = x^3$ ( b )

(1) أوجد $(g \circ f)'(x)$

(2) أوجد معادلة المماس للدالة $(g \circ f)(x)$ عند النقطة $A(0,1)$

$(g \circ f)'(x) = g'(f(x)) \cdot f'(x)$

$f'(x) = 2$ ①

$g'(x) = 3x^2$ ②

$g'(f(x)) = 3(2x+1)^2$

$(g \circ f)'(x) = 3(2x+1)^2 (2)$

$(g \circ f)'(x) = 6(2x+1)^2$

$A(0,1)$ ∴ $x = 0$ ، $y = 1$ ②

ميل المماس $(g \circ f)'(0) = 6(2(0)+1)^2 = 6$

$m = 6$

معادلة المماس $y - y_1 = m(x - x_1)$

$y - 1 = 6(x - 0)$

$y = 6x + 1$ وهي معادلة المماس



أ / وليد حسين
50522331
www.samakw.net
إختر لنفسك ماتستحقه
SCAN ME!

15

## السؤال الثالث :

(a) ابحث اتصال الدالة $f$ : $f(x) = |\sqrt{x} - 3|$ عند $x = 4$

نفرض $h(x) = \sqrt{x} - 3$ $\quad g(x) = |x|$

$(g \circ h)(x) = g(h(x)) = g(\sqrt{x} - 3)$

$= |\sqrt{x} - 3| = f(x)$

نبحث اتصال $g \circ h(x)$ عند $x = 4$

$h(x) = \sqrt{x} - 3$

$h_1(x) = \sqrt{x}$ : متصلة عند كل $x \in \mathbb{R}^+$

$\therefore$ متصلة عند $x = 4 > 0$ (I)

$h_2(x) = 3$ : متصلة عند $x = 4$ (II)

من (I) ، (II) تكون

دالة الطرح $h = h_1 - h_2$

متصلة عند $x = 4$ نظرية (1)

$h(4) = \sqrt{4} - 3 = -1$

$g(x) = |x|$

نبحث اتصال $g$ عند $x = -1$

(2) $x = -1$ متصلة عند $g$

من (1) ، (2) تكون

$(g \circ h)$ متصلة عند $x = 4$ (نظرية)



www.samakw.net
إختر لنفسك ماتستحقه
SCAN ME!
50522331
أ / وليد حسين

**تابع :السـؤال الثـالث :**

**(b)** أوجد القيم القصوى المطلقة للدالة:

$$f(x) = x^{\frac{3}{5}} \quad , \quad [-2,3]$$

سما SAMA
i teacher المعلم الذكي

$f$ دالة متصلة على $\mathbb{R}$

$\therefore f$ متصلة على $[-2,3]$

$\therefore f$ متصلة على الفترة المغلقة $[-2,3]$

$\therefore$ يوجد قيمة عظمى مطلقة وقيمة صغرى مطلقة

$$f'(x) = \frac{3}{5}x^{-\frac{2}{5}} = \frac{3}{5(x)^{\frac{2}{5}}}$$

| $f'(x) \neq 0$ | ويكون $f'(x)$ غير موجود عندما |
|---|---|
| $\therefore 3$ | $5(x)^{\frac{2}{5}} = 0$ |
| | $\therefore x = 0 \in (-2,3)$ |

| $x$ | $-2$ | $0$ | $3$ |
|---|---|---|---|
| $y$ | $(-2)^{\frac{3}{5}} = -\sqrt[5]{8}$ | $0$ | $\sqrt[5]{27}$ |

$\therefore$ عندما $x = -2$ يوجد قيمة صغرى مطلقة هي $f(-2) = -\sqrt[5]{8}$

عندما $x = 3$ يوجد قيمة عظمى مطلقة هي $f(3) = \sqrt[5]{27}$



سما SAMA
www.samakw.net إختر لنفسك ماتستحقه SCAN ME!
50522331
أ / وليد حسين

i teacher
المعلم الذكي

**السؤال الرابع :**

(a) ادرس تغير الدالة $f$ : $f(x) = -x^3 - 3x$ وارسم بيانها.

$f$ لثيزة حدود متصلة وقابلة للاشتقاق على $\mathbb{R}$

$$\lim_{x \to \infty} f(x) = \lim_{x \to \infty} (-x^3) = -\infty$$

$$\lim_{x \to -\infty} f(x) = \lim_{x \to -\infty} (-x^3) = \infty$$

$f'(x) = -3x^2 - 3$

نضع $f'(x) = 0$

$-3x^2 - 3 = 0$

لا يوجد لها أصفار

| $x$ | $-\infty$ | | $\infty$ |
|---|---|---|---|
| الفترات | $(-\infty, \infty)$ | | |
| إشارة $f'$ | $-$ | | |
| سلوك $f$ | $\searrow$ | | |

$f$ متناقصة على $(-\infty, \infty)$

ولا يوجد قيم عظمى أو صغرى محلية

$f''(x) = -6x$

نضع $f''(x) = 0$

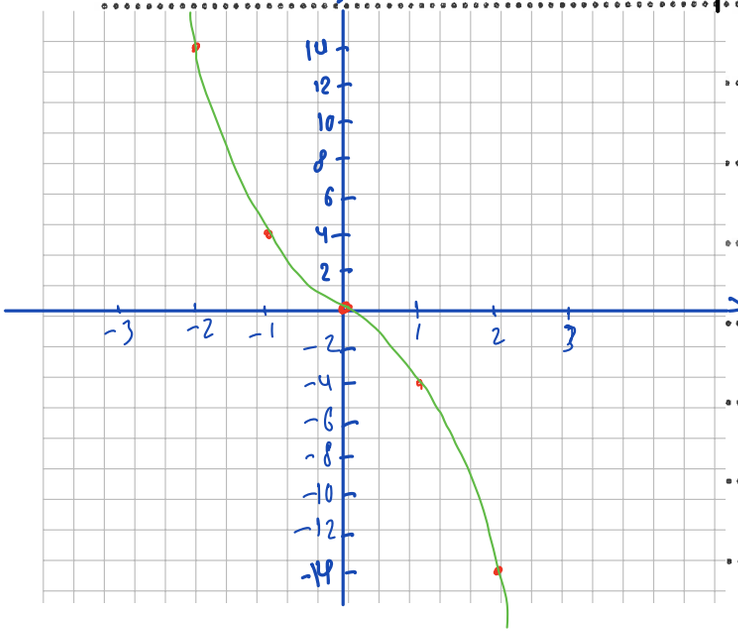
$-6x = 0$

$x = 0$

| | $-\infty$ | | $0$ | | $\infty$ |
|---|---|---|---|---|---|
| الفترات | $(-\infty, 0)$ | | $(0, \infty)$ | | |
| إشارة $f''$ | $+$ | | $-$ | | |
| التقعر | $\cup$ | | $\cap$ | | |

منحنى $f$ مقعر للأسفل $(-\infty, 0)$ ومقعر للأعلى $(0, \infty)$

و $(0, 0)$ نقطة انقلاب



| $x$ | $-2$ | $-1$ | $0$ | $1$ | $2$ |
|---|---|---|---|---|---|
| $y$ | $14$ | $4$ | $0$ | $-4$ | $-14$ |
| المنوال | | | نقطة انقلاب | | |



أ / وليد حسين
50522331
www.samakw.net
إختر لنفسك مانستحقه
SCAN ME!

تابـــع / السـؤال الرابـع :

(b أخذت عينة عشوائية من مجتمع طبيعي حجمها $n = 25$ ، فإذا كان الانحراف المعياري للعينة (s) يساوي 10 ، ومتوسطها الحسابي ($\bar{x}$) يساوي 15 ، استخدم مستوى ثقة 95% لإيجاد:

1) هامش الخطأ

2) فترة الثقة للمتوسط الحسابي للمجتمع الإحصائي $\mu$

i teacher
المعلم الذكي

$n=25$ $S=10$ $\bar{x}=15$ $1-\alpha=0.95$

∴ $n=25<30$ ، $\sigma$ غير معلوم :

$E = t_{\frac{\alpha}{2}} \times \frac{S}{\sqrt{n}}$

$t_{\frac{\alpha}{2}} = 2.064$

عند درجة حرية $= n-1$

$n-1=24$

حيث $\alpha=0.05$

$\frac{\alpha}{2}=0.025$

$= 2.064 \times \frac{10}{\sqrt{25}}$

$= 4.128$

② فترة الثقة $= (\bar{x}-E \ , \ \bar{x}+E)$

$= (15-4.128 \ , \ 15+4.128)$

$= (10.872 \ , \ 19.128)$

ملاحظة: إذا تم إعطاء تباين المجتمع $\sigma^2$ يجب أن نوجد $\sigma = \sqrt{\sigma^2}$

= = = = العينة $S^2$ يجب أن نوجد $S = \sqrt{S^2}$



أ / وليد حسين
50522331
www.samakw.net
إختر لنفسك ماتستحقه
SCAN ME!

## القسم الثاني ( البنود الموضوعية )

**أولا : في البنود من(1) إلى (3) عبارات ظلل في ورقة الإجابة: (a) إذا كانت العبارة صحيحة (b) إذا كانت العبارة خاطئة**

---

(1) يمكن أن تكون النقطة الحرجة نقطة انعطاف.

---

(2) أصغر محيط ممكن لمستطيل مساحته $16\,cm^2$ هو $16\,cm$

---

(3) إذا كانت $s = \cos\left(\frac{\pi}{2} - 3t\right)$ فإن $\frac{ds}{dt} = 3\sin\left(\frac{\pi}{2} - 3t\right)$

---

**ثانياً : في البنود من (4) إلى (10) لكل بند أربع اختيارات واحد فقط منها صحيح ظلل في ورقة الإجابة الرمز الدال على الاختيار الصحيح**

i teacher
المعلم الذكي

---

(4) تتقارب قيمتي $t$ , $Z$ المتناظرة في جدول التوزيع الطبيعي المعياري إذا زادت درجات الحرية عن:

(a) 29 (b) 28 (c) 27 (d) 26

---

(5) $$\lim_{x\to -8} \frac{x+8}{\sqrt[3]{x}+2} =$$

(a) 12 (b) $-12$ (c) 4 (d) $-4$

---

(6) في دراسة لمجتمع إحصائي تبيّن أنّ متوسطه الحسابي $\mu = 125$ أخذت عينة من هذا المجتمع حجمها $n = 36$ فتبيّن أن متوسطها الحسابي $\bar{x} = 130$ . إذا كان المقياس الإحصائي $Z = 3.125$ فإنّ الانحراف المعياري $\sigma$ هو:

(a) $-9.6$ (b) 6.9 (c) 9.6 (d) $-6.9$

(7) إذا كان: $\lim_{x\to\infty}\frac{mx^2+nx+4}{\sqrt{x^2-2x+4}}=-2$ فإن قيم $m$ , $n$ هي:

(a) $m=0$ , $n=-2$ (b) $m=0$ , $n=2$ (c) $m=1$ , $n=-1$ (d) $m=1$ , $n=1$

---

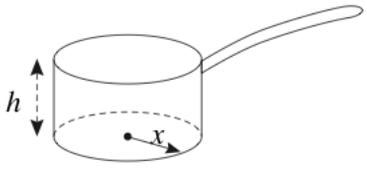
(8) $\lim_{x\to 0}\frac{\tan 2x}{\sin x}=$

i teacher
المعلم الذكي

(a) 2 (b) $-2$ (c) 0 (d) $\infty$

---

(9) تعطى المساحة الكلية لوعاء أسطواني الشكل بالمعادلة $s=\pi x^2+\frac{2v}{x}$، حيث $x$ طول نصف قطر قاعدته و$V$ حجمه. (تذكر: $V=\pi x^2 h$).




إذا كان حجم الوعاء ثابتًا فإن القيمة الدنيا لمساحته هي عندما:

(a) $x>h$ (b) $x=h$ (c) $x<h$ (d) ليس أيّ مما سبق

---

(10) إذا كانت الدالة $f$: $f(x)=\begin{cases}x^2+1 & : x\geq 2\\ \frac{x^2-4}{x-2} & : x<2\end{cases}$ فإن:

(a) $\lim_{x\to 2^+}f(x)=4$ (b) $\lim_{x\to 2^-}f(x)=4$ (c) $\lim_{x\to 2}f(x)$ موجودة (d) $f$ متصلة عند $x=2$

---

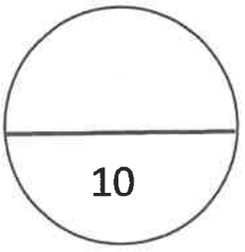
**انتهت الأسئلة**

i teacher
المعلم الذكي

# جدول إجابة البنود الموضوعية

| | | | | |
|---|---|---|---|---|
| ( 1 ) | (a) | (b) | (c) | (d) |
| ( 2 ) | (a) | (b) | (c) | (d) |
| ( 3 ) | (a) | (b) | (c) | (d) |
| ( 4 ) | (a) | (b) | (c) | (d) |
| ( 5 ) | (a) | (b) | (c) | (d) |
| ( 6 ) | (a) | (b) | (c) | (d) |
| ( 7 ) | (a) | (b) | (c) | (d) |
| ( 8 ) | (a) | (b) | (c) | (d) |
| ( 9 ) | (a) | (b) | (c) | (d) |
| (10) | (a) | (b) | (c) | (d) |

لكل بند درجة واحدة




**الدرجة:** .....



أ / وليد حسين
50522331
www.samakw.net
إختر لنفسك ماتستحقه
SCAN ME!

i teacher
المعلم الذكي

## القسم الأول : أسئلة المقال.

15

أجب عن جميع أسئلة المقال موضحاً خطوات الحل

### السـؤال الأول :

(a)

اوجد ميل المماس للمنحنى الذي معادلته $x^2 - y^2 + xy - 1 = 0$ عند النقطة (1,1)

نشتق $\Rightarrow 2x - 2y\,y' + y + x\,y' = 0$

$-2yy' + xy' = -2x - y$

$y'(-2y + x) = -2x - y$

$y' = \frac{-2x - y}{-2y + x}$

عند (1,1) $\Rightarrow x = 1 \; , \; y = 1$

ميل المماس $y' = \frac{-2-1}{-2+1} = 3 = m$

معادلة المماس :

$y - y_1 = m(x - x_1)$

$y - 1 = 3(x - 1)$

$y = 3x - 3 + 1$

$y = 3x - 2$ .

i teacher
المعلم الذكي

## تابع / السؤال الأول :

(b)

$$\lim_{x\to 0} \frac{x^2}{1-\cos 2x}$$

$$= \lim_{x\to 0} \frac{x^2}{1-\cos 2x} \cdot \frac{(1+\cos 2x)}{(1+\cos 2x)}$$

$$= \lim_{x\to 0} \frac{x^2(1+\cos 2x)}{\sin^2 2x}$$

$$= \lim_{x\to 0} \frac{x}{\sin 2x} \cdot \lim_{x\to 0} \frac{x}{\sin 2x} \cdot \lim_{x\to 0} (1+\cos 2x)$$

$$= \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} \cdot \left( \lim_{x\to 0} 1 + \lim_{x\to 0} \cos 2x \right)$$

$$= \frac{1}{2}\ \frac{1}{2}\ (2) = \frac{1}{2}$$



أ/ وليد حسين
50522331
www.samakw.net
إختر لنفسك ماتستحقه
SCAN ME!

السؤال الثاني :

(a) أوجد :

15

$$\lim_{x\to 0}\frac{\frac{1}{2+x}-\frac{1}{2}}{x}$$

$= \lim_{x\to 0} \dfrac{\frac{2-(2+x)}{(2+x)\cdot 2}}{x}$ صيغة $\frac{0}{0}$ معينة

$= \lim_{x\to 0} \dfrac{-x}{2(2+x)x}$

$= \lim_{x\to 0} \dfrac{-1}{2(2+x)}$ تعويضاً

$= \dfrac{\lim_{x\to 0}(-1)}{2\lim_{x\to 0}(2+x)}$ $= \dfrac{-1}{2(2)} = \dfrac{-1}{4}$

$4 \neq 0$



www.samakw.net
إختر لنفسك ماتستحقه
SCAN ME!
50522331
أ / وليد حسين

i teacher
المعلم الذكي

تابع : السؤال الثاني :

(b)

أوجد قيمة $a$ بحيث تصبح الدالّة التالية متّصلة عند $x = 3$ :

$$f(x) = \begin{cases} x^2 - 1 & , \quad x < 3 \\ 2ax & , \quad x \geq 3 \end{cases}$$

∵ $f$ متصلة عند $x = 3$

∴ $\lim_{x \to 3} f(x) = f(3)$

$\lim_{x \to 3} x^2 - 1 = \lim_{x \to 3} (2ax) = 2a(3)$

$9 - 1 = 6a$

$8 = 6a$

∴ $a = \frac{8}{6} = \frac{4}{3}$



أ / وليد حسين
50522331
www.samakw.net
إختر لنفسك ماتستحقه
SCAN ME!

## السـؤال الثـالث :

15

(a)

الدالة $f$ معرفة كما يلي: $f(x)=\begin{cases}\sqrt{x^2+9} & : \quad x\leqslant 0\\ \dfrac{6}{x+3} & : \quad x>0\end{cases}$ ، ادرس اتصال الدالة على مجالها.

$D_f$ مجال $f$ $= (-\infty, 0]\cup(0,\infty) = (-\infty,\infty) = \mathbb{R}$

لدراسة اتصال $f$ عند $x=0$ جهة اليمين

$f(0)=\sqrt{0^2+9}=3$

$\lim\limits_{x\to 0^+} f(x) = \lim\limits_{x\to 0^+} \dfrac{6}{x+3} = \dfrac{\lim\limits_{x\to 0^+} 6}{\lim\limits_{x\to 0^+}(x+3)} = \dfrac{6}{3} = 2$

برهن بقاء

$\lim\limits_{x\to 0^+} x+3 = 3 \neq 0$

$\therefore f(0) \neq \lim\limits_{x\to 0^+} f(x)$

① $\therefore f$ ليست متصلة عند $x=0$ من جهة اليمين

② $g(x)=\dfrac{6}{x+3}$

$x\in \mathbb{R}-\{-3\}$ كل متصلة $g$

$\therefore g$ متصلة على $(0,\infty)$

$f(x)=g(x) \quad \forall x\in(0,\infty)$ ولكن

$\therefore f$ متصلة على $(0,\infty)$

③ $h(x)=\sqrt{x^2+9}$

نفرض $t(x)=x^2+9$

$t(x)$ متصلة على $\mathbb{R}$ $h(x)=x^2+9$

$\therefore$ متصلة على $(-\infty,0]$

$t(x)\geqslant 0 \quad \forall x\in(-\infty,0]$

$\therefore h(x)=\sqrt{t(x)}$ متصلة على $(-\infty,0]$

من ①، ②، ③ $f$ متصلة على $(-\infty,0]$ ، $(0,\infty)$

وليست متصلة عند $x=0$ جهة اليمين

$\therefore f$ غير متصلة على $\mathbb{R}$



i teacher المعلم الذكي
سما SAMA
أ / وليد حسين
50522331
www.samakw.net
إختر لنفسك ماتستحقه
SCAN ME!

**تابع :السـؤال الثـالث :**

**(b)** أوجد معادلة المماس ومعادلة الخطّ العموديّ على المماس على منحنى الدالة

$$2xy + \pi \sin y = 2\pi \quad , \quad \left(1 \, , \, \frac{\pi}{2}\right)$$

i teacher
المعلم الذكي

نشتق $2y + 2xy' + \pi \cos y \cdot y' = 0$

$(1, \frac{\pi}{2}) \Rightarrow 2(\frac{\pi}{2}) + 2(1)y' + \pi \cos(\frac{\pi}{2}) y' = 0$

$\pi + 2y' + 0 = 0$

$\therefore y' = -\frac{\pi}{2}$ ميل المماس عند النقطة هو

معادلة المماس $y - y_1 = m(x - x_1)$

$y - \frac{\pi}{2} = -\frac{\pi}{2}(x - 1)$

$y - \frac{\pi}{2} = -\frac{\pi}{2}x + \frac{\pi}{2}$

$y = -\frac{\pi}{2}x + \pi$



i teacher
المعلم الذكي
أ / وليد حسين
50522331
www.samakw.net
إختر لنفسك ماتستحقه
SCAN ME!

## السؤال الرابع :

(a) ادرس تغير الدالة $f(x) = x - 2x^3$ وارسم بيانها

f كثيرة حدود معرفة ومتصلة على R

$\lim_{x \to -\infty} f(x) = \lim_{x \to -\infty} (-2x^3) = \infty$

$\lim_{x \to \infty} f(x) = \lim_{x \to \infty} (-2x^3) = -\infty$

$f'(x) = 1 - 6x^2$

$f'(x) = 0$ نضع

$1 - 6x^2 = 0 \Rightarrow x^2 = \frac{1}{6}$

$x = \frac{-\sqrt{6}}{6}$ ، $x = \frac{\sqrt{6}}{6}$

$\left(\frac{-\sqrt{6}}{6}, \frac{-\sqrt{6}}{9}\right), \left(\frac{\sqrt{6}}{6}, \frac{\sqrt{6}}{9}\right)$

| $x$ | $-\infty$ | $\frac{-\sqrt{6}}{6}$ | $\frac{\sqrt{6}}{6}$ | $\infty$ |
|---|---|---|---|---|
| الفترات | $(-\infty, \frac{-\sqrt{6}}{6})$ | $(\frac{-\sqrt{6}}{6}, \frac{\sqrt{6}}{6})$ | $(\frac{\sqrt{6}}{6}, \infty)$ | |
| إشارة $f'$ | − | + | − | |
| سلوك $f$ | ↘ | ↗ | ↘ | |

f متناقصة على $(-\infty, \frac{-\sqrt{6}}{6})$ و $(\frac{\sqrt{6}}{6}, \infty)$

f متزايدة على $(\frac{-\sqrt{6}}{6}, \frac{\sqrt{6}}{6})$

عند $x = \frac{-\sqrt{6}}{6}$ صغرى محلية $\frac{-\sqrt{6}}{9}$

عند $x = \frac{\sqrt{6}}{6}$ عظمى محلية $\frac{+\sqrt{6}}{9}$

$f''(x) = -12x$

$-12x = 0 \quad x = 0$

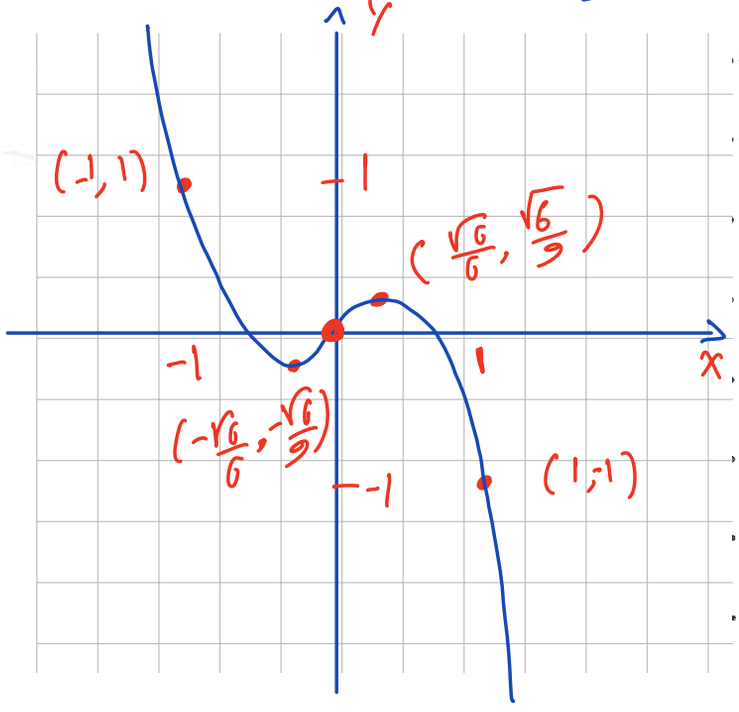
$(0, 0)$ ∴

| | $-\infty$ | 0 | $\infty$ |
|---|---|---|---|
| الفترات | $(-\infty, 0)$ | $(0, \infty)$ | |
| إشارة $f''$ | + | − | |
| التقعر | ∪ | ∩ | |

منحنى f مقعر للأعلى في $(-\infty, 0)$

منحنى f مقعر للأسفل في $(0, \infty)$

نقطة انعطاف $(0, 0)$




| $x$ | -1 | $\frac{-\sqrt{6}}{6}$ | 0 | $\frac{\sqrt{6}}{6}$ | 1 |
|---|---|---|---|---|---|
| $y$ | 1 | $\frac{-\sqrt{6}}{9}$ | 0 | $\frac{\sqrt{6}}{9}$ | -1 |



www.samakw.net
إختر لنفسك مانستحقه
SCAN ME!
50522331
أ / وليد حسين

تابـــع / الســؤال الرابـع :

i teacher
المعلم الذكي

**b)** متوسط العمر بالساعات لعينة من 100 مصباح كهربائي مصنعة في أحد المصانع $\bar{x} = 1570$ بانحراف معياري $S = 120$.

يقول صاحب المصنع إنّ متوسط العمر بالساعات $\mu = 1600$ للمصابيح المصنعة في المصنع.

اختبر صحة الفرض $\mu = 1600$ مقابل الفرض $\mu \neq 1600$ وباختيار مستوى معنوية $\alpha = 0.05$

① الفروض الإحصائية : $H_0: \mu = 1600$ $H_1: \mu \neq 1600$

② ∵ $n = 100 > 30$ ∴ $\sigma$ غير معلوم

$$Z = \frac{\bar{x} - \mu}{\frac{S}{\sqrt{n}}} = \frac{1570 - 1600}{\frac{120}{\sqrt{100}}} = -2.5$$

③ توحيد الصيغة المرجعية $Z_{\frac{\alpha}{2}}$ عند مستوى ثقة 95٪

$\frac{\alpha}{2} = 0.025$ ، $\alpha = 0.05$

$Z = 1.96$ ∴

④ فترة قبول فرض العدم

$-2.5 \notin (-1.96, 1.96)$

⑤ القرار : نرفض الفرض العدم أنّ $\mu = 1600$

ونقبل الفرض البديل أنّ $\mu \neq 1600$



سما SAMA
www.samakw.net
إختر لنفسك ماتستحقه
SCAN ME!
أ / وليد حسين
50522331

i teacher
المعلم الذكي

## القسم الثاني ( البنود الموضوعية )

**أولا : في البنود من(1) إلى (3) عبارات ظلل في ورقة الإجابة: (a) إذا كانت العبارة صحيحة (b) إذا كانت العبارة خاطئة**

---

(1) الدالة $f$ : $f(x)=\sqrt{x^2-4}$ متصلة على $[-2\ ,\ 2]$

---

(2) ميل مماس منحنى الدالة $f$ عند النقطة $(c\ ,\ f(c))$ هو $\dfrac{f(c+h)-f(c)}{h}$

---

(3) إذا كانت $y=\dfrac{(x-1)(x^2+x+1)}{x^3}$ فإن $\dfrac{dy}{dx}=\dfrac{3}{x^4}$

---

**ثانياً : في البنود من (4) إلى (10) لكل بند أربع اختيارات واحد فقط منها صحيح ظلل في ورقة الإجابة الرمز الدال على الاختيار الصحيح**

---

(4) ليكن منحنى الدالة $f$ : $f(x)=x^2-4x+3$ فإن النقطة التي يكون مماس المنحنى عندها أفقيًّا هي:

(a) $(3\ ,\ 0)$ (b) $(1\ ,\ 0)$ (c) $(2\ ,\ -1)$ (d) $(-1\ ,\ 2)$

---

(5)

أي من الدوال التالية ليس لها نقطة انعطاف:

(a) $f(x)=x^3+5x$ (b) $f(x)=4x^2-2x^4$ (c) $f(x)=x^3$ (d) $f(x)=(x-2)^4$

---

(6) في دراسة حول متوسط الإنفاق الشهري على الطعام في منازل مدينة معينة هو (دينارًا) $\mu=320$ وقد تبيّن أن المتوسط الحسابي لعينة حجمها $n=25$ منزلًا من هذه المدينة هو (دينارًا) $\overline{x}=310$ مع انحراف معياري $S=40$. إن المقياس الإحصائي هو:

(a) $1.25$ (b) $-1.25$

(c) $0.8$ (d) $-0.8$

سما SAMA



www.samakw.net
إختر لنفسك ماتستحقه
SCAN ME!
50522331
أ / وليد حسين

(7)

لتكن الدالة $f$ : $f(x)=\dfrac{x}{\sqrt{x-3}}$ ، الدالة $g$ : $g(x)=x^2+3, x\neq 0$ ، فإن: $(f\circ g)(x)$ تساوي:

(a) $\dfrac{x^2}{x-3}+3$ (b) $\dfrac{x}{\sqrt{x-3}}+3$ (c) $\dfrac{-(x^2+3)}{x}$ (d) $\dfrac{x^2+3}{|x|}$

---

(8)

إذا كانت الدالة $f$ متصلة عند $x=2$ فإنّ $f(x)$ يمكن أن تكون:

(a) $\dfrac{1}{|x-2|}$ (b) $\sqrt{x-2}$ (c) $\dfrac{|x-2|}{x-2}$ (d) $\begin{cases}\sqrt{x^2-3} & : x>2\\ 3x-5 & : x\leqslant 2\end{cases}$

---

(9)

أردت التخطيط لصنع صندوق على هيئة شبه مكعب بدون غطاء من قطعة ورق مقوى مستطيلة أبعادها $10\,\text{cm}, 16\,\text{cm}$ ، وذلك بقطع 4 مربّعات متطابقة عند الرؤوس، ثمّ طيّ الأجزاء البارزة.

أبعاد الصندوق الذي له أكبر حجم يمكن صنعه على أساسها هي:

(a) $2\,\text{cm}, 6\,\text{cm}, 12\,\text{cm}$ (b) $3\,\text{cm}, 4\,\text{cm}, 12\,\text{cm}$

(c) $2\,\text{cm}, 8\,\text{cm}, 12\,\text{cm}$ (d) $3\,\text{cm}, 6\,\text{cm}, 8\,\text{cm}$

---

(10) $\lim\limits_{x\to 2^+}\dfrac{|x-2|}{x^2-4}=$

(a) $\dfrac{1}{2}$ (b) $-\dfrac{1}{2}$ (c) $\dfrac{1}{4}$ (d) $-\dfrac{1}{4}$

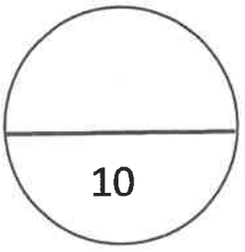
---

**انتهت الأسئلة**

## جدول إجابة البنود الموضوعية

| | | | | |
|---|---|---|---|---|
| ( 1 ) | (a) | **(b)** | (c) | (d) |
| ( 2 ) | (a) | **(b)** | (c) | (d) |
| ( 3 ) | **(a)** | (b) | (c) | (d) |
| ( 4 ) | (a) | (b) | **(c)** | (d) |
| ( 5 ) | (a) | (b) | (c) | **(d)** |
| ( 6 ) | (a) | **(b)** | (c) | (d) |
| ( 7 ) | (a) | (b) | (c) | **(d)** |
| ( 8 ) | (a) | (b) | (c) | **(d)** |
| ( 9 ) | (a) | (b) | **(c)** | (d) |
| (10) | **(a)** | (b) | (c) | (d) |

لكل بند درجة واحدة




**الدرجة:** .....



أ / وليد حسين
50522331
www.samakw.net
إختر لنفسك ماتستحقه
SCAN ME!

## القسم الأول : أسئلة المقال.

15

i teacher المعلم الذكي

**أجب عن جميع أسئلة المقال موضحاً خطوات الحل**

**السـؤال الأول :**

(a) أوجد $\frac{dy}{dx}$ ، $\frac{d^2y}{dx^2}$

$$y = \frac{\cos x}{1+\sin x}$$

$$y' = \frac{(\cos x)'(1+\sin x) - (\cos x)(1+\sin x)'}{(1+\sin x)^2}$$

$$= \frac{-\sin x(1+\sin x) - \cos x(\cos x)}{(1+\sin x)^2}$$

$$= \frac{-\sin x - \sin^2 x - \cos^2 x}{(1+\sin x)^2}$$

$$= \frac{-\sin x - 1}{(1+\sin x)^2} \qquad \sin^2 x + \cos^2 x = 1$$

$$= \frac{-1}{(1+\sin x)^2}$$

$$\frac{d^2y}{dx^2} = \left(\frac{-1}{(1+\sin x)^2}\right)' = \left(-1(1+\sin x)^{-2}\right)'$$

$$= -1(-1)(1+\sin x)^{-2-1}\cos x$$

$$= \frac{\cos x}{(1+\sin x)^2}$$

i teacher
المعلم الذكي

## تابع / السؤال الأول :

(b) بين أن الدالة $f(x) = x^3 - 3x + 2$ : $f$ تحقق شروط نظرية القيمة المتوسطة على الفترة $[0, 4]$ ثم اوجد c الذي تنبئ به النظرية

$f$ :: كثيرة حدود متصلة وقابلة للاشتقاق على $R$

∴ $f$ متصلة على $[0,4]$ ①

$f$ قابلة للاشتقاق على $(0,4)$ ②

$f'(x) = 3x^2 - 3$

$f$ تحقق شروط نظرية القيمة المتوسطة على الفترة $[0,4]$

∴ يوجد عدد $c \in (0,4)$

حيث $f'(c) = \frac{f(4) - f(0)}{4 - 0}$

$f(4) = 54$

$f(0) = 2$

$3c^2 - 3 = \frac{54 - 2}{4}$

$3c^2 - 3 = 13 \Rightarrow 3c^2 = 16$

$c^2 = 8$

$c = \pm\sqrt{8} = \pm 2\sqrt{2}$

$-2\sqrt{2} \notin (0,4)$ ، $2\sqrt{2} \in (0,4)$

مرفوض ، مقبول

∴ التفسير : حل الطالب $c = 2\sqrt{2}$ يساوي ميل المستقيم القاطع المار بالنقطتين $(0,2)$ و $(4,54)$



www.samakw.net
إختر لنفسك ماتستحقه
SCAN ME!
50522331
أ / وليد حسين

السؤال الثاني :

15

(a) تعطى الدالة $V(h) = 2\pi(-h^3 + 36h)$ حجم إسطوانة بدلالة ارتفاعها $h$ .

(a) أوجد الارتفاع $h$ (cm) للحصول على أكبر حجم للأسطوانة .

(b) ما قيمة هذا الحجم ؟

i teacher
المعلم الذكي

(a)

$f'(h) = 2\pi(-3h^2 + 36)$

$f'(h) = 0 \Rightarrow -3h^2 + 36 = 0$

$-3h^2 + 36 = 0$

$-3h^2 = -36$

$h^2 = 12 \Rightarrow h = \mp 2\sqrt{3}$

$h = 2\sqrt{3}$ $\because$ $h > 0$ $\because$

$f''(h) = 2\pi(-6h)$

$f''(2\sqrt{3}) = 2\pi(-6(2\sqrt{3})) < 0$

$\therefore$ عند $h = 2\sqrt{3}$ يكون الحجم أكبر ما يمكن

(b)

$V = 2\pi(-h^3 + 36h)$

$V = 2\pi(-(2\sqrt{3})^3 + 36(2\sqrt{3}))$

$= 96\sqrt{3}\,\pi$

$\approx 522.37\ cm^3$



أ / وليد حسين
50522331
www.samakw.net
إختر لنفسك ماتستحقه
SCAN ME!

**تابع : السؤال الثاني :**

(b) ادرس اتصال الدالة على $\mathbb{R}$.

i teacher
المعلم الذكي

$$f(x) = |3x^2 + 4x - 1|$$

نفرض $f_1(x) = 3x^2 + 4x - 1$ $\quad f_2(x) = |x|$

$f_2 \circ f_1(x) = f_2(f_1(x)) = f_2(3x^2 + 4x - 1)$

$= |3x^2 + 4x - 1| = f(x)$

$f_2 \circ f_1(x) = f(x)$

نبين اتصال $f_2 \circ f_1(x)$ على $\mathbb{R}$

$f_1$ كثيرة حدود متصلة على $\mathbb{R}$

$f_2$ دالة مطلقة متصلة على $\mathbb{R}$

إذن $f_2 \circ f_1$ متصلة على $\mathbb{R}$

بما أن تركيب دالتين كلاهما متصلة على $\mathbb{R}$ هو دالة متصلة على $\mathbb{R}$



أ / وليد حسين
50522331
www.samakw.net
إختر لنفسك ماتستحقه
SCAN ME!

## السـؤال الثـالث :

15

i teacher المعلم الذكي

(a) أوجد: معادلة المماس على منحنى الدالة.

عند $(2\ ,\ 3)$ , $f(x)=\sqrt{x^2+5}$

$f(x)=(x^2+5)^{\frac{1}{2}}$

$f'(x)=\frac{1}{2}(x^2+5)^{-\frac{1}{2}}(2x)$

$=x\ (x^2+5)^{-\frac{1}{2}}$

$=\frac{x}{\sqrt{x^2+5}}$

$f'(2)=\frac{2}{\sqrt{(2)^2+5}}=\frac{2}{3}=m$ ميل المماس

$y-y_1=m(x-x_1)$ معادلة المماس $m=\frac{2}{3}$ $(2,3)$

$y-3=\frac{2}{3}(x-2)$

$y=\frac{2}{3}x-\frac{4}{3}+3$

$y=\frac{2}{3}x+\frac{5}{3}$ معادلة المماس

ملاحظة: إذا طلب العاظم العمودي تأخذ $m=-\frac{3}{2}$ وتكتب نفس المعادلة وتعوض بنقطة

$y=-\frac{3}{2}x+6$ معادلة العمودي



أ / وليد حسين
50522331
www.samakw.net
إختر لنفسك ماتستحقه
SCAN ME!

i teacher
المعلم الذكي

**تابع :السـؤال الثـالث :**

(b) أوجد : $\frac{dy}{dx}$ حيث : $y = x + x^2y^5$

$\frac{d}{dx}y = y'$

نشتق $y' = 1 + 2x\,y^5 + x^2(5y^4)y'$

$y' - 5x^2y^4y' = 1 + 2x\,y^5$

$y'(1 - 5x^2y^4) = 1 + 2x\,y^5$

$y' = \frac{1 + 2x\,y^5}{1 - 5x^2y^4}$



i teacher
المعلم الذكي
أ / وليد حسين
50522331
www.samakw.net
إختر لنفسك ماتستحقه
SCAN ME!

## السؤال الرابع :

(a) ادرس تغير الدالة : $f(x) = x^3 - 3x + 4$ وارسم بيانها

$f$ كثيرة حدود متصلة وقابلة للاشتقاق على $\mathbb{R}$

$$\lim_{x\to-\infty} f(x) = \lim_{x\to-\infty} (x^3) = -\infty$$

$$\lim_{x\to\infty} f(x) = \lim_{x\to\infty} (x^3) = \infty$$

$f'(x) = 3x^2 - 3$

$f'(x) = 0$ نضع

$3x^2 - 3 = 0$

$x = 1$ , $x = -1$

$(1, 2)$ $(-1, -2)$

| $x$ | $-\infty$ | $-1$ | $1$ | $\infty$ |
|---|---|---|---|---|
| القترات | $(-\infty, -1)$ | $(-1, 1)$ | $(1, \infty)$ | |
| اشارة $f'$ | + | − | + | |
| سلوك $f$ | ↗ | ↘ | ↗ | |

$f$ متزايدة على $(-\infty, -1)$ , $(1, \infty)$

$f$ متناقصة على $(-1, 1)$

عند $x = -1$ قيمة عظمى محلية هي 2

عند $x = 1$ قيمة صغرى محلية هي $-2$

$f''(x) = 6x$

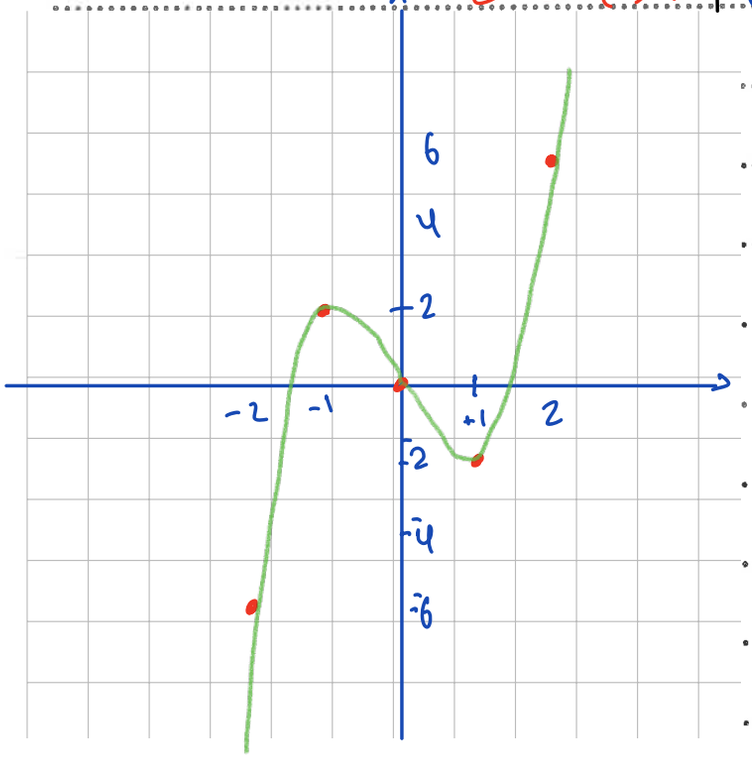
$6x = 0 \Rightarrow x = 0$

$(0, 2)$

| $x$ | $-\infty$ | $0$ | $\infty$ |
|---|---|---|---|
| القترات | $(-\infty, 0)$ | $(0, \infty)$ | |
| اشارة $f''$ | − | + | |
| التقعر | ∩ | ∪ | |

منحنى $f$ مقعر للاعلى $(0, \infty)$ ومقعر للاسفل $(-\infty, 0)$

$f$ نقطة انعطاف $(0, 2)$




| $x$ | $-2$ | $-1$ | $0$ | $1$ | $2$ |
|---|---|---|---|---|---|
| $y$ | $-6$ | $2$ | $0$ | $-2$ | $f$ |
| النوع | اعاقة | | انعطاف | | اعاقة |



أ / وليد حسين
50522331
www.samakw.net
إختر لنفسك مانستحقه
SCAN ME!

تابـــع / الســـؤال الرابـــع :

**(b**

أوجد فترة ثقة 95% للمتوسط الحسابي للمجتمع الإحصائي $\mu$ علمًا أن العينة أخذت من مجتمع طبيعي.

إذا كان لدينا $n = 13$ , $S = 0.3$ , $\bar{x} = 8.4$

$\bar{x} = 8.4$

$n = 13$

$S^2 = 0.09$

$S = \sqrt{0.09} = 0.3$

$1 - \alpha = 0.95$

$\alpha = 0.05$

$\alpha_{/2} = 0.025$

① ∵ $\sigma$ غير معلوم ∵ $n = 13 < 30$

∴

$E = t_{\alpha_{/2}} \times \frac{S}{\sqrt{n}}$

$t_{\alpha_{/2}} = 2.179$

من جدول ستيودنت

$n - 1 = 12$

$\alpha = 0.05$

$\alpha_{/2} = 0.025$

$E = 2.179 \times \frac{0.3}{\sqrt{13}}$

$\approx 0.181$

فترة الثقة $= (\bar{x} - E \ , \ \bar{x} + E)$

$= (8.4 - 0.181 \ , \ 8.4 + 0.181)$

$= (8.219 \ , \ 8.581)$



i teacher المعلم الذكي
أ / وليد حسين
50522331
www.samakw.net إختر لنفسك ماتستحقه
SCAN ME!

## القسم الثاني ( البنود الموضوعية )

**أولا : في البنود من(1) إلى (3) عبارات ظلل في ورقة الإجابة: (a) إذا كانت العبارة صحيحة (b) إذا كانت العبارة خاطئة**

---

(1) الدالة $f$: $f(x)=x^{\frac{2}{3}}$ تحقق شروط نظرية القيمة المتوسطة على $[0, 1]$

---

(2) إذا كانت $f''(c)=0$، فإنّ لمنحنى الدالة $f$ نقطة انعطاف هي $(c\ ,\ f(c))$.

---

(3) $\lim\limits_{x\to 1^+}(2x-|x|+2)=3$

---

**ثانياً : في البنود من (4) إلى (10) لكل بند أربع اختيارات واحد فقط منها صحيح ظلل في ورقة الإجابة الرمز الدال على الاختيار الصحيح**

---

i teacher
المعلم الذكي

(4) $\lim\limits_{x\to -3}\dfrac{2x^3+9x^2+9x}{x+3}=$

(a) 9 (b) 0 (c) $-3$ (d) $-9$

---

(5) إذا كانت $f(x)=ax^2-25x$ لها قيمة قصوى محلية عند $x=\frac{5}{2}$، فإنّ $a$ تساوي:

(a) 2 (b) 3 (c) 4 (d) 5

---

(6)

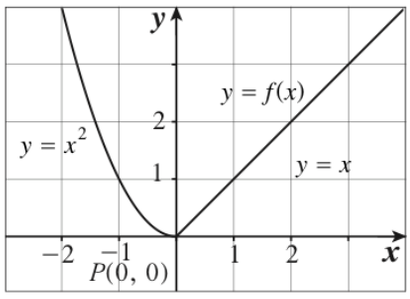
إن حجم العينة المطلوبة لتقدير المتوسط الحسابي للمجتمع مع هامش خطأ وحدتين، ومستوى ثقة 95%، وانحراف معياري للمجتمع $\sigma=8$ يساوي:

(a) 65 (b) 62 (c) 8 (d) 26



www.samakw.net
إختر لنفسك ماتستحقه
SCAN ME!
50522331
أ / وليد حسين

(7) في الشكل المقابل، عند النقطة $P$:




(a) المشتقة جهة اليسار موجبة.

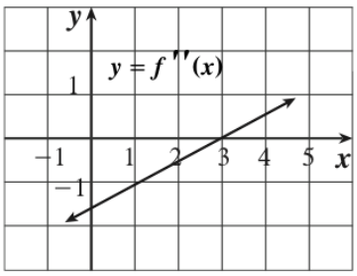
(b) المشتقة جهة اليمين سالبة.

(c) الدالة قابلة للإشتقاق.

(d) ليس أيّ مما سبق.

---

(8) إذا كانت $f$ دالة كثيرة حدود من الدرجة الثالثة والشكل المقابل يوضح بيان $f''$ فإن منحنى $f$ مقعرًا للأسفل في الفترة:




(a) $(-\infty\ ,\ 3)$ (b) $(3\ ,\ \infty)$

(c) $(-1\ ,\ 4]$ (d) $(3\ ,\ 5)$

---

(9) الدالة $g$: $g(x)=\begin{cases}\dfrac{x^2-1}{x-1} & : \ x>1\\ 3x & : \ x\le 1\end{cases}$ متصلة على:

(a) $(-\infty\ ,\ 1]\ ,\ (1\ ,\ \infty)$ (b) $(-\infty\ ,\ 1)\ ,\ [1\ ,\ \infty)$

(c) $(-\infty\ ,\ \infty)$ (d) $(-\infty\ ,\ 3]$

---

(10) لتكن الدالة $f$: $f(x)=\sqrt{x^2+7}$ ، $g$ : $g(x)=x^2-3$ فإن: $(f\circ g)(0)$ يساوي:

(a) 4 (b) $-4$

(c) 1 (d) $-1$

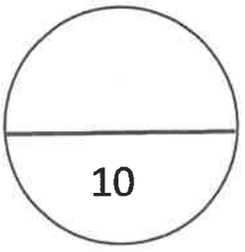
---

## انتهت الأسئلة

## جدول إجابة البنود الموضوعية

| | | | | |
|---|---|---|---|---|
| ( 1 ) | (a) | (b) | (c) | (d) |
| ( 2 ) | (a) | (b) | (c) | (d) |
| ( 3 ) | (a) | (b) | (c) | (d) |
| ( 4 ) | (a) | (b) | (c) | (d) |
| ( 5 ) | (a) | (b) | (c) | (d) |
| ( 6 ) | (a) | (b) | (c) | (d) |
| ( 7 ) | (a) | (b) | (c) | (d) |
| ( 8 ) | (a) | (b) | (c) | (d) |
| ( 9 ) | (a) | (b) | (c) | (d) |
| (10) | (a) | (b) | (c) | (d) |

لكل بند درجة واحدة




**الدرجة:** .....



www.samakw.net
إختر لنفسك ماتستحقه
SCAN ME!
50522331
أ / وليد حسين

أ / وليد حسين